

consideraram importante o contacto dos alunos com a Matemática de modo diferente do habitual em aulas e consideraram mesmo que iniciativas deste tipo, sobretudo se com maior frequência, podem ser um motor para trocas de experiências e de actualização científica.

Como dificuldades, a Presidente salientou o conseguir palestrantes e disponibilidade para deslocações a regiões mais longínquas. Agradeceu a todos os que colaboraram e não se furtaram a dificuldades e até a despesas e prejuízos para as suas vidas pessoais e profissionais.

Terminou a sua intervenção insistindo na necessidade de meios logísticos mais importantes para continuar uma tarefa que despertou muito entusiasmo e não deve acabar.

As Palestras Ano 2000 e o Encontro contaram com o apoio da Fundação para a Ciência e a Tecnologia e do Instituto de Inovação Educacional.

Como referimos, um dos participantes no encontro de 12 de Janeiro foi o Professor Elon Lages Lima. O Professor Elon Lima é um notável investigador do Instituto de Matemática Pura e Aplicada, sediado no Rio de Janeiro, instituição de grande prestígio internacional onde alguns matemáticos portugueses já fizeram o seu doutoramento.

Deslocou-se a Coimbra propositadamente para participar neste evento e aproveitámos a sua presença para o entrevistar.



Estrada Dona Castorina, 110  
Jardim Botânico  
CEP 22460-320  
Rio de Janeiro, RJ  
Brasil

## Diálogo em Janeiro com Elon Lages Lima

Entrevista conduzida pelo Professor F. J. Craveiro de  
Carvalho



Professor Elon Lages Lima

**F. J. Craveiro de Carvalho** - Professor Lages Lima, leu agora no meu gabinete um poema que despertou a sua atenção, "A jar in Tennessee"<sup>1</sup> de Wallace Stevens. Começamos pelo poema? Eu sei que teria gostado de ser escritor. Confessou-me que chegou mesmo a escrever textos que depois abandonou. Que acha do poema?

**Elon Lages Lima** - Acho muito bonito. Tem aquele tom de melancolia muito característico de alguns poetas de língua

---

<sup>1</sup> I placed a jar in Tennessee  
And round it was, upon a hill.  
It made the slovenly wilderness  
Surround that hill.

The wilderness rose up to it,  
And sprawled around, no longer wild.  
The jar was round upon the ground  
And tall and of a port in air.

It took dominion everywhere.  
The jar was gray and bare.  
It did not give of bird or bush,  
Like nothing else in Tennessee.

inglesa. Não sei se era inglês...

**F.J.C.C.** - Americano.

**E.L.L.** - Deste século?

**F.J.C.C.** - Morreu na década de 50.

**E.L.L.** - Teria de lê-lo mais algumas vezes para poder penetrar um pouco mais no espírito, no sentimento que exala logo à primeira leitura. É como um vinho. Tem que se saborear aos pouquinhos.

**F.J.C.C.** - Acha que o poema se presta a uma interpretação matemática?

**E.L.L.** - Você mencionou isso mas eu não procuraria interpretá-lo matematicamente. Eu acho que se podem sempre encontrar interpretações matemáticas nas coisas mas não creio que tenha sido a intenção do autor nem

Por acaso descobri numa livraria, um alfarrabista de Fortaleza, o livro *Lições de Álgebra e Análise* de Bento de Jesus Caraça. Nesse livro, após cada capítulo, ele tinha uma lista de referências bibliográficas comentada. Numa dessas listas ele mencionava livros de Hardy, Birkhoff e Mac Lane, que foram os meus professores iniciais.

creio que essa interpretação seja válida. Podem sempre fazer-se interpretações várias em escritos de natureza abstracta como um poema cheio de metáforas que podem ser lidas de uma forma ou outra. A não ser que o poema seja muito explícito eu prefiro sentir o sabor e o seu espírito sem buscar uma interpretação. Absorver simplesmente o sentimento, a emoção da pessoa que escreveu em vez de olhar para o poema como uma coisa lógica e racional. A poesia para mim tem de ser o mais emocional possível. Mas, como crítico literário, eu sou realmente um fracasso...

**F.J.C.C.** - Vamos à Matemática então. Tanto quanto eu sei, foi basicamente um autodidacta até iniciar estudos de

pós-graduação. Pode dar-nos uma ideia de qual foi o seu percurso até esse ponto?

**E.L.L.** - Eu nasci em Maceió, uma cidade pequena, menor que Coimbra hoje em dia, na época em que eu lá vivi. Depois saí para Fortaleza para estudar na Escola Militar. Percebi rapidamente que aquela não era a minha área e saí. Não voltei mais para casa, a não ser em férias, e comecei a ensinar no curso primário mas não ensinava propriamente Matemática. Ensinava as coisas do curso primário e tornei-me professor de Matemática porque o professor de Matemática do colégio em que eu ensinava...

**F.J.C.C.** - Em Fortaleza?

**E.L.L.** - Em Fortaleza, se foi embora. Antes quando era bem garoto, dos meus doze aos quinze anos, tive um professor de Matemática muito bom, muito inspirador, em Maceió. Escrevi até um livro que lhe dediquei chamado *Meu Professor de Matemática e outras histórias*<sup>2</sup>. Em Fortaleza estudei os dois primeiros anos da faculdade, numa faculdade noturna de baixíssimo nível. Por volta do terceiro ano, em circunstâncias fortuitas, consegui uma bolsa de estudos e fui estudar para o Rio de Janeiro. Foi um pouquinho antes da pós-graduação. Nos dois últimos anos da faculdade estive no Rio de Janeiro. Cheguei lá no ano em que o IMPA foi criado.

**F.J.C.C.** - Mil novecentos e...?

**E.L.L.** - Cinquenta e dois. Tive a sorte de trabalhar sob a orientação de Leopoldo Nachbin e Maurício Peixoto.

**F.J.C.C.** - Já lá vamos. Mas antes disso, penso que houve alguns nomes importantes para si: G. H. Hardy, Birkhoff e Mac Lane, Courant, o português Bento de Jesus Caraça...

**E.L.L.** - Que foi a minha via de acesso para os outros nomes que você acabou de mencionar. Por acaso descobri numa livraria, um alfarrabista de Fortaleza, o livro *Lições de Álgebra e Análise* de Bento de Jesus Caraça. Nesse livro, após cada capítulo, ele tinha uma lista de referências bibliográficas comentada. Numa dessas listas ele

---

<sup>2</sup> Sociedade Brasileira de Matemática, 1987.

mencionava livros de Hardy, Birkhoff e Mac Lane, que foram os meus professores iniciais. No catálogo da livraria onde eu encomendava livros vi também referências a livros dos matemáticos portugueses do final dos anos 40. Principalmente António Aniceto Monteiro, Alfredo Pereira Gomes e Ruy Luís Gomes. Adquiri esses livros e estudava por eles.

**F.J.C.C.** - Isso antes de ir para o IMPA?

**E.L.L.** - Antes de ir para o IMPA.

**F.J.C.C.** - E no IMPA teve como professores alguns matemáticos brasileiros muito importantes.

**E.L.L.** - Tive Leopoldo Nachbin e Maurício Peixoto.

**F.J.C.C.** - Numa entrevista que deu à Matemática Universitária<sup>3</sup>, eu li a seguinte afirmação sua:

*Eu esperava muito mais! Só não me decepcionei com os professores Leopoldo Nachbin e Maurício Peixoto.*

É legítimo concluir que eles são de facto os grandes matemáticos brasileiros da primeira metade do século XX?

**E.L.L.** - Ah sim, sem dúvida. São duas pessoas completamente diferentes. Devo mencionar que no final dos anos 40 a presença do matemático português António Aniceto Monteiro no Rio de Janeiro foi substancial. Inclusive para apoiar o trabalho daqueles dois. O que é engraçado, bem, no mínimo curioso, é que António Monteiro, do ponto de vista intelectual, estava muito mais próximo de Leopoldo Nachbin, a quem realmente influenciou no seu trabalho sobre reticulados. No entanto o único trabalho em conjunto que ele fez com matemáticos brasileiros foi feito com Peixoto. Este tinha, e tem ainda, uma atitude perante a matemática muito diferente da de Leopoldo Nachbin e da de Aniceto Monteiro também.

**F.J.C.C.** - Quanto tempo esteve no IMPA?

**E.L.L.** - Dois anos.

**F.J.C.C.** - Após esses dois anos conseguiu uma bolsa para os Estados Unidos segundo creio...

**E.L.L.** - Um director da Fundação Rockefeller no Rio conversou com Leopoldo Nachbin e ele indicou o meu nome como candidato a uma bolsa. A bolsa foi-me concedida e fui estudar para Chicago.

**F.J.C.C.** - Porquê Chicago?

**E.L.L.** - Porque Leopoldo Nachbin e Maurício Peixoto tinham estado em Chicago. Inclusive a tese de livre docência de Nachbin foi impressa na University of Chicago Press.

**F.C.C.** - Esteve em Chicago de 54 a 58. Este período, no departamento de Matemática da Universidade de Chicago, é referido por Paul Halmos na sua biografia<sup>4</sup> de uma forma amarga. Tem recordações desse período que possam explicar a amargura de Halmos?

**E.L.L.** - Ele deixa bem claro nessa autobiografia que a amargura dele era principalmente dirigida a Mac Lane que era o chefe do departamento e que não o considerava um bom matemático. Durante esse período vários dos seus colegas que entraram para a Universidade de Chicago, mais

Devo mencionar que no final dos anos 40 a presença do matemático português António Aniceto Monteiro no Rio de Janeiro foi substancial.

ou menos ao mesmo tempo que ele, foram promovidos enquanto que, sob a direcção de Mac Lane, Halmos jamais chegaria a professor titular.

Depois de ter terminado o meu doutoramento e saído de Chicago houve uma debandada muito grande de matemáticos de Chicago. Por exemplo, Chern, Spanier, Smale foram para Berkeley. Hirsch, que era aluno e acabou comigo, foi para Berkeley também. André Weil foi para Princeton, Schilling para Indiana e Segal para Yale. E outros.

Estou certo que a amargura que você percebeu nos escritos do Halmos era dirigida especificamente a Mac Lane. Mac Lane provavelmente absorveu esse hábito de considerar

<sup>3</sup> "Elon Lages Lima comenta sua vocação de matemático e divulgador da matemática", entrevista concedida a José Felipe Voloch e Laura Martignon, Matemática Universitária, 9/10, 1989.

<sup>4</sup> "I want to be a mathematician", Paul Halmos, Springer-Verlag, 1985.

que as pessoas que se preocupam em fazer boas exposições matemáticas são necessariamente maus matemáticos e que o fazem porque não sabem fazer outra coisa, o que certamente não é verdade no caso do Halmos.

Vou contar-lhe uma história passada comigo e que pouca gente conhece. Para obter o doutoramento na Universidade de Chicago era necessário fazer exames de línguas estrangeiras. Para o mestrado bastava uma, eu fiz Francês, e depois mais uma para o doutoramento. Tinha que se escolher entre Russo, Alemão (e Italiano, se o departamento permitisse). Eu estudei Alemão seriamente e, do grupo que ia fazer exame comigo, era o melhor preparado. Contudo sentia-me mais seguro em Italiano. Escrevi então uma pequena carta ao departamento pedindo permissão para

Por orientação de Nachbin, eu fui para estudar Análise Funcional e ele encaminhou-me para I. Kaplansky que foi o meu orientador para o mestrado.

fazer exame de Italiano. Mac Lane respondeu com uma carta para o *Dean of Physical Sciences*, dizendo que o departamento estava de acordo dado eu estar interessado em Topologia e Geometria e haver a participação italiana nestes domínios etc., etc. Uma justificação qualquer de que não recorro agora os detalhes. E eu entreguei a carta na Administração...

Passados poucos dias encontrámo-nos e ele disse que queria a carta de volta. Ficou furioso quando respondi que já tinha entregue a carta. Que era um absurdo, que eu não devia ter entregue a carta, nunca entendi porquê, e usou até um tom bastante ofensivo em relação a mim. Fiquei muito ofendido e fui à Administração da Universidade, pedi a carta e cancelei a minha inscrição no exame. Escrevi-lhe depois um bilhete de três linhas, bem seco, dizendo simplesmente que cancelara a minha inscrição no exame. Assinei apenas Elon Lima, nada de *Truly Yours*. Tentei entregar-lhe o bilhete mas ele não me quis receber, pelo

que o deixei com a secretária.

Longo a seguir, à hora do chá no departamento, ele procurou-me e perguntou-me se eu estava louco, se ia desistir do exame, que ia ficar sem doutoramento... Eu respondi que sabia disso. Mas você vai abrir mão do seu doutoramento? Não, não vou abrir mão do meu doutoramento. Fiz o que tinha de fazer. Fiz uma tese (a minha tese acho que foi muito boa, fui muito elogiado pelos membros do júri) e quanto ao exame de italiano não vou repetir o que aconteceu. O senhor sabe e eu também sei. Já tenho passagem marcada e estou de regresso ao Brasil. Sem o doutoramento? perguntou ele. Vou sem o doutoramento, o resultado os senhores decidem o que querem fazer. Apanhei o avião e fui-me embora. Como se diz, paguei para ver. Pouco me importava, ou melhor, eu importava-me mas acima de tudo estava o meu amor próprio.

Algum tempo depois, um ou dois meses ou talvez menos, recebi uma carta de Otto Schilling, que era *acting chairman* do departamento e talvez para salvar a face de Mac Lane, dizendo que o departamento na sua reunião do dia tal, considerando a qualidade da minha tese, o meu trabalho e o meu passado como estudante de Chicago, resolvera, excepcionalmente, considerar que inglês era uma língua estrangeira para mim. Portanto o requisito das duas línguas estrangeiras estava satisfeito e que me atribuíam o grau de doutor. Podia mandar buscar o diploma quando quisesse. Uma amiga minha, aluna em Chicago, levantou-o, registou-o no consulado brasileiro e trouxe-mo. E esta é a história do meu doutoramento.

F.J.C.C. - Escreveu a sua tese sob a orientação de Edwin H. Spanier. Como é que isso aconteceu?

E.L.L. - É verdade. Como é que isso aconteceu? Eu estava lá para escrever uma tese. Por orientação de Nachbin, eu fui para estudar Análise Funcional e ele encaminhou-me para I. Kaplansky que foi o meu orientador para o mestrado. Eu não consegui que me dispensassem do mestrado. Fui obrigado a fazê-lo o que me atrasou alguns meses porque eu cheguei em Agosto e o exame de mestrado seguinte era

em Maio. Durante esse tempo tive de me preparar para os exames que eram, eu acho, muito pesados. Havia cinco matérias diferentes sobre as quais se tinham de fazer exames escritos e orais. Isso, para mim, representou uma perda de tempo muito grande. Depois comecei a fazer uns cursos a nível de doutoramento mas não me lembro, já faz muito tempo, de ter aprendido nada nesses cursos. Eu aprendi mesmo Matemática conversando com os meus colegas, com os meus professores fora das aulas e, principalmente, assistindo às conferências feitas por grandes matemáticos que passavam por Chicago e participavam no chamado *Senior Math Club* que tinha uma conferência dessas de quinze em quinze dias. Aí tomávamos contacto com o que estava acontecendo matematicamente em todo o mundo e era realmente fantástico.

Como na altura ninguém lá fazia Análise Funcional, os assuntos que me interessavam mais eram Geometria Diferencial e Topologia. Durante algum tempo hesitei entre fazer a tese com Chern, que é realmente um grande homem não só de Chicago mas do mundo, e com Spanier, um matemático extremamente competente embora não fosse considerado como um dos maiores especialistas em Topologia Algébrica. Mas foi sempre extremamente respeitado pelas suas contribuições e era de uma competência extraordinária. Sabia tudo de Topologia. Qualquer área.

**F.J.C.C.** - O período que está a referir foi anterior ou posterior à escrita do famoso livro "Algebraic Topology"<sup>5</sup>?

**E.L.L.** - Bem antes. Ele tinha umas notas mimeografadas, tomadas por alunos nos seus cursos. Primeiro tinha uma introdução à teoria da homologia em que ele fazia homologia simplicial, homologia singular e demonstrava a invariância da homologia simplicial. Depois era o teorema do ponto fixo de Lefschetz, a seguir vinha uma teoria da homotopia em que ele fazia grupos de homotopia, obstrução e acabava com uma coisa que não tinha nada a ver com a homotopia, o estudo das variedades combinatórias levando à dualidade de Poincaré do ponto de vista combinatório e fazendo *cup product* e teoria da

intersecção em variedades combinatórias. Eram umas notas extremamente elementares mas de uma clareza incrível. Em minha opinião, muito mais fáceis que o livro dele e que conduzem muito mais rapidamente aos pontos importantes perto da investigação. Essas notas desapareceram. Ainda tenho uma cópia que pus na biblioteca do IMPA, onde têm sido úteis. O livro foi escrito em Berkeley, depois de ter saído de Chicago.

O livro de Spanier é um livro amarrado, subordinado estritamente à linguagem functorial. Tudo tem de ser em termos de funtores e categorias. Eu diria que uma leitura sistemática do livro do Spanier é uma tarefa extremamente pesada mas, por outro lado, se você está interessado numa determinada área, pequena, da homologia ou da homotopia

Eu aprendi mesmo Matemática conversando com os meus colegas, com os meus professores fora das aulas e, principalmente, assistindo às conferências feitas por grandes matemáticos que passavam por Chicago e participavam no chamado *Senior Math Club* que tinha uma conferência dessas de quinze em quinze dias. Aí tomávamos contacto com o que estava acontecendo matematicamente em todo o mundo e era realmente fantástico.

e quer refrescar a sua memória, ou aprender mesmo, dificilmente você encontrará uma apresentação mais lúcida, mais completa, mais acabada, mais perfeita do que a dele.

Há duas coisas que tornam o livro de leitura pesada para um estudante. Uma é essa aderência estrita à

<sup>5</sup> "Algebraic Topology", E. H. Spanier, McGraw-Hill, New York, 1966.

linguagem functorial, a outra é o facto de ele ter relido o livro várias vezes em busca de argumentos repetidos. Quando Spanier encontrava o mesmo tipo de argumento apresentado noutra oportunidade, ele extraía o elemento comum às duas situações, fazia um lema e passava a referir-se a esse lema. Não há repetições, o livro é minimal nesse sentido.

Ainda hoje, quando tenho uma dúvida a respeito de um conceito, quero dar uma demonstração elegante de um facto qualquer de Topologia, tenho a certeza que se ele estiver no livro de Spanier, e a probabilidade de que esteja é muito grande, vai estar melhor apresentado que em qualquer outro lugar. Mas não é o meu livro favorito de Topologia Algébrica.

...não tinha ninguém no Brasil com quem conversar e seria um caminho muito longo se eu quisesse formar jovens para chegarem ao ponto de conversar comigo sobre aquelas coisas. Resolvi então mudar de direcção e estudar Topologia Diferencial que estava a começar naquela época com os trabalhos de Thom, Milnor, Pontryagin. Estes três principalmente. Fiquei quatro anos no Brasil até ganhar uma bolsa Guggenheim e ir para Princeton.

F.J.C.C. - Qual é então?

E.L.L. - É o Seifert e Threlfall<sup>6</sup>, escrito em 1934.

F.J.C.C. - Porquê?

E.L.L. - Pela simplicidade, pela ingenuidade, "naivité" com que é escrito. Além disso, pela segurança dos autores. São dois dos maiores autores de livros de Matemática. Por sua vez, este livro não é o melhor livro de matemática que eu já li. O melhor livro de Matemática que eu já li também é de Seifert e Threlfall. Nunca foi traduzido para inglês, nem

para francês. É um livro chamado *Variationsrechnung im Grossen*<sup>7</sup>, cálculo das variações global.

É um livro que tem umas cento e vinte páginas, escrito antes do livro de Topologia, em que eles fazem uma exposição da Teoria de Morse, inclusivé com aplicação às geodésicas de uma variedade riemanniana, numa época em que pouquíssimas pessoas tinham entendido o estilo confuso de Marston Morse. E o livro consegue em poucas páginas, menos de cento e cinquenta, conter um resumo de Topologia Algébrica, um resumo de Geometria Riemanniana, necessários para você entender, e ainda expor a Teoria de Morse, com aplicação às geodésicas. É um livro fabuloso. É difícil encontrar um poder de síntese igual. Para não perder o fio do discurso, quando é necessário um facto adicional de Geometria Riemanniana, o leitor é remetido para o final do livro onde, em letras miúdas, está a demonstração completa desse facto.

Na minha opinião, estes livros são os melhores livros de Topologia que eu já li. É claro que estão desfasados mas não entendo por que é que, por exemplo, o livro de Topologia só recentemente foi traduzido e o de Cálculo das Variações, Teoria de Morse nunca foi traduzido.

F.J.C.C. - Acabou a sua tese em 1958 e voltou para o Brasil. Para onde?

E.L.L. - Para o IMPA novamente. Quando cheguei dei-me conta, eu já sabia isso e essa foi uma das razões pelas quais hesitei em fazer uma tese em Topologia Algébrica, que não tinha ninguém no Brasil com quem conversar e seria um caminho muito longo se eu quisesse formar jovens para chegarem ao ponto de conversar comigo sobre aquelas coisas. Resolvi então mudar de direcção e estudar Topologia Diferencial que estava a começar naquela época com os trabalhos de Thom, Milnor, Pontryagin. Estes três

<sup>6</sup> *Lehrbuch der Topologie*, H. Seifert e W. Threlfall, Teubner 1934; Chelsea Publ. Co., 1947.

<sup>7</sup> *Variationsrechnung im Grossen*, H. Seifert e W. Threlfall, Teubner 1938; Chelsea Publ. Co., 1951.

principalmente. Fiquei quatro anos no Brasil até ganhar uma bolsa Guggenheim e ir para Princeton.

**F.J.C.C.** - Onde esteve quanto tempo?

**E.L.L.** - No primeiro ano estive no Institute for Advanced Studies, depois estive um ano na universidade de Columbia.

**F.J.C.C.** - Teve oportunidade de ficar a trabalhar de forma definitiva nos Estados Unidos?

**E.L.L.** - Tive. Tive algumas ofertas, uma delas da própria universidade de Columbia. Outra da universidade de Massachusetts, Amherst, e outra da universidade de Maryland. A minha inclinação mais forte era para ficar em Nova Iorque, em Columbia, mas recebi um telefonema do Reitor da universidade de Brasília, isto em 1964, ano em que ocorreu a revolução no Brasil. A universidade de Brasília, que tinha sido fundada recentemente e dirigida por um *leader* de esquerda, foi praticamente destruída. Os professores foram todos demitidos e foi nomeado um novo reitor que pensou que tinha o poder, a autoridade para fazer uma universidade de acordo com o que ele sonhava. Começou a convidar pessoas ilustres de vários ramos da ciência e das artes que estavam espalhados pelo mundo e eu tive a honra de ser uma das pessoas convidadas. Telefonou directamente para mim em Nova Iorque e eu, relutantemente, disse que ia pensar. Ele começou a insistir, dizendo que os militares não interviriam, e eu acabei por aceitar, apesar dos conselhos dos meus colegas americanos.

**F.J.C.C.** - Esteve quanto tempo em Brasília?

**E.L.L.** - Ano e meio, mas nesse meio ano final a universidade praticamente não estava a funcionar. A interferência dos militares na vida interna da universidade tornou insustentável o trabalho académico que requer, antes de mais, liberdade. Saí então, numa altura em que oitenta por cento, ou mais, dos professores da universidade se demitiram simultaneamente.

Como não tinha emprego no Brasil voltei para os Estados Unidos. Fiquei meio ano na universidade de Rochester e depois um ano na universidade da Califórnia, em Berkeley. Voltei depois para o IMPA.

**F.J.C.C.** - Para cujo desenvolvimento teve um papel

importante. Creio mesmo que chegou a ser director.

**E.L.L.** - Ao todo fui director onze anos, não seguidos. Fui director três vezes e em todas pedi para sair. Eu entrava em situações de crise, era convocado para assumir a direcção, mas depois as coisas acalmavam, melhoravam e eu pedia para sair.

Eu nunca gostei de ser director. Gostava sim de ser vice-director. Fui muito mais tempo vice-director do que director. Ser vice-director é óptimo. Você tem oportunidade de dar as suas opiniões mas não tem responsabilidade nenhuma na sua execução. Se der certo você fica contente, se não der, paciência...

**F.J.C.C.** - Hoje em dia o IMPA é reconhecido, a nível mundial, como um centro de Matemática excelente. É uma

Acho que o IMPA é uma singularidade a nível mundial, não no sentido de excepcionalidade. É uma singularidade porque é um instituto de primeiro mundo num país de terceiro mundo. É uma instituição que, por vários motivos, conseguiu manter-se e atingir um nível excelente, apesar de nunca ter tido uma posição excepcional nem privilégio algum dentro do esquema da política científica do Brasil.

singularidade no panorama matemático brasileiro ou há outras instituições cujo nível se possa considerar aproximado?

**E.L.L.** - Acho que o IMPA é uma singularidade a nível mundial, não no sentido de excepcionalidade. É uma singularidade porque é um instituto de primeiro mundo num país de terceiro mundo. É uma instituição que, por vários motivos, conseguiu manter-se e atingir um nível excelente, apesar de nunca ter tido uma posição excepcional nem privilégio algum dentro do esquema da política científica do Brasil. Durante algum tempo o IMPA

foi mais famoso, mais respeitado fora do que dentro do Brasil. Hoje isso já não é verdade. Contudo o seu prestígio científico não se reflecte, por exemplo, no prestígio dos professores que têm salários muito baixos, mesmo em comparação com os salários das universidades federais brasileiras. Os salários do IMPA são inferiores e alguns privilégios que os professores têm, nós não temos. Nós não somos considerados professores. Muito embora seja uma instituição credenciada pelo Ministério da Educação para dar graus de Mestrado e Doutoramento, os membros não são professores, são investigadores. Por exemplo, um dos privilégios a que eu me refiro diz respeito ao regime de aposentação. Trinta anos para os professores, trinta e cinco anos para os investigadores do IMPA. A situação está a mudar

Nós não temos nada como a Biblioteca Joanina aqui em Coimbra mas temos cerca de quinhentas assinaturas de revistas, com colecções, praticamente todas, desde o número um. Ao todo a biblioteca do IMPA tem entre sessenta e setenta mil volumes, livros e revistas.

e é natural que a questão da aposentação mude também.

Em suma, durante muito tempo o IMPA foi uma instituição inteiramente desconhecida das autoridades educacionais. Agora já não. A situação melhorou.

**F.J.C.C.** - O IMPA faz cinquenta anos em 2002. Que comemorações estão a ser planeadas para assinalar aquela data?

**E.L.L.** - Não sei dizer exactamente. A única coisa que eu sei é que vai ser publicado um livro contando a história do IMPA. Essa publicação está a ser preparada e fica pronta até 2002. Quase de certeza que haverá um simpósio, um congresso. Algo assim.

**F.J.C.C.** - Para além do caso mais mediático, o de Steve Smale que diz ter feito algum do seu melhor trabalho nas praias do Rio, que outros grandes matemáticos passaram

pelo IMPA?

**E.L.L.** - É difícil dizer porque a lista é muito extensa. Na área dos Sistemas Dinâmicos, por exemplo, todos os matemáticos destacados já estiveram no IMPA. Russos, americanos, franceses, ingleses. Até por causa dos inúmeros congressos, simpósios, seminários, workshops etc. de Sistemas Dinâmicos que o IMPA organizou nestes anos todos.

Em Geometria Diferencial também. Chern, Blaine Lawson...

**F.J.C.C.** - Osserman?

**E.L.L.** - Osserman também. Kuiper, Marcel Berger. O Smale inclusivé passou lá parte do seu ano sabático.

Uma das coisas que atraía e atrai ainda muito os visitantes estrangeiros para o IMPA é a biblioteca.

**F.J.C.C.** - Como é que foi construída essa biblioteca?

**E.L.L.** - Aos poucos, através dos anos. A biblioteca surgiu mesmo antes do IMPA. Existia apenas a lei criando o IMPA, a lei não, a portaria do Conselho Nacional de Pesquisa. Não havia corpo docente ainda quando um professor, responsável pela secção de Matemática do Conselho Nacional de Pesquisa, veio à Europa comprar colecções de revistas para formar a biblioteca do IMPA. Num certo sentido a biblioteca antecedeu as actividades científicas do IMPA. Criou-se, desde então, a tradição de, sempre que se assina uma revista, se procurar obter todos os números dessa revista. Uma excepção notável é *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* que existe desde Newton. A biblioteca toda do IMPA não teria espaço suficiente e também não vale a pena.

Nós não temos nada como a Biblioteca Joanina aqui em Coimbra mas temos cerca de quinhentas assinaturas de revistas, com colecções, praticamente todas, desde o número um. Ao todo a biblioteca do IMPA tem entre sessenta e setenta mil volumes, livros e revistas. Um dos divertimentos favoritos do nosso director é, quando da visita de um matemático ilustre, desafiá-lo a dizer o nome de uma revista importante que não esteja lá desde o número um. Ou então a colecção das obras completas de um grande matemático. Uma vez fomos derrotados por Lars Hormander



que mencionou Fredholm. Acontece que a obra de Fredholm tem menos de duzentas páginas, sendo muito pouco conhecida. Hormander prometeu mandar-nos um exemplar e mandou.

As colecções de obras completas são uma coisa muito importante pois facilitam o uso da biblioteca pelos matemáticos que estão interessados numa determinada área. Em vez de os procurarem um a um, os trabalhos de um grande matemático estão ali todos juntos.

Desde o primeiro dia que tive uma grande preocupação com a biblioteca e passo, por dia, algumas horas na biblioteca. Acabei por casar com a bibliotecária...

**F.J.C.C.** - E como é que o IMPA faz face ao aumento constante do preço das revistas?

**E.L.L.** - É um sacrifício. O aumento brutal, diria até explorador, do preço das revistas matemáticas não tem justificação. É uma atitude injustificada de certas editoras, europeias principalmente, que tem prejudicado muito as universidades brasileiras. Contudo o Ministério da Ciência e Tecnologia convenceu-se que devia haver no Brasil um repositório importante do acervo da produção matemática do mundo e o IMPA foi escolhido para isso.

O IMPA depende anualmente 400 000 dólares, só com assinaturas de revistas, e temos uma firma europeia que se encarrega das assinaturas. Seria uma tarefa impossível para as duas únicas bibliotecárias do IMPA. Graças a Deus existem as revistas americanas, publicadas por sociedades científicas e universidades, que são mais baratas que as revistas europeias. Tem havido até movimentos no sentido de levar os matemáticos a não escrever artigos para certas revistas. Lembro-me de uma mensagem electrónica de Robion Kirby da Universidade de Berkeley que foi divulgada pelo mundo inteiro. Há revistas cuja assinatura anual custa mais de 20 000 dólares. Essas nós cortamos.

**F.J.C.C.** - Voltemos ao seu percurso matemático. Embora tenha publicado artigos em revistas de grande categoria, *Annals of Mathematics*, *Commentarii Mathematici Helvetici*, *American Mathematical Monthly*, a sua produção científica é, se é que posso dizê-lo, relativamente pequena.

Sobretudo quando penso no número de livros de texto, excelentes, que escreveu. Na entrevista que já mencionei há a seguinte frase sua:

*Sempre senti a necessidade de expor as coisas para as pessoas entenderem.*

Está aí a explicação?

**E.L.L.** - É verdade. Você foi até generoso quando disse relativamente pequena. Ao todo escrevi quinze trabalhos de investigação o que é muito pouco, considerando a minha idade e a produção média dos meus colegas. Acontece que eu sinto mais satisfação, mais prazer em escrever para que um número maior de pessoas entendam mas não, naturalmente, a ponto de baixar o nível. Procuo sempre manter o nível dentro de limites razoáveis. Sinto-me muito

Acontece que eu sinto mais satisfação, mais prazer em escrever para que um número maior de pessoas entendam mas não, naturalmente, a ponto de baixar o nível. Procuo sempre manter o nível dentro de limites razoáveis.

mais um professor do que um investigador. Até certo ponto, ao fazer trabalho de investigação e ter a satisfação de ver alguns trabalhos mencionados e bem considerados, eu fiz isso mais para mostrar que estava a dedicar-me a escrever livros expositórios por uma opção pessoal, não por incapacidade de fazer investigação. Mostrar-me que o meu trabalho expositório não era uma fuga.

Hoje em dia fico muito contente quando chego a um lugar, no Brasil ou fora do Brasil, e as pessoas me dizem que aprenderam pelos meus livros. Aqui em Portugal tive momentos de grande satisfação quando as pessoas me procuraram e me disseram que conhecem os meus livros. Isso foi muito mais do que eu esperava. Uma vez, por exemplo, no Peru, onde estive já várias vezes, alguns estudantes vieram pedir-me que autografasse os seus livros. Mas não eram os livros originais, que eles não tinham

dinheiro para comprar, mas fotocópias, por algum motivo mais baratas do que o livro. É uma coisa que eu não consigo entender. Principalmente livros brasileiros que são baratíssimos. Isso dá-me muita alegria.

Por vezes dizem-me *O seu livro é muito bom mas os meus alunos não o entendem*, o que me desaponta. A Matemática é difícil e às vezes os livros são usados de uma maneira que não é a maneira para a qual eles foram escritos. No prefácio do meu livro de Curso de Análise, volume 1, que é muito usado aqui em Portugal, por exemplo, aqui em Coimbra no primeiro ano, está dito que é um livro escrito para alunos que já fizeram, pelo menos, um ano de Cálculo. O ensino da Análise deve ser precedido pelo ensino de Cálculo para que o aluno possa aprender a

Aqui em Portugal tive momentos de grande satisfação quando as pessoas me procuraram e me disseram que conhecem os meus livros. Isso foi muito mais do que eu esperava. Uma vez, por exemplo, no Peru, onde estive já várias vezes, alguns estudantes vieram pedir-me que autografasse os seus livros. Mas não eram os livros originais, que eles não tinham dinheiro para comprar, mas fotocópias, por algum motivo mais baratas do que o livro.

manipular aquelas coisas, deixando a compreensão conceptual para uma segunda etapa.

**F.J.C.C.** - Já mencionei a entrevista que deu à Matemática Universitária que é muito completa sobre o seu percurso. Tive de facto alguma dificuldade em arranjar perguntas, mais ou menos originais, para lhe colocar. Entretanto passaram já dez anos sobre essa entrevista. Como é que descreve estes últimos dez anos em termos do seu trabalho?

**E.L.L.** - Nestes últimos dez anos concentrei-me muito, não exclusivamente, na tarefa de oferecer cursos, escrever

livros para os professores do ensino secundário. Não foi certamente só isso porque fiz outras coisas. Escrevi o livro *Análise Real, volume 1*, que é um livro diferente de *Curso de Análise, volume 1*, escrevi um livro de Álgebra Linear e escrevi também umas notas de Topologia Diferencial que espero transformar em livro. Por enquanto estão escritas em espanhol porque foi um curso que eu dei em Lima. Mas escrevi e participei bastante na criação de uma literatura para o professor de Matemática.

**F.J.C.C.** - Professor do ensino secundário?

**E.L.L.** - Professor do ensino secundário. Essa literatura constitui a *Colecção do Professor de Matemática* da Sociedade Brasileira de Matemática que consta de quinze livros, dos quais escrevi nove e estou a escrever o décimo. Este ano, por exemplo, vão aparecer quatro livros meus. Esses quatro já estão prontos e haverá um quinto sobre Topologia Algébrica, para o qual já tenho as notas e que devo terminar de escrever este ano.

**F.J.C.C.** - Eu não queria tomar muito mais do seu tempo nesta curta viagem a Portugal mas gostava ainda de lhe fazer uma pergunta.

**E.L.L.** - Você não está a tomar o meu tempo, eu é que estou tomando o seu.

**F.J.C.C.** - Gostava de lhe fazer uma pergunta que, no desenrolar de outras funções que tive recentemente, fiz a vários matemáticos. Acabou um século, mais do que isso, um milénio. A maneira como hoje se olha a Matemática é muito diferente da maneira como se olhava em 1900. Por exemplo, uma das alterações que se podem apresentar, em termos de questões geométricas, é a passagem do local ao global. Terá havido, nestes últimos cem anos, momentos que considera marcantes no percurso matemático universal. Era capaz de nos dar um ou dois exemplos?

**E.L.L.** - Não me sinto com autoridade suficiente para dar uma resposta categórica mas tenho algumas opiniões próprias. Do ponto de vista da atitude matemática às vezes são pequenas coisas que vêm a ter uma repercussão enorme, outras são coisas mesmo grandes. Como princípios gerais destacaria duas coisas.

Um grande surto de progresso matemático nos últimos anos foi a adopção de uma linguagem geométrica na Análise. Falar em espaços de funções, por exemplo, começou com Riemann no século XIX mas teve um grande ímpeto com Ascoli e Arzela na Itália, Fréchet na França, L  ray e Schauder na França e na Pol  nia também. A ideia de olhar para as fun  es como pontos de um espaço e, conseqüentemente, adoptar a linguagem geométrica em problemas de Análise   , para mim, a origem de uma tremenda quantidade de coisas bem sucedidas. Principalmente num campo que estava mais ou menos estagnado, as equa  es diferenciais parciais. Isto sem falar no trabalho auxiliar da Topologia que se desenvolveu paralelamente, motivado por essa abordagem em boa parte, e que veio a calhar pois os analistas precisavam de conhecimentos topológicos que justifiquem essa passagem do local ao global.

Outra coisa, muito mais recente,    o advento do computador que trouxe uma pletera de problemas interessantes, jamais conseguidos antes. Há vários motivos pelos quais o advento do computador influenciou o desenvolvimento de várias áreas da matemática. Um desses motivos    bem conhecido. O computador permite fazer experiências e a partir dessas experiências adquirir a certeza, certeza moral, uma forte desconfiança de que certas coisas são verdadeiras.

Temos um exemplo no IMPA com a superfície mínima do Celso Costa. Ele descobriu uma superfície mínima mas não tinha condi  es para provar que ela estava realmente mergulhada no espaço, podia ter auto-intersec  es. Ele sabia que essas auto-intersec  es, se ocorressem, era no infinito ou seja muito longe. Ele    uma pessoa curiosa. Fez a tese de doutoramento, que foi muito boa e causou grande impacto internacional, e depois escondeu-se, desapareceu. Ninguém sabia dele. William Meeks, que foi membro do júri do exame do Celso, pegou no trabalho, levou-o para os Estados Unidos e, com o auxílio de David Hoffman e um outro Hoffman, perito em computa  o, conseguiu fazer um modelo geométrico da superfície de Costa e descobrir

as propriedades de simetria, visíveis apenas no computador. Essas propriedades de simetria permitiram que eles fizessem uma demonstra  o de que a superfície de Costa estava realmente mergulhada e não simplesmente imersa. Houve até uma briga muito grande porque Meeks e Hoffman começaram a publicar uma série de trabalhos sem nunca mencionar o nome do Celso. Então nós, os professores do IMPA, liderados por Manfredo do Carmo, *leader* da parte de Geometria no IMPA, escrevemos uma carta aos dois dizendo que eles tinham obriga  o moral de, ao referirem a superfície, referirem-na não como *Meeks surface* mas *Costa surface*. Realmente    assim que ela hoje    conhecida. Menciono este facto, depois Meeks voltou a ter muito boas rela  es com o IMPA e está lá actualmente como professor

A ideia de olhar para as fun  es como pontos de um espaço e, conseqüentemente, adoptar a linguagem geométrica em problemas de Análise   , para mim, a origem de uma tremenda quantidade de coisas bem sucedidas.

visitante, para ilustrar uma forma pela qual o computador pode ajudar a Matemática. Mas existem outras.

O computador tornou possível a resolu  o de problemas numéricos, até então inconcebíveis porque representavam um trabalho brutal, e levou ao desenvolvimento em certas áreas, nomeadamente a   lgebra Linear, uma área considerada estagnada desde Cramer... Estou a exagerar, depois de Cramer houve muitas coisas. Começaram a surgir técnicas de decomposi  o de matrizes, coisas desse tipo, inclusivé em Portugal há especialistas de reputa  o internacional, que só existem por causa do computador. O computador mostrou que era possível resolver problemas e sistemas de grande porte.

De um ponto de vista geral, estas duas coisas foram de grande importância: a utiliza  o da linguagem geométrica

na Análise e os problemas que surgiram com o uso do computador de duas maneiras. Usar o computador como um instrumento para experiências, para depois se conjecturarem resultados matemáticos. É o caso da superfície de Costa e muitos outros. Usar o computador na resolução de problemas numéricos. Mencionei a Álgebra Linear mas há problemas também de equações diferenciais parciais e outros. O uso do computador levou ainda à criação de novas disciplinas. A complexidade computacional, por exemplo.

Estes dois pontos, na minha opinião, são dois pontos salientes da Matemática deste último século.

**F.J.C.C.** - E mais pontualmente?

**E.L.L.** - Mais pontualmente, mencionaria o sucesso na solução de uma série de problemas. Só faltam agora a *Hipótese de Riemann* e a *Conjectura de Poincaré*. Esta é um pouco como a história do tipo que pede a outro para ver se o pisca-pisca do carro está a funcionar e recebe como resposta: *está, não está, está, não está...* Não sei qual é o estatuto actual da *Conjectura de Poincaré*, se está provada ou não. Um dia está, no outro não.



**F.J.C.C.** - Tendo algum interesse em Topologia Diferencial, pensei que iria mencionar a descoberta das esferas exóticas...

**E.L.L.** - Ah sem dúvida. A descoberta das esferas exóticas e a participação dos físicos na Matemática. Witten, por exemplo, e outros que revolucionaram certos aspectos da Matemática. É uma espécie de vingança dos físicos relativamente aos matemáticos e à intervenção da Matemática na Física.

Quanto às esferas exóticas, eu fui testemunha ocular do anúncio da sua descoberta, feito pelo Milnor num simpósio de Topologia no México em 1956. Era aluno em Chicago e fui assistir a essa conferência onde ele mostrou a existência de uma estrutura exótica em  $S^7$ . Mas acho que mais surpreendente ainda foi a descoberta da estrutura exótica em  $R^4$ .

**F.J.C.C.** - Isso no trabalho de Simon Donaldson e Michael Freedman. Porquê?

**E.L.L.** - Acreditava-se que em  $R^n$  esse tipo de coisa não acontecia. Não tinha homologia, não tinha homotopia, não tinha nada. Foi necessário um novo tipo de atitude em relação à Topologia. O trabalho de Milnor foi extremamente *clever* mas, na verdade, ele não inovou, usou as ferramentas que existiam na época com extrema agudeza de espírito, como é característico dele.

**F.J.C.C.** - Chegamos ao fim e quero expressar-lhe, mais uma vez, o meu agradecimento pelo tempo que me concedeu e que me permitiu conhecer melhor um dos matemáticos de língua portuguesa por quem tenho mais admiração. Bem haja.

Coimbra, em 12 de Janeiro de 2001