

Entrevista a Douglas Ravenel

Em Abril foi anunciada a solução de um dos mais famosos problemas em Topologia Algébrica e Geométrica – o problema do invariante de Kervaire. Um dos responsáveis pela solução visitou, em Maio, o Instituto Superior Técnico e aproveitámos a ocasião para uma conversa sobre a sua carreira.

No início de Maio de 2009, Douglas Ravenel da Universidade de Rochester (EUA) visitou o Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico para dar uma série de palestras sobre Teoria de Homotopia Estável. Esta série de palestras estava já planeada há mais de um ano e por isso foi uma grande surpresa para os organizadores quando se tornou claro, duas semanas antes da sua realização, que estas seriam acerca da solução de um dos mais famosos problemas em Topologia Algébrica e Geométrica – o problema do invariante de Kervaire.

A solução foi anunciada a 21 de Abril por Michael Hopkins (Universidade de Harvard) durante a conferência que celebrou os 80 anos de Sir Michael Atiyah, em Edimburgo. Hopkins é um dos membros da equipa de três matemáticos norte-americanos que resolveu o problema, sendo os outros membros Ravenel e Michael Hill da Universidade da Virgínia.

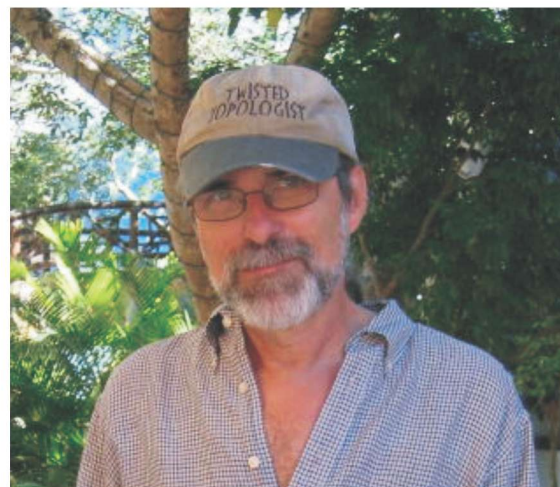
As palestras do Professor Ravenel tiveram lugar de 5 a 7 de Maio e constituíram a primeira apresentação detalhada da solução do problema. Convidamos o leitor interessado a consultar [1] para obter os *slides* das palestras, assim como uma enorme quantidade de informação adicional sobre o problema.

Aproveitámos esta ocasião para entrevistar o Professor Ravenel sobre a sua carreira na investigação, administração e ensino.

Gazeta: Antes de mais, muitos parabéns pela solução do problema do invariante de Kervaire! Pode

dar-nos uma ideia da sua natureza, assim como da sua história e importância?

Ravenel: Trata-se de um problema com cerca de 50 anos. Teve origem no trabalho de Kervaire e Milnor sobre a classificação das esferas exóticas nos anos 1960. Eles relacionaram este problema com o cálculo dos grupos de homotopia estáveis das esferas, mas deixaram uma questão em aberto relacionada com esferas exóticas de dimensão congruente com 1 módulo 4. Esta questão está por sua vez relacionada com um invariante de certas variedades de dimensão congruente com 2 módulo 4 obtido a partir da forma quadrática na cohomologia da dimensão do meio. Esta forma quadrática toma valores em $\mathbb{Z}/2$ e estes objectos foram estudados pelo matemático turco



Douglas Ravenel.

Cahit Arf. Ele publicou um artigo nos anos 1940 que as classifica [2] usando um invariante que é hoje chamado o invariante de Arf. Este invariante toma os valores 0 ou 1 e a questão que permaneceu em aberto durante muito tempo foi se existia ou não uma variedade emoldurada de dimensão $4k+2$ com um invariante de Arf igual a 1.

Kervaire foi o primeiro a estudar este problema, pelo que o invariante das variedades emolduradas em questão é normalmente chamado o invariante de Kervaire. Eu gosto de lhe chamar o invariante de Arf-Kervaire. Em 1969, Browder demonstrou um Teorema afirmando que o invariante só pode ser 1 quando a dimensão da variedade é da forma 2^n-2 e que nesse caso está relacionado com um certo elemento na sucessão espectral de Adams que converge para os grupos de homotopia estáveis das esferas.



Novas notas de 10 liras turcas com a imagem de Cahit Arf.

Sabia-se nesta altura que tais elementos existem em dimensões 2, 6, 14 e 30 e poucos anos depois da publicação do resultado de Browder [3] foi encontrado um elemento em dimensão 62 por Barratt, Jones e Mahowald. Desde então não tinha havido qualquer progresso neste problema, apesar das tentativas de muitas pessoas. Há inclusivamente várias pessoas da área de Teoria da Homotopia, com destaque para Mark Mahowald, que formularam conjecturas sobre os grupos de homotopia das esferas baseadas na hipótese de que tais variedades com invariante de Arf-Kervaire 1 existiam em todas as dimensões da forma 2^n-2 .

Ora o nosso Teorema diz que não existem tais variedades em dimensões superiores com possível excepção da dimensão 126. Os nossos métodos não resolvem o problema nessa dimensão, mas sabemos agora que em todas as dimensões acima de 126 da forma 2^n-2 , como 254, 510, etc., não existem variedades com invariante de Arf-Kervaire 1.

Gazeta: Há um outro problema famoso em Topologia – o problema do invariante de Hopf

resolvido por Adams no final dos anos 1950 – em que se demonstrou que havia apenas um número finito de exemplos (nesse caso aplicações entre esferas com invariante de Hopf 1). O vosso resultado tem a mesma natureza?

Ravenel: Sim, é um resultado da mesma natureza, mas eu diria que é muito mais difícil e demorou muito mais tempo a demonstrar.

Gazeta: Poder-se-á dizer que as variedades com invariante de Kervaire 1 desempenham um papel análogo ao dos grupos de Lie excepcionais (que formam também uma sucessão finita)?

Ravenel: Essa analogia não é tão boa como a anterior porque, tanto quanto sei, ninguém alguma vez pensou que poderia haver uma sucessão infinita de grupos de Lie excepcionais. Tal como os grupos simples esporádicos trata-se de objectos construídos com grande dificuldade e não há qualquer plano geral para a construção de um número infinito. No nosso caso havia pessoas que pensavam que estas variedades existiriam num número infinito de dimensões, embora agora saibamos que isso não é verdade.

É ainda demasiado cedo para dizer o que isto significa para a Teoria da Homotopia porque, como disse antes, não é um resultado que alguém esperasse. Não conheço ninguém, incluindo eu próprio, que o teria predito há um ano.

Gazeta: A inexistência de tais elementos é uma desilusão?

Ravenel: Pode ser que haja pessoas que se sintam desapontadas, mas para mim é sempre bom quando se pode demonstrar um Teorema e saber a verdade. Quanto a mim esse é sempre um passo na boa direcção.

Gazeta: Já tinha pensado seriamente neste problema durante a sua carreira?

Ravenel: Nunca tinha feito qualquer tentativa séria de resolver este problema. Doutorei-me em 1972 e nessa altura o problema era muito discutido. Assisti a muitas palestras em que se definia o invariante de Arf e se falava dele. Nos anos 1960 e 1970 pensou-se

muito neste problema, mas depois tornou-se menos visível porque ninguém teve sorte em resolvê-lo. Desvaneceu-se por ser tão difícil.



Mike Hill.

Na realidade, Hill, Hopkins e eu também não estávamos a tentar resolver este problema. Não é como se nos tivéssemos juntado há três anos e tenhamos decidido atacá-lo. Estávamos a trabalhar num problema diferente relacionado com certos conjuntos de pontos fixos em Teoria da Homotopia Estável. Estávamos a realizar certos cálculos e descobrimos que havia uma possível ligação entre o problema que estudávamos e o problema do invariante de Kervaire. Foi como se estivéssemos a procurar uma casa na mesma rua da casa de Kervaire, embora não estivéssemos a bater directamente à porta de Kervaire. E quando estávamos nessa casa encontrámos um túnel que parecia ir na direcção do problema de Kervaire. Começámos a caminhar ao longo desse túnel, mas deparámo-nos com um grande obstáculo e para o superar tivemos que inventar alguma maquinaria nova. Mas assim que fizemos isso encontrámo-nos no meio do problema de Kervaire.

Gazeta: Quando começaram a trabalhar efectivamente neste problema?

Ravenel: Há cerca de seis meses. Foi então que nos apercebemos de que o problema em que tínhamos trabalhado nos últimos dois ou três anos poderia levar à solução do problema de Kervaire.

Gazeta: Conforme disse, foram desenvolvidos novos métodos para esta demonstração. Tem já alguma outra aplicação em mente para estes métodos?

Ravenel: Ainda é demasiado cedo para responder a essa pergunta.

Gazeta: Desde há cerca de um ano têm vindo a ser divulgados no Arxiv vários artigos (em russo), pelo matemático Piotr Ahkmeteev, que afirmam resolver o problema de Kervaire por meio de uma abordagem geométrica. Sabe alguma coisa acerca deste assunto?

Ravenel: Ouvi falar um pouco deste assunto, mas os artigos estão em russo pelo que não tenho uma opinião informada. O facto de não estarem em inglês dificulta as coisas.

Gazeta: O que é que fez despertar o seu interesse pela matemática?

Ravenel: Soube desde muito cedo que tinha talento para a matemática. Mesmo antes de perceber exactamente o que era, sabia que tinha jeito para a disciplina. Acho que isso é verdade para muitos matemáticos.

Gazeta: Está a falar dos seus tempos de escola ou mesmo antes da escola?

Ravenel: Na escola, seguramente. Sempre fui muito bom a Aritmética. Embora me lembre de chumbar num teste de Aritmética no 5.º ano. Gostaria de encontrar o professor num avião e dizer-lhe a minha ocupação.

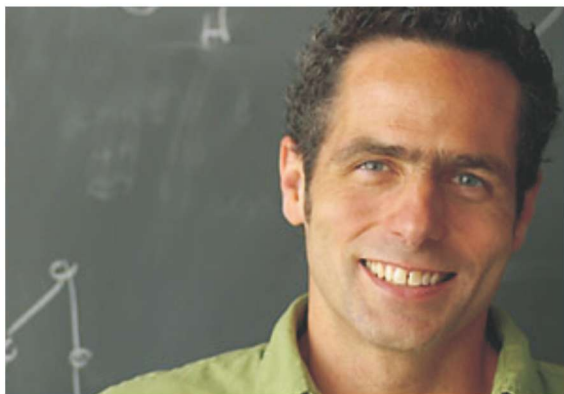
Gazeta: E quanto à Topologia? O que o levou à Topologia e à Topologia Algébrica em particular?

Ravenel: Acho que me centrei nisso quando fazia os meus estudos de licenciatura e não consigo explicar porquê. Parecia-me um assunto realmente interessante. E devo dizer que uma das coisas que eu achava mais fascinante era o artigo de Kervaire e Milnor [4] que mencionei antes acerca da classificação das esferas exóticas. Parecia-me um resultado fantástico. Lembro-me de olhar para uma tabela na primeira página do artigo onde diziam o número de estruturas diferenciáveis nas esferas das várias dimensões. O facto de eles conseguirem determinar estes números e a sua natureza fascinava-me, e desde então fiquei cativado.

Gazeta: Diz que o seu interesse começou ainda durante a licenciatura. Isso influenciou a sua escolha de universidade para realizar o doutoramento?

Ravenel: Sim, certifiquei-me de que fosse um sítio onde houvesse pessoas que trabalhassem em Topologia Algébrica.

Gazeta: O seu orientador de doutoramento foi Ed Brown, também ele um distinto topólogo. Quais foram as pessoas que tiveram maior influência no seu trabalho ao longo dos anos?



Mike Hopkins.

Ravenel: Quando eu estava a fazer o doutoramento aprendi muito com as palestras de Dennis Sullivan. Nessa altura ele estava no MIT e deu uma série de lições de Topologia Geométrica. Isso levou à produção de um documento conhecido por “lista telefónica”, uma vez que tinha mais ou menos esse tamanho e formato. Eu fui um dos três alunos de doutoramento a quem ele pediu ajuda para a revisão do texto. Foi uma série de lições verdadeiramente inspiradora e, apesar de não ter ido exactamente para essa área da matemática, lembro-me de ter aprendido muito. Também fui muito inspirado pelo trabalho de Quillen, claro.

Gazeta: A sua primeira grande contribuição (em trabalho conjunto com Haynes Miller e Steve Wilson [5]) está relacionada com os grupos de homotopias de esferas. Pode dizer-nos algo acerca deste trabalho e da sua origem?

Ravenel: Conheci o Steve Wilson quando éramos ambos alunos de doutoramento, em Boston, no Outono de 1968. Começámos nessa altura a falar de

cobordismo complexo e tópicos relacionados. Nessa altura esta era uma área bastante recente e parecia-me que tinha o potencial para aplicações muito interessantes aos grupos de homotopia das esferas.

Sempre me senti fascinado pelos grupos de homotopia das esferas. Não é algo que consiga explicar e é algo que encaro simultaneamente como uma benção e uma maldição. É um problema verdadeiramente intratável e eu não espero que seja resolvido durante a minha vida ou mesmo a dos meus filhos. É um daqueles problemas que parece “engolir matemática” no sentido seguinte: cada 10 ou 20 anos há um grande desenvolvimento computacional que nos dá uma visão mais profunda dos grupos de homotopia das esferas. Sempre que isso acontece apercebemo-nos de que é um problema muito mais complexo do que pensávamos. Isto tem acontecido uma e outra vez nos últimos 50 anos, e é bem possível que volte a acontecer. É um problema inesgotável, e isso significa que há sempre muita matemática a fazer para o atacar. Isso é o que ele tem de bom.

Mas voltemos a [5]. Acho que conheci o Haynes quando ele era um aluno de doutoramento em Princeton no princípio dos anos 1970, mas foi o ano 1974/1975 que foi crucial para esse artigo [5]. Nesse ano estávamos os três em Princeton: Haynes estava ainda a fazer o doutoramento, Steve fazia um pós-doutoramento e eu estava no Instituto de Estudos Avançados. Encontrávamo-nos regularmente. Todos nós conhecíamos o trabalho de Jack Morava - a sua descrição dos seus grupos estabilizadores e da filtração de Spec MU dada pela classificação das leis de grupo formais. Também sabíamos que isto devia ter consequências relativamente aos grupos de homotopia das esferas. Nessa altura havia também o trabalho de Toda e Oka sobre o que agora chamamos “elementos de letras gregas”. Tudo isto andava no ar, e nós sentíamos que se estudássemos o assunto de forma verdadeiramente profunda algo de muito bom poderia resultar.

Tínhamos horários radicalmente diferentes. Eu tinha um bebé, e por isso estava em modo “das 9 às 5” enquanto que o Steve Wilson ficava regularmente a trabalhar até às 6 da manhã e dormia depois até às 2 ou 3 da tarde. O Haynes estava algures no meio. Encontrávamo-nos no gabinete do Haynes ao final da tarde, que era a única altura do dia em que estávamos os três verdadeiramente acordados. De certa forma trabalhávamos 24 horas por dia.

Gazeta: Além de Teoremas importantes, o Professor é ainda responsável por conjecturas com grande influência. Essas conjecturas surgiram na sequência do trabalho que discutimos antes?

Ravenel: Sim, certamente. No Verão seguinte continuei a pensar nestas ideias e isso levou-me às conjecturas de que fala [6] [7].

Gazeta: Essas conjecturas descrevem a estrutura da Teoria da Homotopia Estável em “larga escala”.

Ravenel: Todas essas conjecturas, com excepção de uma, foram demonstradas [8] [9]. Eram de facto conjecturas acerca da estrutura da categoria de homotopia estável e dos grupos de homotopia das esferas em que ninguém tinha pensado. Foi divertido concebê-las.

Gazeta: Também desempenhou um papel de relevo no início de um importante desenvolvimento em matemática nos anos 1980 – a criação (ou invenção) da cohomologia elíptica [10]. Quer contar-nos algo sobre isto?

Ravenel: Em meados dos anos 1970 apercebi-me de que havia certos objectos chamados curvas elípticas às quais estavam associados grupos formais. Tentei aprender o mais possível sobre elas. Nesse ano, em Princeton, assisti a um curso de Nick Katz sobre Curvas Elípticas e Formas Modulares. Fartei-me de o importunar com as minhas ideias sobre o assunto, mas nada resultou disso. As minhas ideias não estavam bem articuladas. Suspeitava de que havia algo como Cohomologia Elíptica, mas não dispunha das ferramentas correctas para juntar todos os fios da meada. Falava disso quando podia com as pessoas e foi um prazer ver as coisas conjugarem-se nos anos 1980. Aquilo que pôs a bola a rolar foi um Teorema de Ochanine [11] relacionado com acções de círculos em variedades Spin. Isto levou ao conceito de género elíptico e isso não é algo que me teria ocorrido.

Gazeta: Olhando para trás, tem algum Teorema favorito?

Ravenel: Fui capaz de calcular os grupos de homotopia das esferas no primo 5 até cerca da dimensão 1000. Esse era o objectivo do meu primeiro

livro – o “livro verde” [12]. Foi muito agradável aplicar toda aquela maquinaria a um problema concreto.

Uma das coisas que me preocupa na Topologia Algébrica é que, nos dias que correm, quando vou a conferências há muitas palestras de pessoas que desenvolvem e refinam teorias, mas não as aplicam à resolução de problemas matemáticos. É como se estivéssemos a ver pessoas afinar um carro mas sem nunca o levar para a estrada. Acho que estes carros precisam de ser conduzidos e que é importante ter um problema concreto em mente quando se está a desenvolver uma nova teoria. A matemática resultante é muito melhor se a teoria puder ser utilizada para resolver um problema que existia antes de a teoria ser criada.

Gazeta: Diz-se que há uma dicotomia em matemática entre os “construtores de teorias” e os “solucionadores de problemas”. Descrever-se-ia então como um solucionador de problemas?

Ravenel: Acho que sim. Se tiver que ser, desenvolvo uma teoria, mas não gosto de construir teorias por si mesmas.

Gazeta: Assim que talvez tenha sido este cálculo aquilo que lhe deu mais prazer?

Ravenel: Bom, não gosto de discriminar as coisas dessa forma. A minha carreira deu-me muito prazer. É óptimo trabalhar em Topologia Algébrica. A comunidade da Teoria da Homotopia é um grupo fantástico de gente. Sempre foram muito simpáticos e acho que temos muita sorte a esse respeito.

Notei desde muito cedo na minha carreira que as pessoas de Topologia Algébrica formam um grupo muito amigável, mas demorei algum tempo a perceber que isso não é verdade em todas as áreas da matemática. Já me perguntei muitas vezes porque é que será e acho que parte da razão é que se trata de um clube que tem uma jóia de entrada muito elevada. Há um preço intelectual muito grande a pagar para trabalhar em Topologia Algébrica – uma enorme quantidade de maquinaria a aprender. Isso cria laços entre as pessoas que pagaram o preço para entrar.

As pessoas de Topologia Algébrica falam todas a mesma língua, de certa forma, e quando se passa a maior parte do nosso tempo a pensar em coisas que

literalmente menos de uma pessoa num milhão consegue perceber há uma ligação imediata quando encontramos alguém que nos entende.

Gazeta: Que perspectivas vê para a Topologia Algébrica e para a Teoria de Homotopia Estável em particular. Sente-se optimista?

Ravenel: Sim, sinto-me optimista. Ao longo da minha vida a área tem crescido de forma progressiva tanto em termos de praticantes como de número de conferências e teoremas demonstrados. Em cada estágio da minha carreira sempre houve gente a dizer que a área está a morrer ou que se sente preocupada por alguma razão. Aprendi a ignorar essas pessoas porque, como disse, a área continua a desenvolver-se.

Gazeta: Acha que a visão desta área a partir de outras áreas da matemática se tem alterado ao longo dos anos?

Ravenel: Imediatamente antes de eu iniciar a carreira houve resultados espectaculares em Topologia Algébrica. Já mencionei a classificação das esferas exóticas. Também há o Teorema de Atiyah-Singer. Nos anos 1960 muitos topólogos ganharam a medalha Fields. Tratava-se portanto de um tempo em que o prestígio da área no seio da matemática era muito maior do que hoje, mas de qualquer forma acho que a área é muito saudável. Uma das coisas que aprecio é o facto de o conjunto de ferramentas que se usa continuar a crescer. Hoje em dia, para trabalhar em Teoria da Homotopia Estável é necessário saber muito acerca de Geometria Algébrica Aritmética (Geometria Algébrica em característica p), que é usada de formas cada vez mais sofisticadas. Isso era algo que não existia há 20 anos.

Gazeta: Acha que a área emergente de Geometria Algébrica Derivada pode fazer com que a Topologia Algébrica desempenhe um papel ainda mais relevante?

Ravenel: Acho que é bem possível. Recentemente, houve também o trabalho de Voevodsky que foi premiado com a medalha Fields. Ele conseguiu importar muitos métodos da Teoria da Homotopia para um problema de Geometria Algébrica e K-teoria

Algébrica. Foi um desenvolvimento muito encorajador.

Gazeta: Além da sua carreira na investigação fez também uma carreira notável na administração. Há cerca de 14 anos houve uma crise no departamento de Matemática da sua universidade – a Universidade de Rochester. Quer contar-nos um pouco sobre este assunto?

Ravenel: Houve certamente uma crise. A nossa administração decidiu eliminar o programa doutoral em Matemática para poupar dinheiro e nós conseguimos impedi-lo. Conseguimos convencê-los de que não era uma boa ideia. E devo dizer que tivemos muita ajuda da Sociedade Matemática Americana, que nos deu muito apoio moral e tático. Foi uma experiência interessante. O que eu aprendi com ela foi que todos os departamentos de Matemática têm que ter uma ou duas pessoas que estejam em contacto com o resto da universidade. É muito comum entre os matemáticos (eu incluído) não quererem ter nada a ver com o mundo académico fora da matemática. A maioria dos matemáticos quer pensar na sua matemática e não na política da sua universidade ou na maneira como o departamento se enquadra na instituição. Estes assuntos são encarados como aborrecimentos e distrações.

Ora é verdade que a matemática é uma profissão muito exigente, que obriga a uma enorme concentração. Para um matemático jovem é provavelmente boa ideia concentrar a sua energia mental na matemática o mais possível. Mas para a profissão como um todo, tem que haver alguém em cada departamento a “tomar conta da loja”. Isto significa ter contacto com a universidade, saber o que se passa e de que forma o departamento pode contribuir.

O que muitos matemáticos e mesmo muitos administradores de universidades não percebem é que a matemática é uma parte essencial de qualquer universidade. Não há nenhuma boa universidade no mundo que possa funcionar sem um departamento de Matemática. A matemática é um campo único do conhecimento no sentido em que contém ferramentas requeridas por um grande número de outras disciplinas. Não há nenhuma outra disciplina com estas características, com possível excepção do Inglês (ou seja lá qual for a língua em questão).

A maioria das disciplinas necessita de algum conhecimento matemático e qualquer departamento de Matemática que saiba jogar as suas cartas pode tornar-se numa parte essencial da sua universidade. A maioria dos matemáticos não é consciente disto, e isso pode meter o departamento em grandes problemas como nos aconteceu em 1995.

Gazeta: Como fizeram para convencer os administradores?

Ravenel: Convencemo-los de que o encerramento do programa doutoral em Matemática danificaria severamente a reputação da universidade. A verdade é que não há nenhuma universidade com actividade de investigação relevante nos Estados Unidos, e talvez no mundo, que não tenha um programa doutoral em Matemática. Nessa altura eu coligi informação que sustentava esta afirmação de forma a que eles não a pudessem ignorar. Acho que esse foi o ponto crucial: perceberam que mesmo que se poupassem alguns dólares a curto prazo, não estariam a ajudar a universidade a longo prazo.

Gazeta: Durante o período em que presidiu ao departamento de Rochester houve um grande aumento do número de alunos que escolhiam Matemática como área de concentração. Pode dizer-nos como conseguiram isto?

Ravenel: Desde o tempo da crise, a percentagem dos alunos de Rochester que se licenciam em Matemática triplicou ou quadruplicou. Tenho muito orgulho nisso. Acho que isto aconteceu porque o departamento como um todo se apercebeu de que a sua missão de ensino era importante, e que se tratarmos bem os nossos alunos eles reagem de forma positiva.

A reacção dos alunos tem sido muito gratificante. Há muitos alunos de licenciatura entusiastas em Rochester e é realmente divertido trabalhar com eles. O departamento adquiriu a reputação de ser um sítio amigável e interessante, e acho que qualquer departamento pode conseguir isto. Não há nada de único em Rochester que não possa ser imitado.

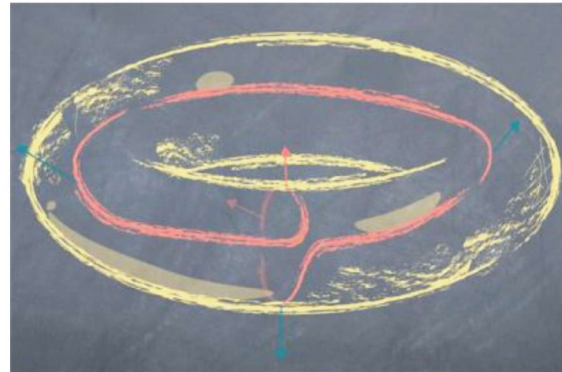
Gazeta: Foi apenas uma questão de um maior esforço por parte dos professores ou houve algo em particular que ajudou?

Ravenel: Houve várias coisas. Uma delas é um programa chamado WeBWork, criado por um par de colegas meus, que permite a realização de trabalhos de casa através da internet. Eles começaram a trabalhar nele mais ou menos na altura da crise. Nós sabíamos que uma grande vulnerabilidade nossa era o facto de não termos recursos suficientes para corrigir trabalhos de casa de Cálculo. Na minha universidade cerca de 80% dos alunos do primeiro ano inscrevem-se em Cálculo e para eles a cadeira é muito importante. Não porque estejam interessados em matemática, mas porque precisam da cadeira para a sua área de concentração ou para entrar na Escola de Medicina.

Se um aluno que pretende fazer carreira em Engenharia, Ciência ou Medicina tem uma má nota em Cálculo trata-se de um assunto grave, talvez até de uma crise que o obrigue a mudar de carreira. Os professores de Matemática têm que perceber isto e é muito fácil não o fazer porque, como matemáticos, nós pensamos no Cálculo como algo de mundano e aborrecido que poderíamos fazer a dormir. Mas temos que nos lembrar que para os alunos é algo de importante em que têm que se sair bem, mesmo que não estejam interessados. Eles estão dispostos a esforçar-se e reagirão positivamente se lhes dermos oportunidades para que se saiam bem.

No nosso caso conseguimos fazer com que os trabalhos de casa se tornassem uma parte mais importante do curso, criando um programa que dava notas instantaneamente. Antes não podíamos corrigir os trabalhos de casa e agora constituem 25% ou 30% da nota e são levados muito a sério pelos estudantes. Se não se corrige os trabalhos de casa, a maioria dos estudantes não os faz, e portanto não retira qualquer benefício deles.

Agora, em Rochester, assim como em cerca de 100 outras escolas que usam este software, os alunos



Uma variedade emoldurada de dimensão 2 com invariante de Kervaire 1.

percebem que têm que fazer os trabalhos de casa e que serão prejudicados se não os fizerem.

Além disso há este mecanismo de feedback instantâneo que é pedagogicamente muito valioso – algo de que não nos apercebemos imediatamente. O facto de trabalhar num problema, introduzir a solução e saber imediatamente se a resposta é ou não a correcta é excelente. Nós dizemos aos alunos que

podem continuar a tentar obter a resposta correcta até um certo prazo e a experiência mostra que muitos estudantes continuam a tentar até acertarem, mesmo depois de o prazo passar. Muitos deles queixam-se que gastam demasiado tempo com os trabalhos de casa, mas para mim isso é um sinal de sucesso. Estão a aprender a matéria![M](#)

Referências

- [1] **Ravenel, D.** "The Kervaire invariant page", www.math.rochester.edu/u/faculty/doug/kervaire.html
- [2] **Arf, C.** (1941). "Untersuchungen ueber quadratische Formen in Koerpern der Charakteristik 2, I". *J. Reine Angew. Math.*, 183, 148–167.
- [3] **Browder, W.** (1969). "The Kervaire invariant of framed manifolds and its generalization". *Ann. of Math* (2) 90, 157-186.
- [4] **Kervaire, M. & Milnor, J.** (1963). "Groups of homotopy spheres. I.". *Ann. of Math.* (2) 77, 504-537.
- [5] **Miller, H., Ravenel, D. & Wilson, S.** (1977). "Periodic phenomena in the Adams-Novikov spectral sequence.". *Ann. of Math.* (2) 106 no. 3, 469-516.
- [6] **Ravenel, D.** (1984). "Localization with respect to certain periodic homology theories". *Amer. J. Math.* 106 no. 2, 351-414.
- [7] **Ravenel, D.** (1992). "Nilpotence and periodicity in stable homotopy theory." *Annals of Mathematics Studies*, 128. Princeton University Press, Princeton, NJ, xiv+209.
- [8] **Devinatz, E., Hopkins, M. & Smith, J.** (1988). "Nilpotence and periodicity in stable homotopy theory.I.", *Ann. of Math.* (2) 128, no. 2, 207-241.
- [9] **Hopkins, M. & Smith, J.** (1998). "Nilpotence and stable homotopy theory. II." *Ann. of Math.* (2) 148, no.1, 1-49.
- [10] **Landweber, P., Ravenel D. & Stong, R.** "Periodic cohomology theories defined by elliptic curves." *The Cech centennial* (Boston, MA, 1993), 317-337, *Contemp. Math.*, 181, *Amer. Math. Soc.*, Providence, RI, 1995.
- [11] **Ochanine, S.** (1987). "Sur les genres multiplicatifs définis par des intégrales elliptiques.", *Topology* 26, 143-151.
- [12] **Ravenel, D.** (1986). "Complex cobordism and stable homotopy groups of spheres." *Pure and Applied Mathematics*, 121. Academic Press, Inc., Orlando, FL, xx+413 pp.
- ### Bibliografia
- Jackson, Allyn** (1996). "Downsizing at Rochester: Mathematics PhD program cut", *Notices of the Amer. Math. Soc.* 43, no.3, 300-306.
- Ravenel, D.** (1999). "Rochester Four Years Later: From Crisis to Opportunity", *Notices of the Amer. Math. Soc.*, 46, no.8, 861-863.

tardes de matemática

10 outubro 2009 15h30

Biblioteca Central da Universidade
da Beira Interior

a matemática da nova física

Carlos Folhals

Faculdade de Ciências e Tecnologia
da Universidade de Coimbra

12 dezembro 2009 15h30

Salão Nobre da Câmara Municipal da Covilhã

**a matemática no tempo
do mestre José vizinho**

Natália Beblano

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Maria José Tavares

Universidade Aberta

António Costa Canas

Centro de História das Ciências da Universidade de Lisboa

14 novembro 2009 15h30

Biblioteca Central da Universidade
da Beira Interior

**grandezas e misérlas da estatística
- prémios nobel e prémios Ig nobel**

Dinis Pestana

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Informações

Sociedade Portuguesa de Matemática

217 939 785

www.spm.pt

Delegação Regional Centro da SPM

275 329 256

Apoios:



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Covilhã | Portugal