

## Saber e Ensinar Matemática Elementar

por Jorge Nuno Silva  
[Universidade de Lisboa]

A didática da Matemática Elementar é hoje central no debate pedagógico da Matemática, tanto no âmbito nacional como internacional. Neste contexto, a obra de Liping Ma, há pouco publicada em Portugal, é incontornável e de leitura obrigatória. Sem o aconchego de repetir ideias partilhadas com os habituais centros de pressão (os velhos pedagogos, os novos pedagogos, etc.), Ma discute efectivamente a substância central do tema.

Este importante livro de Liping Ma, que surgiu nos EUA em 1999, foi agora publicado em Portugal pela Gradiva e pela SPM. Trata-se de uma obra muito importante que muitos deviam ler.

A autora compara, por intermédio de entrevistas, os desempenhos dos professores de Matemática Elementar chineses e norte-americanos.

Começemos pelo fim: Ma conclui, face aos dados que recolhe, que a capacidade pedagógica dos

docentes chineses está muito acima da dos americanos. E que a diferença advém do facto de os docentes orientais terem um conhecimento mais profundo das matérias que ensinam do que os seus colegas. Esta conclusão deve surpreender-nos, já que os americanos têm licenciaturas, enquanto os chineses, após o nono ano, têm somente mais três anos de preparação escolar.

Liping Ma não pretende ter desenvolvido um trabalho estatisticamente sofisticado

ou significativo. Também não compara a formação dos americanos globalmente com a dos chineses. Cinge-se a um tema muito concreto – as competências de ambos no ensino da Matemática Elementar – e aborda-o com questões muito precisas.

A autora conduziu os questionários a 23 docentes americanos e 72 chineses, baseando-se na colocação de quatro questões simples, versando os temas: algoritmo da subtracção, algoritmo da multiplicação, divisão por fracções e uma questão relacionando áreas com perímetros. Vamos exibir somente um exemplo, já que o consideramos suficiente para convencer os leitores a ler a obra integralmente.

Foi pedido aos professores que explicassem como ensinariam a divisão de  $7/4$  por  $1/2$ .

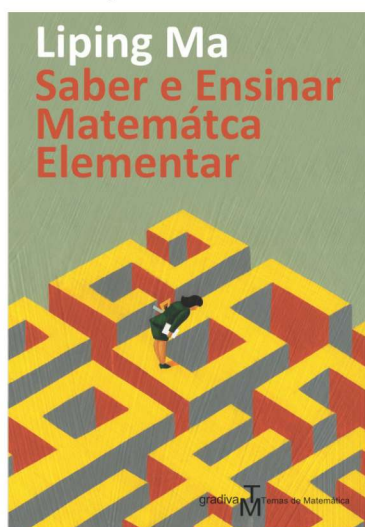
Os docentes orientais utilizavam histórias apropriadas, que correspondem à operação proposta. Alguns exemplos:

– Um grupo de trabalhadores constrói  $1/2$  km de estrada por dia. Quantos dias demora a construir uma estrada de  $7/4$  km de comprimento?

– Demorei  $7/4$  horas a percorrer metade da distância entre as cidades  $A$  e  $B$ . Quanto vai demorar a viagem toda?

– Metade de uma corda mede  $7/4$  metros. Quanto mede a corda toda?

Para mais exemplificações, alguns apelavam ainda ao facto de a característica da divisão ser a operação inversa da multiplicação. Em caso de



Saber e Ensinar Matemática Elementar  
Liping Ma  
"Temas de Matemática" SPM/Gradiva  
276 páginas | preço sócio SPM 14,40 €

necessidade, estavam prontos a provar aos alunos as suas afirmações. Forneceram vários expedientes técnicos para o cálculo da expressão, mostrando que, no dia-a-dia do ensino, fomentam a descoberta de formas de resolução adequadas a cada problema. Um exemplo que evita a utilização de multiplicações:

$$7/4 \div 1/2 = (7 \div 4) \div (1 \div 2) = 7 \div 4 \div 1 \div 2 = 7 \div 4 \div 1 \times 2 =$$

$$7 \div 1 \div 4 \times 2 = (7 \div 1) \div (4 \div 2) = \frac{7 \div 1}{4 \div 2} = \frac{7}{2}$$

Os americanos, além de não produzirem contextos para a operação, tinham dificuldades técnicas na respectiva execução.

Vale a pena categorizar, seguindo Liping Ma, as instâncias da divisão:

– *Measurement method* (“agrupamento”, na versão portuguesa)

$$\text{Exemplo: } 8 \text{ metros} / 2 \text{ metros} = 4$$

– *Partitive method* (“repartição”, na versão portuguesa)

$$8 \text{ metros} / 2 = 4 \text{ metros}$$

– *Product and factors* (“produto e factores”, na versão portuguesa)

$$8 \text{ metros quadrados} / 2 \text{ metros} = 4 \text{ metros}$$

Quando se ensina esta matéria, convém usar exemplos dos diversos tipos. É assim que se desenvolve a noção da operação.

Claro que este livro, que provocou uma onda de choque do outro lado do Atlântico, nos interessa mais pelo que nos diz sobre nós próprios e os nossos problemas educativos.

A contra-capla da edição portuguesa é clara a esse respeito. Além da opinião do presidente da SPM, foram colhidas opiniões de Arsélio Martins, presidente da APM (que apresentou publicamente a obra com o autor destas linhas e com Peter Gothen, na Biblioteca Municipal de Viana do Castelo, no dia 4 de Setembro passado), e Carlos Pereira dos Santos, vice-presidente da Associação Ludus, que se encontra presentemente a realizar um trabalho semelhante ao de Liping Ma entre nós.

Este livro adianta algumas das razões por trás do desempenho deficiente dos professores americanos. Algumas das quais talvez se encontrem no nosso sistema e, por isso, vale a pena meditar sobre elas.

A mais notória é os docentes chineses apresentarem conhecimento profundo das matérias que ensinam, ao contrário dos colegas norte-americanos. Ora estes têm mais estudos, o que levanta muitas interrogações. Parece poder concluir-se que para ensinar bem uma matéria é muito importante conhecê-la em profundidade, mesmo que se trate de Matemática Elementar. Como diz Ron Aharoni, esta não é complexa, mas é profunda! A actuação dos professores chineses ilustra esta afirmação. A situação americana é semelhante à nossa: as universidades ensinam matemática avançada mas irrelevante para os futuros professores, outras instituições ensinam mais a forma de ensinar do que os conteúdos, pelo que temos os dois extremos, a “carne dura e a sopa rala” de que fala Elon Lima. A preparação dos docentes chineses é curta mas eficaz, centra-se nas matérias que estes irão ensinar.

A utilização de bons manuais também é mencionada por Ma. Estes são estudados pelos professores chineses, individualmente e em grupo, durante a preparação das aulas. São de grande qualidade e revistos amiúde. Em Portugal, como nos EUA, existe a tendência para esperar que os professores preparem as suas lições através de investigações pessoais, que são invariavelmente morosas e menos eficientes. O superior conhecimento dos professores chineses é adquirido enquanto desempenham a sua função docente, porque lá, ao contrário de cá, acredita-se que há muito a aprender sobre a matemática dos primeiros anos. É que é exactamente quando se trata de ensinar uma matéria que se constata que o respectivo conhecimento profundo é de extrema importância. Não é quem sabe mais matemática que ensina melhor a Matemática Elementar, é quem melhor conhece a Matemática Elementar que o faz.

A conclusão global que o livro de Ma expõe é a de que a circularidade da situação em que nos encontramos poderá ser quebrada na formação de professores. Urge ensinar aos futuros professores as matérias que estes vão ensinar, já que presumir que estas estão implícitas na “carne dura” ou que mais vale a “sopa rala” são erros a evitar. Os apologistas dos dois extremos devem meditar sobre isto. *Saber e Ensinar Matemática Elementar* termina exactamente com uma citação de Dewey, apelando à compaginação destas duas atitudes. Para isso, que tal começar por ler este livro?



## A Matemática no Tempo do Mestre José Vizinho

por António Costa Canas e Maria Eugénia Ferrão [Coords]  
[Universidade de Lisboa e Universidade da Beira Interior]

*A Matemática no Tempo do Mestre José Vizinho* é a mais recente obra dos “Temas de Matemática”, a colecção SPM/Gradiva.

O período que ficou conhecido entre os historiadores como Renascimento caracteriza-se, como o seu nome indica, por um renascer da cultura clássica. O homem renascentista demonstra um interesse elevado pela filosofia, pela arte e pelas ciências gregas e romanas.

Para a difusão dos textos clássicos foi fundamental o contributo de Árabes e de Judeus. Estas comunidades traduziram e comentaram muitas obras gregas de geografia, astronomia, matemática, e de

outros ramos do saber. Este interesse pela ciência levou-os também a realizar investigação nessas áreas, contribuindo desse modo para o respectivo desenvolvimento. A ciência europeia do Renascimento é devedora em grande medida dos contributos destes sábios.

Uma obra que a tradição historiográfica considera de elevada importância para o desenvolvimento da ciência náutica portuguesa é o *Almanach Perpetuum* de Abraão Zacuto. Redigido originalmente pelo seu autor em hebraico, viu os seus cânones traduzidos para Latim e depois para Castelhano, pelo Mestre José Vizinho. Os dados que temos sobre a vida deste último indicam que deverá ter nascido na Covilhã.

Estes anos finais do século XV representam um período de elevado desenvolvimento da matemática no mundo ocidental, quer através da redescoberta de obras clássicas, quer pelo desenvolvimento de novas abordagens. Portugal tem um papel bastante activo neste processo. O expoente máximo desses contributos é Pedro Nunes, cuja actividade floresceu em meados do século seguinte. No entanto, uma das “forças motrizes” do interesse de Nunes pelos assuntos náuticos foi certamente a necessidade sentida em Portugal de encontrar soluções para os problemas que quotidianamente se deparavam aos homens do mar. E para solucionar esses problemas muito contribuíram diversos outros homens de saber, cuja existência permaneceu pouco conhecida até aos dias de hoje. Todos eles contribuíram para que Portugal ocupasse o papel estratégico no domínio do conhecimento e das técnicas fundamentais à navegação.

A personagem homenageada neste livro, Mestre José Vizinho, é um desses “ilustres desconhecidos”. A principal explicação para esse desconhecimento é a escassez de dados nas fontes históricas que possibilitem um conhecimento completo da forma como se desenvolveu a ciência náutica nesses primeiros anos dos Descobrimentos Portugueses. No



*A Matemática no Tempo do Mestre José Vizinho*  
António Costa Canas e Maria Eugénia Ferrão (Coords.)  
“Temas de Matemática” SPM/Gradiva  
210 páginas | preço sob consulta

entanto, é nossa convicção que o Mestre José desempenhou um importante papel em todo este processo, daí que tenhamos decidido organizar esta obra. O projecto mereceu todo o apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática – Delegação Regional do Centro e da Gradiva – e conta com o patrocínio da Universidade da Beira Interior e do banco BPI.

O livro *A Matemática no Tempo do Mestre José Vizinho* tem dois propósitos principais. O primeiro é recordar o nome e obra do Mestre José Vizinho no ano internacional da Astronomia; o segundo é contribuir para a difusão do conhecimento sobre os progressos proeminentes que se fizeram na matemática e na astronomia naquela época. Nestes termos, o livro versa temas sobre os aspectos da vida e obra do Mestre José Vizinho e a descrição do contexto social e cultural em Portugal e na Europa, sobre as contribuições dos portugueses para o avanço da matemática e da ciência naquela época e sobre o desenvolvimento da matemática na Europa.

Apresenta-se em seguida uma breve síntese de cada capítulo do livro.

### **Os Judeus, os astros e a astrologia, Maria José Tavares**

O capítulo aborda os saberes daquela época bem como os seus praticantes à luz das fontes históricas e literárias posteriores ao século XV. São mencionados factos históricos, desde o reinado de D. Dinis, para encontrar uma explicação para o interesse pela astrologia, por exemplo através da sua associação com a prática da medicina e, consequentemente, a relevância do cálculo das horas e dos dias favoráveis a determinado empreendimento. Ao longo do capítulo torna-se evidente o importante papel dos judeus na sociedade, em particular do Mestre José Vizinho, que juntamente com o Mestre Rodrigo foram os primeiros a medir a latitude astronómica no equador e a construir as respectivas tábuas de declinação solar que permitiriam aos portugueses navegar para sul do Equador e que depois seriam também aplicadas à navegação no hemisfério norte.

### **Mestre José Vizinho e a Junta de Matemáticos de D. João II, Carlos Manuel Valentim.**

O texto “Mestre José Vizinho e a Junta de Matemáticos de D. João II” baseia-se essencialmente em fontes primárias contendo dados sobre a vida e obra de Mestre José. O objectivo do autor foi tentar

lançar alguma luz sobre a personagem homenageada neste livro, uma vez que “pouco se sabe sobre a vida de mestre José Vizinho, e a sua identidade mergulha no mais completo mistério”.

Partindo dos elementos contidos nas fontes, procurou responder a diversas questões: “Quem se refere a este astrólogo? Onde aparece o seu nome? Que tipo de informação nos chegou?”. Fazendo uma análise crítica a estas questões conseguiu “ficar na posse de uma ideia mais nítida acerca de um judeu sefardita que influenciou duma forma determinante as navegações portuguesas nos séculos XV e XVI”.

### **A Renascença Matemática, Natália Bebianio**

O texto traça o panorama do conhecimento e desenvolvimento da matemática na Europa a partir do século XV. Em particular, aborda temas como as primeiras aritméticas, o desenvolvimento da álgebra, da álgebra retórica à álgebra simbólica, os avanços da trigonometria, a presença da matemática na arte renascentista, entre outros.

### **Pedro Nunes e as linhas de rumo, João Filipe Queiró**

A linha de rumo é uma curva que corta todos os meridianos segundo um mesmo ângulo. O seu interesse é enorme para os navegantes, uma vez que o instrumento que utilizam para obter as direcções, a bússola, tem como referência o meridiano.

Pedro Nunes foi quem primeiro estudou, de um modo sistemático, esta curva e os problemas associados à sua representação nas cartas de marear. Após esclarecer o que são as linhas de rumo e a sua importância em termos náuticos, o autor explica as mesmas em termos matemáticos.

### **A génese da navegação astronómica em Portugal, António Costa Canas**

As técnicas de navegar usadas pelos portugueses no início dos Descobrimentos foram aprendidas com os povos do Mediterrâneo. Conforme os navegantes se iam afastando cada vez mais para o largo, essas técnicas revelaram-se insuficientes. Foi então desenvolvida uma navegação oceânica, baseada no recurso a observações astronómicas.

Foram adaptados instrumentos para medir a altura dos astros, desenvolvidas técnicas de cálculo para determinação da latitude e criadas tabelas que forneceram alguns dados necessários para esses



# Livros Contados

[A Matemática no Tempo do Mestre José Vizinho]

cálculos. Em todo este processo de desenvolvimento destas técnicas de navegação, recorrendo à observação de astros, foi fundamental o papel dos astrónomos, nomeadamente de José Vizinho.

**O *Almanach perpetuum* e o impacto da imprensa na astronomia e na náutica dos séculos XV e XVI,**  
Luís Tirapicos

Num texto de revisão, analisa o impacto que a invenção da imprensa – em meados do século XV – teve na difusão de tratados e efemérides astronómicas e náuticas. Em particular, foca a sua atenção sobre as obras que influenciaram a composição do *Almanach perpetuum* (um dos primeiros livros impressos em Portugal) e aquelas que, possivelmente, foram influenciadas por este. Analisou ainda a forma como vários astrónomos/astrologos dos séculos XV e XVI integraram a imprensa nos seus programas de renovação da astronomia.

**Aritméticos portugueses dos séculos XVI e XVII.**  
Teresa Costa

Graças aos descobrimentos marítimos, Portugal conhece um período de prosperidade e de

grande actividade comercial durante o século XVI. O desenvolvimento do comércio favorece a criação de métodos aritméticos práticos e eficazes. Foi nesta época que apareceram algumas obras de referência em aritmética tais como o *Tratado da Pratica Darismetica*, de Gaspar Nicolas, *A Pratica Darismetica*, de Ruy Mendes, de 1540, o *Tratado da arte d' Arismetica*. A autora analisa o desenvolvimento da aritmética a partir desse período de grande prosperidade até ao século XVIII.

**Jogos de outros tempos,** Jorge Nuno Silva

O capítulo descreve jogos de outros tempos, a partir do *Rithmomachia* ou *Jogo dos Filósofos* até aos jogos de João de Barros. O *Rithmomachia* era um jogo pedagógico, criado para ilustrar a aritmética pitagórica. O *Rithmomachia*, que no século XV começou a ser usualmente designado por *Ludus Philosophorum*, beneficiou da expansão dos estudos humanísticos na Europa, bem como da evolução do ensino da matemática. Nesse século aparece outro jogo erudito em ambiente universitário, o *Ludus Astronomorum*.<sup>[1]</sup>