

**Encontro Nacional**  
**Sociedade Portuguesa**  
de  
**Matemática**

**8, 9 e 10 de Julho**

**Escola Superior de Tecnologia e Gestão**  
**Instituto Politécnico de Leiria**

**Suplemento**  
**2010**

[www.enspm10.iplleiria.pt](http://www.enspm10.iplleiria.pt)

**spm**  
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

**IPL**  
INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE LEIRIA



## Oradores convidados ENSPM2010

**Liping Ma** (Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching)

Liping Ma era ainda estudante quando foi enviada de Xangai para uma remota região rural da China para ser “reeducada” por camponeses, vindo a tornar-se professora na aldeia em que vivia. A sua carreira no ensino de Matemática Elementar começava assim no contexto da Revolução Cultural Chinesa. Durante os sete anos seguintes, leccionou os cinco níveis de escolaridade e tornou-se directora da escola local. Mais tarde, foi contratada como Directora-Geral da Educação Básica de todo o concelho. De regresso ao meio urbano, fez uma pós-graduação em Educação em Xangai e, em 1988, rumou aos Estados Unidos para estudar na Michigan University. Ali trabalhou em diferentes áreas, como formação de professores, educação matemática e educação comparada.



Liping Ma

Mas foi quando participou num inquérito nacional sobre a compreensão matemática dos professores americanos do Ensino Básico que se apercebeu dos equívocos que existiam entre eles, o que a levou a fazer comparações com os docentes chineses. Iniciou assim uma investigação sobre o ensino da matemática nos dois países, que daria origem ao aclamado livro *Saber e Ensinar Matemática Elementar*, recentemente publicado na colecção SPM/Gradiva “Temas de Matemática”. A obra, elaborada no âmbito do doutoramento que realizou na Stanford University e do pós-doutoramento concluído em Berkeley, traça algumas diferenças entre o ensino na China e o ensino nos EUA. Nela, Liping Ma lançou novas ideias para o debate sobre a educação e os métodos de ensino, estabelecendo relações entre a formação dos professores, as práticas docentes e a aprendizagem de crianças e jovens.

Actualmente, Liping Ma é investigadora na Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching e uma das vozes mais ouvidas no debate sobre o ensino.

**Robin J. Wilson** (Open University e Oxford)

Recentemente reformado da Open University, o matemático britânico Robin J. Wilson tem uma carreira com interesses bastante variados, entre os quais têm destaque a História da Matemática e a sua divulgação. Deixou o seu legado na *European Mathematical Society Newsletter*, de que foi editor-chefe entre 1999 e 2003, e, até à data, publicou cerca de trinta obras, incluindo livros muito populares sobre o jogo *Sudoku* ou o Teorema das Quatro Cores.

Em 2008, lançou *Lewis Carrol in Numberland*, traduzido para espanhol e japonês. Numa alusão a

*Alice no País das Maravilhas* e a *Alice do Outro Lado do Espelho*, Wilson desconstrói o trabalho de Lewis Carroll à luz da matemática. Entre as suas obras contam-se também *Sherlock Holmes in Babylon and Other Tales of Mathematical History*, de 2004, e *Four Colours Suffice: How the Map Problem Was Solved*, de 2002. Durante o encontro da Sociedade Portuguesa de Matemática, lançará *4000 Anos de Geometria*, livro organizado por Suzana Nápoles (Universidade de Lisboa) a partir das suas palestras.



Robin J. Wilson

Nascido em 1943, o matemático é filho de Harold Wilson, antigo primeiro-ministro britânico. Iniciou a vida académica na University College School, em Hampstead. Pertenceu ao quadro de honra do Balliol College, em Oxford, e obteve os títulos de mestre e de doutor na Pennsylvania University. Mas nem só de ciências exactas é feito o seu histórico académico. Revelando sempre um perfil multifacetado, repetiu a proeza de pertencer ao quadro de honra quando frequentava o curso Humanidades com Música, na Open University.

Ao longo da sua carreira, tem vindo a demonstrar particular interesse pela Teoria dos Grafos, nomeadamente pelos problemas de coloração, como o das quatro cores, e por história da matemática.

#### André Neves (Imperial College)


André Arroja Neves nasceu em 1975, em Lisboa, e tem desenvolvido investigação nas áreas de geometria diferencial e análise de equações com derivadas parciais. Actualmente professor do Departamento de Matemática Pura, do Imperial College, em Londres, iniciou a vida académica no Instituto Superior Técnico (IST). Além de Luís

Barreira, orientador de licenciatura, vários nomes ligados ao IST, como Miguel Abreu, Rui Loja Fernandes, Carlos Rocha e Ana Cannas, influenciaram o seu percurso. Terminada a licenciatura em Matemática, em 1999, partiu para os EUA para prosseguir os seus estudos. Na Stanford University obteve o doutoramento em Matemática, que fez entre 2000 e 2005, orientado por Richard Schoen. A partir de 2007 integrou a Princeton University como instrutor, passando mais tarde a trabalhar como professor assistente na mesma instituição.



André Neves com a filha de 17 meses

André Neves recebeu vários prémios e bolsas de diversas instituições. Em 2004, a Fundação Calouste Gulbenkian atribuiu-lhe uma bolsa de investigação com a duração de um ano. No ano seguinte recebeu do Clay Mathematics Institute o “Clay Lifto Fellow”, que apoia recentes doutorados. Em 2006 foi galardoado com o “Excellence in Teaching Award”, pelo Engineering Council de Princeton, e a National Science Foundation concedeu-lhe uma nova bolsa entre 2006 e 2009.

O seu percurso profissional tem sido marcado pela presença em diversos eventos internacionais. No seu currículo tem também inúmeros artigos publicados, muitos deles relacionados com topologia, como por exemplo “Singularities of Lagrangian Mean Curvature Flow: Zero-Maslov”, apresentado em 2007 na revista *Inventiones Mathematicae*. 

## Os Escritos Económicos de Bento de Jesus Caraça

Foi um dos maiores nomes da cultura científica portuguesa no século XX. Conhecido como matemático, divulgador, professor e até activista político, esteve, no entanto, toda a sua vida profissional numa Escola Superior de Economia e Gestão, antecessora do Instituto que hoje tem o mesmo nome. No livro *Bento de Jesus Caraça - Inéditos de Economia Matemática*, textos seus reunidos pelo economista Carlos Bastien permitem desvendar esta sua faceta tão pouco explorada.

### Como é que surgiu a ideia deste livro?

Fui aluno e sou professor do Instituto Superior de Economia e Gestão (ISEG), a escola de Bento de Jesus Caraça. Não o conheci pessoalmente, mas a sua intervenção na vida política e cultural do País e a sua condição de matemático e de académico fizeram dele uma figura marcante cuja memória está presente desde a sua época, influenciando sucessivas gerações. Quando procurei entender com algum pormenor a sua acção, verifiquei que existiam diversos estudos sobre o seu perfil enquanto matemático e professor e até alguma literatura de história política que o nomeava. Mas intrigou-me a quase completa ausência de referência ao seu pensamento económico. É que, aos 18 anos, entra como aluno na escola superior, faz um Curso de Comércio, que era o Curso de Economia na designação da época, lecciona toda a vida numa escola de economia, dirige um Centro de Matemática Aplicada à Economia (CEMAE), produz algumas linhas de orientação económicas enquanto dirigente político e é consultor económico de organizações sindicais. Alguma coisa Caraça havia de pensar a respeito de economia. Embora sabendo que a sua carreira académica tenha sido a de professor de matemáticas superiores, parti em busca desse seu lado oculto sobre o qual só tinha encontrado uma ou outra alusão circunstancial.

### Onde é que encontrou os textos agora publicados?

Em parte, no arquivo do próprio ISEG, onde existe o seu processo de aluno, contendo alguns dos seus trabalhos académicos. Existe ainda o seu arquivo pessoal, um conjunto vasto de manuscritos que foram conservados pela família e depositados na Fundação Mário Soares. A fundação digitalizou e catalogou toda essa documentação, o que constituiu um enorme progresso para a investigação. Encontrei ali uma série de documentos, na sua maior parte nunca referidos nos estudos já publicados. Encontrei em boa medida o Caraça que procurava, uma dimensão sem dúvida importante para a reconstituição do seu perfil enquanto homem de cultura e enquanto cidadão.

### Há algum texto que destaque particularmente?

Há dois textos relevantes que são completamente inéditos. Um é a tese de licenciatura, um texto de economia neoclássica de 1923. Corresponde a uma forma de apresentação da teoria económica que era praticamente desconhecida em Portugal. Ocupa-se aí de uma economia muito diferente da que lhe tinha sido apresentada enquanto estudante do Curso de Ciências Económicas. Embora esse seu texto não trouxesse inovação na cena internacional, supunha

uma inquietação teórica e uma atenção ao que se ia fazendo lá fora pouco comuns num estudante de licenciatura. É um texto obscuro na sua função, pois o regulamento do Instituto não previa a apresentação de teses de licenciatura, mas antes a realização de estágios profissionais. Aliás, Caraça realizou três destes estágios, cujos relatórios também estão publicados no livro. Mas a tese é algo misteriosa. Como Caraça exercia já funções docentes e se propunha a uma carreira académica, é possível que lhe tenha sido solicitado esse trabalho ou que ele mesmo tenha tido a iniciativa de o apresentar. O segundo texto, “Definições e Fórmulas”, é um exercício de economia marxista, o único que Caraça elabora, pelo menos se entendermos aqui a expressão ‘marxista’ em sentido estrito. É um texto que discute as contradições do capitalismo. Corresponde, aliás, a uma apresentação muito própria, original e pouco vulgar em relação ao que os teóricos da época e mesmo posteriores, na sua generalidade, fizeram sobre a dinâmica do sistema económico capitalista.

**O marxismo influencia a sua investigação?**

O marxismo de Caraça é bastante heterodoxo. Não tem a visão da economia marxista como expressão de interesses de classes oprimidas. Para ele, a ciência é una. A ideia que tem sobre a cultura popular, designadamente a económica, é a de uma cultura elaborada e difundida pelos intelectuais e não uma espécie de contracultura. É esse o sentido da sua acção na Universidade Popular e na direcção da Biblioteca Cosmos. Mesmo quando se refere à História da Economia Política, não defende a ideia de que Marx representa uma ruptura na História da Economia. A ruptura é para ele a matematização da economia. Há uma economia literária, pré-histórica, e uma economia científica que é matematizada, construída à semelhança da Física e das Ciências da Natureza.

**Caraça tem uma preocupação muito grande em oferecer cursos de Matemática Aplicada à Economia**

**no CEMAE, cursos de pós-graduação em que a matemática está fortemente presente...**

A maioria dos colaboradores vem mesmo da matemática pura, até porque as pessoas que colaboram, como o Manuel Zaluar Nunes ou o José Morgado, têm formação matemática e não económica. No CEMAE, Caraça procura oferecer uma formação de base em matemática como condição do desenvolvimento quer da econometria quer do cálculo actuarial, que são as duas áreas em cujo desenvolvimento aposta mais claramente. No último ano antes da extinção do CEMAE, surge também a problemática da contabilidade nacional, justamente quando se apercebe de que essa é uma das temáticas importantes da agenda científica e prática da época. Aliás, o sistema de contabilidade nacional foi em boa parte construído por pessoas que frequentaram o CEMAE e que mantiveram uma relação muito próxima com Caraça. Refiro-me a

Amaro Guerreiro, por sinal um economista a quem o Instituto recusou o doutoramento por razões puramente ideológicas, mas existiram outros casos semelhantes.

**Qual é o impacto que esses cursos têm nos cursos que o ISEG oferece hoje?**

Grande. Hoje todos os cursos de Economia têm uma componente matemática significativa, sendo que o ISEG acabou por acompanhar com algum atraso a tendência internacional. O momento-chave é a reforma dos estudos de economia em 1949. Mas, em termos directos, Caraça tem pouco a ver com esse processo, porque ele já tinha falecido e as pessoas que trabalharam com ele já tinham sido afastadas da escola ou nem sequer lhes tinha sido permitido iniciar uma carreira académica. A reforma acaba por ser protagonizada por uma nova geração, na qual se destaca – no que em particular respeita à introdução dos métodos quantitativos – o Professor Bento Murteira. Mas o trabalho que realizaram não terá sido totalmente perdido. Alguma memória terá ficado.



**Caraça tinha grande contacto e interesse pela matemática. Porque é que não procurou ser formalmente um matemático?**

Quando ele iniciou a sua carreira, a matemática e a economia eram campos separados. Predominava no Instituto, e não só, uma economia literária cientificamente pouco relevante, entregue a professores com formação jurídica. Não sabiam matemática nem queriam saber, e em muitos casos não eram exemplo de actualização científica. Ao seu lado existia a matemática, por sinal a área em que os professores do ISEG – designadamente Mira Fernandes e o próprio Bento Caraça – atingiram maior projecção científica, mas a sua acção era completamente desligada da economia. Mira Fernandes era um matemático, não tinha formação económica. Embora no mundo já houvesse correntes de pensamento económico que faziam forte uso da matemática, no Instituto esta era entendida como uma forma de disciplinar o raciocínio dos estudantes e não mais do que isso. É possível que a opção de Caraça pela matemática em detrimento da economia tenha sido resultado do seu contacto com Mira Fernandes.

**Pode-se dizer que Caraça era mais um educador do que um investigador?**

Não sou a pessoa mais adequada para fazer uma avaliação, mas tudo o que tenho lido e ouvido é que tinha uma excepcional capacidade pedagógica, aliás testemunhada pelas pessoas que frequentavam as suas aulas. Não todos os alunos, pois os maus alunos não tinham nenhum gosto pelas aulas de Caraça. Eram concebidas para um patamar de bons alunos, eram aulas exigentes. Caraça era pouco tolerante com alunos “cábulas”. Para mim, e creio que para muitas outras pessoas de diferentes gerações, o Bento Caraça matemático e educador é o autor dos fascinantes *Conceitos Fundamentais de Matemática*, que não é uma obra de investigação.

**Há também uma preocupação em criar as bases para a investigação em Portugal...**

Na sua acção à frente do CEMAE, é manifesta a intenção de lançar as bases de uma investigação organizada no campo da economia quantitativa. Procurou criar grupos de investigadores, proporcionando-lhes uma formação de base sólida. Caraça tem significado no campo da economia matemática não tanto porque tenha feito grande trabalho no plano da investigação económica pura ou aplicada, mas justamente porque procurou lançar os alicerces da investigação nesse campo. [M](#)

## Participe no programa social do ENSPM2010

### Porto de Honra no Castelo de Leiria

No dia 8 de Julho, entre as 19 horas e as 20h30, os participantes são convidados a subir ao Castelo de Leiria para um Porto de Honra, acompanhado de um agradável momento musical.

### Jantar do Encontro

O Tromba Rija, na Batalha, considerado um dos melhores restaurantes portugueses, acolhe o jantar que reunirá os participantes do Encontro no dia 9 de Julho, por volta das 20 horas. Paredes meias com o mosteiro da Batalha e envolvido pela bela Quinta do Fidalgo, disponibiliza uma ementa inspirada na tradicional cozinha portuguesa. Preço: 30 €

Será disponibilizado transporte a partir do local do Encontro para ambos os eventos.

|     |
|-----|
| 100 |
| 95  |
| 75  |
| 25  |
| 5   |
| 0   |

## Bento de Jesus Caraça Inéditos de Economia Matemática

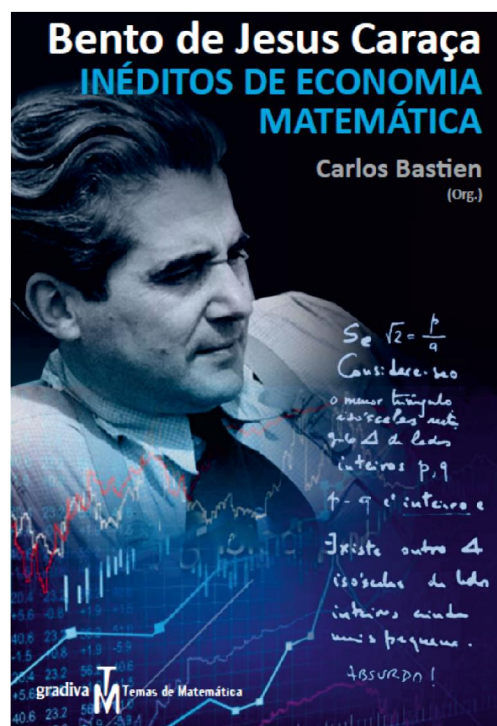
### Prefácio

O livro que aqui se apresenta ao leitor revela uma face menos conhecida de Bento de Jesus Caraça – a de um matemático preocupado com questões de economia e de teoria económica. Na sua esmagadora maioria, os textos são inéditos e foram reproduzidos a partir de originais encontrados na Fundação Mário Soares, que acolheu, catalogou e conserva o espólio do autor, assim como no Instituto Superior de Economia e Gestão (ISEG), escola onde Caraça se formou e leccionou.

Nascido em Vila Viçosa de origem humilde – os pais eram trabalhadores rurais –, Bento de Jesus Caraça destacou-se desde muito novo pelo seu extraordinário vigor intelectual. Apoiado pela esposa do empregador do pai, concluiu a instrução primária na sua terra natal, estudou em Santarém e depois no Liceu Normal de Pedro Nunes, onde terminou o curso liceal, entrando para o então Instituto Superior de Comércio. Na altura, esse estabelecimento, formado em 1911, já na Rua do Quelhas, onde permanece, era uma sombra daquilo que se tornaria mais tarde, com o nome de Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (1930), Instituto Superior de Economia (1972) e, finalmente, Instituto Superior de Economia e Gestão (1990).

Entretanto, o ISEG progrediu imensamente. Bento de Jesus Caraça, assim como o seu professor Aureliano de Mira Fernandes (1884-1958) e alguns dos que se seguiram, entre os quais Bento Murteira (n. 1924), foram agentes cruciais do grande progresso registado. Bento de Jesus Caraça, em particular, pelas suas excepcionais qualidades docentes, pelo seu conhecimento profundo da matemática, pelo seu empenho na divulgação da ciência e pelo brilho entusiasta que trazia a tudo aquilo em que se empenhava, foi um factor primordial para o progresso do instituto.

Será justo realçar que, em geral, os matemáticos e estatísticos – e o empenho no estudo e na investigação matemática e estatística – foram decisivos para o progresso dos estudos de economia, de finanças e de gestão, tanto naquela escola como no País e no mundo. Trouxeram um rigor novo, trouxeram critérios científicos novos, trouxeram – tanto com Mira Fernandes como na actualidade – uma internacionalização que é a marca da ciência.



*Bento de Jesus Caraça - Inéditos de Economia Matemática*

Bento de Jesus Caraça

Carlos Bastien (org)

“Temas de Matemática” SPM/Gradiva

240 páginas | 14,50€

# Livros Contados

[Bento de Jesus Caraça. Inéditos de Economia Matemática]

Quando Bento de Jesus Caraça entrou na Rua do Quelhas em 1918, foi imediatamente notado pelo seu professor Mira Fernandes, que o convidou para assistente, ainda estudante. Terminou o curso em 1923 com altas classificações. Nesse mesmo ano foi nomeado Professor Extraordinário e em 1929 Catedrático. Em 1938, em conjunto com os professores Mira Fernandes e Beirão da Veiga, fundou o Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia, do qual foi director até Outubro de 1946, ano da sua extinção por decisão ministerial. Este centro constituiu o primeiro grupo organizado de estudos sociais de base quantitativa. É o antecessor do actual Centro de Matemática Aplicada à Economia e Gestão (Cemapre), que também patrocina este livro.

Bento Jesus Caraça envolveu-se activamente na vida intelectual e científica portuguesa. Em 1940, foi um dos fundadores da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), de que foi presidente no biénio de 1943-1944. Foi colaborador frequente da *Gazeta de Matemática* e delegado da Sociedade a vários congressos internacionais.

Interveio criticamente em defesa da liberdade e do espírito crítico científico que, para ele, eram duas faces da mesma posição humanista. A sua verticalidade levou-o a ser expulso da escola que ajudou a construir.

Mas a sua actividade não esmoreceu. Passou o resto da vida a escrever, publicar, ensinar e intervir.

A sua actividade foi imensa e variada. Este livro, cuidadosamente organizado pelo professor Carlos Bastien, dá-nos conta de uma vertente menos conhecida. O estudo com que o nosso ilustre colega nos inicia na leitura ajuda-nos a perceber a época em que Caraça viveu e a sua herança intelectual. Ajuda-nos a perceber a sua confluência de interesses sociais e científicos. Leva-nos a percorrer com segurança estas páginas inéditas.

Numa edição como esta, as dívidas são muitas. Agradecemos ao nosso colega e amigo Carlos Bastien pelo seu incansável trabalho de estudo e edição. Agradecemos à Fundação Mário Soares e ao Instituto Superior de Economia pela ajuda no acesso aos originais. Agradecemos a João Caraça o incentivo e a autorização de publicação. Agradecemos à Gradiva e ao seu editor Guilherme Valente, herdeiros do espírito livre de Caraça e da sua histórica colecção Cosmos, pelo acolhimento dado a esta edição.

É uma coincidência feliz que este livro saia na colecção SPM/Gradiva, patrocinado pela Sociedade que o autor ajudou a fundar, e com apoio do Cemapre, que herda o seu interesse pelos estudos de economia matemática.

## Matemática e Comboios

### 100 Desafios Matemáticos Relacionados com os Comboios

Helder Pinto

“Partimos finalmente. Escassos minutos depois, deixávamos a terra espanhola e entrávamos na fronteira portuguesa. Aqui ninguém me perguntou pelo passaporte, apenas me pediram o nome. Ao dizê-lo repetiram-no mal e escreveram-no certamente ainda pior. Alegrei-me, como se tivesse chegado à minha pátria, pois havia alcançado o país no qual me esperavam amigos e um novo lar. E todo o trajecto era agora por caminho-de-ferro.”

#### Hans Christian Andersen, *Uma visita em Portugal em 1866*

##### Prefácio

O comboio é um meio de transporte único que, de facto, possui uma mística que o difere dos restantes. Distingue-se pelo seu conforto e pela liberdade de movimentos que permite aos seus ocupantes;

evidencia-se pelas paisagens únicas que, muitas vezes, apenas podem ser apreciadas na plenitude quando se viaja pelas linhas férreas e sobressai pelo convívio alegre entre amigos e familiares que mais nenhum meio de transporte consegue proporcionar. Por outro lado, muitos de nós cresceram a viajar de



comboio – quer no dia-a-dia quer nas férias – e ainda hoje guardam a nostalgia desse tempo. No meu caso pessoal, nunca esquecerei as viagens de comboio na linha do Douro que fiz na minha infância para ir à aldeia dos meus avós. Era uma viagem que demorava uma tarde inteira, mas não fazia mal, pois a vida nesse tempo corria mais devagar... Não se pense, contudo, que este fascínio pelo comboio é coisa do passado, pois este ainda persiste nas novas gerações. Ainda hoje é possível encontrar, frequentemente, crianças fascinadas na sua primeira viagem de comboio coladas aos vidros da janela a ver a paisagem a passar; a saltar de banco em banco à procura de tudo ver; a ouvir atentamente o picar dos bilhetes e a imitar alegremente o barulho constante das rodas a passar pelas junções dos carris...

A matemática provoca o mesmo tipo de fascínio mas, infelizmente, num número muito mais restrito de pessoas. Ao longo da minha vida encontrei muitas (demasiadas, digo eu...) que detestavam matemática

Helder Pinto é licenciado em Matemática (ramo educacional) pela FCUP e mestre em Matemática Pura pela FCTUC, estando actualmente a frequentar o doutoramento em História da Matemática da FCUL. Foi bolseiro na associação Atractor e publicou em 2009 o livro *História da Matemática na Sala de Aula* pela Associação Ludus.

mas que achavam curioso o meu entusiasmo pelas viagens de comboio. Deste facto surgiu a ideia de escrever um livro que pudesse conjugar estas duas realidades: os comboios e a matemática. De modo a ser um livro acessível a todos, a escolha recaiu na adaptação de alguns enigmas matemáticos à temática ferroviária nas suas diversas vertentes – alguns verdadeiros clássicos que ao longo

do tempo têm sido apresentados com diferentes “roupagens”. Acrescentaram-se ainda alguns originais e o resultado final é o que se apresenta nas páginas que se seguem. Os enunciados dos desafios são acessíveis a uma vasta gama de leitores, embora a resolução de alguns (poucos) exija um pouco mais de conhecimentos matemáticos. Estes últimos mantiveram-se, pois as dificuldades na sua resolução podem ser bastantes instrutivas, quando mais não seja para mostrar que, em certos casos, problemas bastante simples podem necessitar de matemática mais “complexa”.

Boa leitura e boas viagens de comboio.

### Uma viagem no Douro

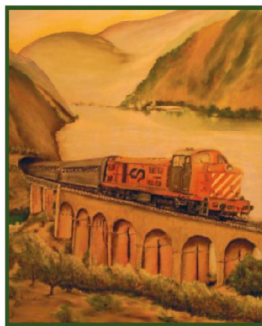
Uma das linhas de caminho-de-ferro mais belas de Portugal é a linha do Douro. O rio Douro, acompanhado pelas vinhas em socacos a partir das quais é feito o famoso Vinho do Porto, é o principal atractivo que leva muitos turistas a fazer a viagem de comboio entre a estação de Porto São Bento e a estação do Pocinho. O Tiago e o seu pai decidiram um dia fazer este percurso, saindo de manhã de Porto São Bento. Ao fim de algum tempo, pergunta o Tiago ao pai:

- Quanto é que já andámos de comboio?  
O pai responde-lhe da seguinte forma:

LEITURAS EM MATEMÁTICA

### MATEMÁTICA & COMBOIOS

Helder Pinto



100 Desafios Matemáticos  
Relacionados com Comboios

spm  
Sociedade Portuguesa de Matemática

*Matemática e Comboios. 100 Desafios Matemáticos  
Relacionados com os Comboios*  
Helder Pinto  
“Leituras em Matemática” SPM  
Preço sob consulta

# Livros Contados

[Os Instrumentos Náuticos de Navegação e o Ensino da Geometria]

- Metade da distância a que estamos agora da estação da Régua.

O Tiago deu-se por satisfeito mas, bastante mais tarde, voltaria a questionar o pai:

- Que distância falta percorrer para chegarmos ao Pocinho?

- Percorremos 117 km desde a tua última pergunta. Curiosamente, a resposta à tua nova pergunta é a mesma de antes: “metade da distância a que estamos agora da estação da Régua”.

Qual a distância entre a estação de Porto São Bento e a estação do Pocinho?



## Os Instrumentos Náuticos de Navegação e o Ensino da Geometria

Margarida Pinto

### Prefácio

O grande objectivo deste trabalho, que se apoia numa tese do Mestrado em Matemática para o Ensino da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, é a Geometria nos Ensinos Básico e Secundário. Abordando temas em geral aliciantes para os jovens, como o são a História da Expansão Portuguesa e a Astronomia, visitamos alguns resultados de Geometria, constantes ou não dos programas curriculares, mas sempre ao alcance dos alunos destes graus de ensino.

Assim, após uma breve incursão na Astronomia, onde nos limitamos à apresentação de alguns nomes e definições, analisamos o processo de construção e utilização dos instrumentos de determinação da altura de astros que se podiam encontrar a bordo de naus e caravelas. Leva-nos esta viagem a noções de Geometria como, entre outras, a relação entre a amplitude de um ângulo inscrito e a do correspondente ângulo ao centro, ou a de ângulos verticalmente opostos, além de aplicações elementares de Trigonometria Plana.

E porque nenhum dos instrumentos mencionados é funcional se não estiver convenientemente graduado, abordamos a construção geométrica de ângulos de diversas amplitudes, revisitando itens

como a construção da mediatriz de um segmento, a bissecção de um ângulo por processos como a construção tradicional da bissectriz, a relação entre ângulos inscritos e ao centro ou utilizando uma ferramenta como o esquadro de carpinteiro. Deixamos uma palavra especial para a trisseção de um ângulo, impossível de efectuar se nos restringirmos à utilização de compasso e régua não graduada, mas possível com outros recursos, e que, além da inerente aplicação geométrica, pode permitir um passeio agradável e produtivo na História da Matemática.

O capítulo dedicado à construção de tabelas trigonométricas, indispensáveis a alguns dos Instrumentos de Navegação, é uma aplicação de propriedades trigonométricas de triângulos rectângulos complementada pela justificação geométrica dos valores de  $\sin 0^\circ$  e  $\sin 90^\circ$  e pela dedução de algumas expressões conhecidas como a fórmula de  $\sin a/2$  e a do seno da soma de dois ângulos.

No capítulo Aplicação aos Programas dos Ensinos Básico e Secundário, além de uma menção especial ao papel da História Universal e da Matemática na sala de aula, analisamos a determinação de um valor aproximado de  $\pi$  por Arquimedes.

O desenvolvimento tecnológico trouxe aparelhos que permitem a navegação e a localização de rotas que

Margarida Matias Pinto é mestre em Ensino da Matemática pela FCUL. Professora do ensino secundário, leccionou vários anos cadeiras dos departamentos de Matemática da FCUL e da FCTUN. Pertence ao quadro da Escola Secundária com 3.º ciclo de Gama Barros, onde é professora, funções que acumula com actividades de coordenação das Olimpíadas Portuguesas de Matemática.



dispensam os cálculos que eram uma constante até há poucas dezenas de anos. Apesar disso, as escolas superiores continuam a insistir que o ensino dos métodos tradicionais de navegação deve ter um forte peso na formação dos pilotos. Não o fazem por masoquismo mas porque não há tecnologias 100% fiáveis. Uma avaria em satélites ou uma decisão política de desligar alguns poderá deixar os navios sem qualquer meio de informação, abandonados à sua sorte no mar alto.

Hoje, como há séculos, é fundamental que pilotos e navegadores sejam capazes de recorrer às técnicas menos elaboradas para, em caso de necessidade, chegar a bom porto.



*Os Instrumentos Náuticos e de Navegação e o Ensino da Geometria*  
Margarida Pinto  
"Leituras em Matemática" SPM  
Preço sob consulta

## 4000 Anos de Geometria

Robin Wilson

### Capítulo "Platão"

O segundo grande período da Matemática Grega teve lugar em Atenas com a fundação da Academia de Platão por volta de 387 a.C. num subúrbio de Atenas chamado "Academia" — de onde deriva a designação. A Academia de Platão está retratada por Rafael no fresco *A escola de Atenas* com Platão e Aristóteles no topo das escadas.



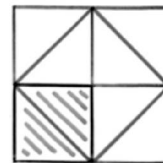
A Academia de Platão rapidamente se tornou o foco do estudo matemático e pesquisa filosófica. Diz-se que sobre a entrada estavam as palavras: *Que ninguém ignorante em geometria passe por estas portas.*

Platão escreveu um pequeno diálogo chamado *Meno* em que Sócrates pergunta a um jovem escravo como se duplica a área de um quadrado. O rapaz começou por sugerir que se duplicasse o lado do quadrado, mas isso multiplicaria a área por quatro.

Eventualmente ele irá pensar no quadrado cujo lado é a *diagonal* do quadrado inicial.

Robin Wilson, que colaborou em 1977 com Paul Erdos e tem o número Erdos 1, foi professor em Oxford, na Open University e no Gresham College. Tem importantes contributos na teoria dos grafos, no clássico problema das colorações de mapas e na história da matemática. É igualmente um dos mais conhecidos e respeitados divulgadores ingleses de matemática. (veja a biografia na página 26)

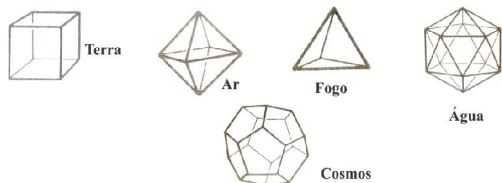
É um excelente exemplo do ensino por experimentação e está muito longe de qualquer coisa que se fizesse no Egito ou na Mesopotâmia.



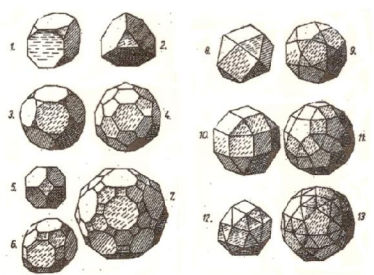
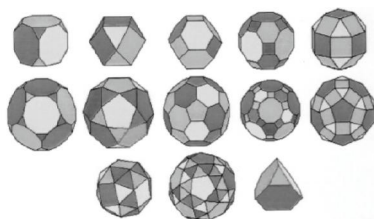
Platão acreditava que o estudo da matemática proporcionava o melhor treino para os que desejavam atingir cargos de responsabilidade no Estado. Na *República* discute exhaustivamente a importância das artes matemáticas: aritmética, geometria, astronomia e música. O livro *Timaeus* de Platão tem também interesse matemático e inclui a discussão dos cinco sólidos platónicos — o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro — nos quais as faces são todas polígonos regulares do mesmo tipo e a disposição dos polígonos em cada vértice é a mesma: por exemplo, o cubo tem seis faces quadradas em que três se encontram em cada vértice. Também associou quatro destes poliedros com os quatro elementos gregos — terra, ar, fogo e água — e associou o cosmos ao então recém-descoberto dodecaedro.

# Livros Contados

[4000 Anos de Geometria]



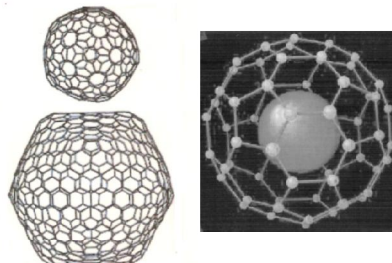
Cem anos mais tarde Arquimedes haveria de encontrar todos os sólidos semi-regulares, nos quais todas as faces são polígonos regulares mas não todos iguais.



Existem apenas 13 destes sólidos – por exemplo, o cubo truncado, obtido a partir de um cubo através do corte dos vértices, é formado por triângulos e octógonos. Têm nomes deliciosos, tais como o *Grande rombicoidedecaedro*, e foram posteriormente estudados por Johannes Kepler.



Alguns destes poliedros aparecem na Natureza como cristais e o icosaedro truncado, formado por pentágonos e hexágonos, surge na vida real como uma bola de futebol.



Curiosamente, acontece que *qualquer poliedro feito de pentágonos e hexágonos, com três faces a encontrarem-se em cada vértice (como numa bola de futebol), tem exactamente doze pentágonos*. Estes poliedros surgem também em química e na arquitectura.



Em química são designados por *fulerenos* ou *buckyballs*, e são moléculas cuja estrutura é a de um icosaedro truncado ( $C_{60}$ ) ou outro poliedro formado por pentágonos e hexágonos.



4000 Anos de Geometria  
Robin Wilson  
"Leituras em Matemática" SPM  
Preço sob consulta

Estas designações derivam do nome do arquitecto americano Buckminster Fuller, que desenhou a *cúpula geodésica*, uma estrutura muito leve e resistente, com uma relação qualidade/preço melhor do que qualquer outra. A sua aplicação mais conhecida foi no pavilhão americano na Feira Mundial "Expo 67".



# FEIRA DE AUTORES ENSPM2010

9 de Julho | Instituto Politécnico de Leiria | 17h45 às 19h



Carlos Bastien  
Jorge Buescu  
Nuno Crato  
Margarida Fonseca  
Lipping Ma  
Helder Pinto  
Robin Wilson  
e outros autores

# Programa do ENSPM2010

| Quinta-feira, 8 de Julho de 2010                             | Sexta-feira, 9 de Julho de 2010                                      | Sábado, 10 de Julho de 2010   |
|--|--|---|
| 9h00 - 13h00 - 3.º Mat Oeste                                 | 9h00 - 10h00 - Sessão Plenária, Jorge M. Pacheco, U. Minho           | 9h00 - 10h00 - Sessão Plenária, Mário J. Edmundo, U. Aberta         |
|  | 10h00 - 10h20 - Café   | 10h00 - 10h20 - Café  |
|  | 10h20 - 11h35 - Sessão Temática II                                   | 10h20 - 11h50 - Plenária + Mesa Redonda da Divulgação, Robin Wilson |
|  | 11h35 - 11h45 - Intervalo  | 11h50 - 13h00 - Assembleia Geral da SPM                             |
|  | 11h45 - 13h00 - Sessão Temática III                                  |   |
| <b>Almoço</b>  | <b>Almoço</b>  | <b>Almoço</b>   |
| 14h30 - 15h00 - Abertura do ENSPM                            | 14h30 - 16h00 - Plenária + Mesa Redonda da Investigação, André Neves | 14h30 - 16h00 - Sessão Temática V                                   |
| 15h00 - 16h30 - Plenária + Mesa Redonda do Ensino, Liping Ma | 16h00 - 16h30 - Café   | 15h45 - 16h00 - Intervalo   |
| 16h30 - 17h00 - Café   | 16h30 - 17h45 - Sessão Temática IV                                   | 16h00 - 17h15 - Sessão Temática VI                                  |
| 17h00 - 18h15 - Sessão Temática I                            | 17h45 - 19h00 - Feira de Autores                                     | 17h15 - 18h30 - Beberete  |
| 18h15 - 19h00 - Prémio Doutor Pedro Matos                    |  |   |
| 19h00 - 20h30 - Porto de Honra no Castelo                    | 20h00 - Jantar do ENSPM2010  |   |

