



# Mira Fernandes

## 1884-1958

LUÍS TRABUCHO DE CAMPOS  
Universidade Nova de Lisboa

Com o apoio da Fundação Calouste Gulbenkian, acaba de ser publicado o terceiro e último volume das Obras do Prof. Mira Fernandes. O primeiro volume abrange os anos 1910-1927, o segundo os anos 1928-1934 e o terceiro, os anos 1935-1957.

A ideia de publicar as Obras do Prof. Mira Fernandes é antiga mas só começou a ser concretizada em 1971 e está resumida na nota à edição dos diferentes volumes, da qual transcrevemos e adaptamos alguns excertos.

Data daquela altura um volume coordenado e prefaciado pelo Prof. Vicente Gonçalves, que iniciou uma tentativa de edição completa das Obras, tendo o livro saído sob a chancela do Centro de Estudos de Estatística Económica do então Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras.

Por essa razão, as Obras abrem com uma extensa e completa nota do Prof. Vicente Gonçalves sobre a vida e a obra do Prof. Mira Fernandes. Trata-se do mesmo texto que abria aquele volume publicado pelo Prof. Vicente Gonçalves em 1971 (I, p.1)\*.

Por razões de vária ordem a edição não prosseguiu e o Professor Vicente Gonçalves veio a falecer em 1985. Ao longo dos últimos anos foram várias as tentativas feitas para completar a edição das Obras do Professor Mira Fernandes mas, pelas mais variadas razões, nenhuma teve êxito. Porém, por ocasião do cinquentenário da sua morte e assinalando o centésimo vigésimo quinto ano do seu nascimento, juntaram-se várias instituições e personalidades para evocar o seu exemplo, através de diversas actividades.

**O Prof. Aureliano Lopes de Mira Fernandes nasceu a 16 de Junho de 1884 em S. Domingos, concelho de Mértola, e faleceu a 19 de Abril de 1958 em Lisboa. Foi um dos maiores matemáticos e homens de ciência portugueses do século XX.**

\*Para comodidade do leitor, indicaremos por  $(\alpha, \beta)$ ,  $\alpha \in \{I, II, III\}$ ,  $\beta \in \mathbb{N}$ , o volume e a página das Obras, referentes aos trabalhos mencionados.

Parte integrante dessa evocação foi a publicação das Obras do homenageado.

Esta edição apenas foi possível pela generosidade da herdeira do autor e pelos esforços de muitos discípulos e amigos do mestre. São inúmeras as personalidades que ao longo dos anos contribuíram para que a edição das obras do Professor Mira Fernandes se tornasse possível. Por desconhecimento, é-nos impossível mencioná-las exaustivamente.

Mais recentemente, a Dr.<sup>a</sup> Dulce Cabrita fez uma competente escolha de materiais. Os professores Bento de Jesus Murteira, Eduardo Arantes e Oliveira, Eduardo Borges Pires, Jacinto Nunes, Jaime Campos Ferreira, Joaquim Moura Ramos, Luís Canto de Loura e Nuno Crato contribuíram decisivamente para que esta edição se pudesse concretizar.

O momento da edição resultou da iniciativa da Universidade Técnica de Lisboa, em particular do Instituto Superior de Economia e Gestão e do Instituto Superior Técnico, escolas que tiveram o privilégio de ter contado com o Professor Mira Fernandes no seu corpo docente. O Centro de Matemática Aplicada à Previsão e Decisão Económica (Cemapre), continuador hodierno do Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia, fundado em 1938 por Mira Fernandes, Bento Caraça e Beirão da Veiga, disponibilizou os recursos de preparação final dos documentos bem como a assistência editorial da Dr.<sup>a</sup> Vera Lameiras. A Sociedade Portuguesa de Matemática, de que Mira Fernandes foi fundador e primeiro Presidente da Assembleia Geral, em 1940, associou-se a este esforço. A Academia das Ciências de Lisboa contribuiu generosamente com a abertura dos seus arquivos. A Universidade de Coimbra, através da sua Biblioteca Geral e da sua Biblioteca do Departamento de Matemática, facilitou o uso franco dos seus documentos.

Nestes volumes estão reunidos todos os trabalhos de carácter académico de publicação originalmente promovida ou autorizada pelo autor. Excluem-se textos de carácter pessoal, por exemplo, epistolar, ou de conteúdo académico geralmente menos significativo, como pareceres e louvores. Excluem-se, também, apontamentos de aulas, manuscritos, ou outros textos que não haja a certeza de o Professor Mira Fernandes ter considerado estarem em forma susceptível de publicação. Os trabalhos estão reproduzidos em *facsimile*. A ordenação é de carácter cronológico, com excepção dos textos com continuação e do texto final. No primeiro caso, optou-se por incluir todas as partes em sequência, mesmo que entre a primeira e a segunda parcelas de um mesmo trabalho outros tenham sido publicados. No segundo, reproduz-se um discurso do Professor Mira Fernandes, datado de 1954, o ano da sua jubilação.





Mira Fernandes doutorou-se em Março de 1911 na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra. Em Novembro desse mesmo ano foi convidado por Alfredo Bensaúde, primeiro director do Instituto Superior Técnico, para ser professor deste instituto. Começou por leccionar Matemáticas Gerais, mas os seus tópicos de eleição e que leccionou até ao seu jubileu foram Cálculo Diferencial, Integral e das Variações (2º ano) e Mecânica Analítica (3º ano). Além disso, a partir de 1918 tornou-se, também, regente da disciplina de Análise Matemática na antiga Escola Superior de Comércio.

O seu primeiro artigo científico foi, segundo o próprio, *Sur l'écart géodésique, la courbure riemannienne et la courbure associée de Bianchi*, (II, p. 15), publicado nos *Rendiconti della Reale Accademia Nazionale dei Lincei*, em Março de 1928. Neste trabalho, Mira Fernandes apresenta uma fórmula fundamental, generalizando outra de Levi-Civita. Este foi o início de uma longa e frutuosa correspondência entre os dois cientistas. Entre 1928 e 1938, os resultados mais importantes da investigação científica do Prof. Mira Fernandes, em Análise Matemática, Geometria Diferencial, Mecânica e Física Matemática, foram publicados pela *Accademia Nazionale dei Lincei*, tendo a sua maioria sido apresentada, para publicação, por Levi-Civita. Nestes notáveis trabalhos sobressaem três notas sobre a Teoria Unitária do Espaço Físico (1932-1934) (II, pp. 363, 387 e 447) e um outro sobre Conexões Finitas, onde, cortezmente, mostra uma incoerência, numa dedução feita por A. Einstein no artigo *Bivector Fields II*, conforme, adiante, se mencionará.

O seu último trabalho científico, intitulado *Estensori jacobiani parziali e derivati* (III, p.465), publicado na Revista da Faculdade de Ciências de Lisboa, data de 1957, um ano antes da sua morte.

Só é possível ter uma ideia completa da importância e do alcance das obras de Mira Fernandes lendo-as. Porém, para que o leitor possa ter um vislumbre do seu alcance, nada melhor do que reproduzir alguns excertos introdutórios e pequenas notas dos seus trabalhos.

Para o acto de conclusões magnas na Universidade de Coimbra, escreveu a dissertação inaugural **Theorias de Galois/I/Elementos da theoria dos grupos de substituições de ordem finita** (Coimbra, 1910) (I, p.21) primeira obra em língua portuguesa sobre o assunto. Começa deste modo:

*O importantíssimo problema da resolução algebrica das equações, largamente tratado por LAGRANGE e ABEL, tomou uma feição nova com as theorias e methodos de EVARISTO GALOIS.*

*Na sua Memoria Sur les Conditions de Résolubilité des Équations par Radicaux, publicada em 1846 no Journal de Mathéma-*

tiques Pures et Appliquées de LIOUVILLE, quatorze annos depois da morte do auctor, prova GALOIS que a toda a equação algebraica corresponde um determinado grupo de substituições sobre as respectivas raízes, de cujas propriedades, intimamente ligadas com as da equação, se póde concluir a possibilidade ou impossibilidade da sua resolução por meio de equações secundarias.

O primitivo problema baseia-se, desde então, na theoria dos grupos de substituições.

Sam os elementos d'essa theoria o objecto d'este desprezioso trabalho que terá como complemento o estudo da resolução algebraica das equações, segundo GALOIS.

No ano lectivo de 1922/1923 realizou no Instituto Superior Técnico um curso livre sobre *Geometria Infinitesimal*. Deste curso resultaram, mais tarde, duas monografias importantes, das quais se transcreve o início.

**Elementos da Teoria das Formas Quadráticas** – Lisboa – 1924 (I, p.189).

*A teoria das formas quadráticas é um dos mais notáveis e preciosos instrumentos da sciência moderna.*

*À fecunda utilização das formas algébricas nas teorias clássicas da álgebra e das formas diferenciais na geometria infinitesimal, acresce a sua primacial importância na exposição das teorias e métodos do cálculo tensorial e do cálculo diferencial absoluto.*

*Os conceitos de invariante e de parâmetro diferencial, e a facilidade da sua construção, para uma forma dada, mediante uma forma covariante auxiliar; a noção de derivada covariante, que tão simplesmente se presta também à formação de parâmetros diferenciais; o uso dos símbolos de Christoffel e de Riemann, facilitando o emprego e abreviando a transformação de complicadas expressões analíticas, são as razões fundamentais da fecundidade da teoria das formas quadráticas.*

**e Fundamentos da Geometria Diferencial dos Espaços Lineares** – Lisboa – 1927 (I, p.301)

*A sistematização do conceito de espaço homogéneo, por correspondência ao conceito de grupo, pela primeira vez realizada por F. Klein no célebre «Programa de Erlangen» (Vergleichende Betrachtungen über neure geometrische Forschungen), excluía os espaços não homogéneos, isto é, aqueles cujas propriedades não subsistem para tôdas as transformações dum determinado grupo.*

*A noção de espaço não homogéneo tinha sido definida por B. Riemann (Über die Hypothesen Welche der Geometrie zu Grunden liegen) alguns anos antes da publicação do «Programa de Erlangen» e estava-lhe destinado, no estabelecimento e na generalização recentes das doutrinas de Einstein, um lu-*

*gar proeminente no desenvolvimento da teoria física.*

*Sabia-se que o espaço riemanniano (o mais simples dos espaços lineares não homogéneos) admite uma homogeneidade infinitesimal, por correspondência biunívoca de cada ponto duma vizinhança infinitesimal do ponto M a um ponto do espaço euclidiano tangente a M.*

*Mas foi só em 1917 que Levi-Civita, definindo o conceito de deslocamento paralelo, estabeleceu duma maneira precisa a possibilidade de relacionar entre si biunivocamente os espaços euclidianos tangentes a um mesmo espaço riemanniano, em dois pontos quaisquer M e N, desde que seja definida a trajectória  $\overline{MN}$ . O conceito de Levi-Civita (que é aliás um dos infinitos modos possíveis de conferir ao espaço de Riemann uma conexão euclidiana) veio sugerir um critério de sistematização dos espaços não homogéneos: o critério de transporte.*

*Faltava, porém, relacionar os espaços não homogéneos com o conceito de grupo, base do «Programa de Erlangen». Essa relação foi recentemente estabelecida por E. Cartan, o criador do conceito de grupo de holonomia. Êste grupo desempenha na classificação dos espaços não homogéneos, em relação ao espaço euclidiano, um papel análogo ao do grupo de Galois na classificação das equações algébricas.*

*O intento dêste livro é classificar os transportes lineares e consequentemente as geometrias diferenciais a que êles servem de base, resumindo as recentes investigações de Weyl, Schouten, Struik, Blaschke, etc.*

*Dêsses transportes há alguns (como o transporte affim de Eddington e o transporte conforme de Weyl) que já hoje têm uma utilização importante nas teorias relativistas.*

Na continuação dos trabalhos de Doutoramento, de Março de 1911, redigiu duas monografias que publicou sucessivamente em 1929 e 1931: **Grupos de Substituições e de resolubilidade Algébrica I e II** (II, p.57 e p.251), onde se afirma :

*Ampliando, em termos de maior minúcia, os princípios da teoria dos grupos de substituições de ordem finita, que, em tempo, publiquei com o título de «Teoria de Galois»; e acrescentando-lhes os fundamentos da teoria da resolubilidade algébrica, para a qual o conceito de grupo é o principal instrumento de análise, êste livro pretende apenas, pelo caminho mais curto e nos termos mais simples, expor sumariamente e elementarmente um dos mais belos e importantes capítulos da álgebra moderna. Não tem pretensões de tratado, mas sómente modestos intuitos de iniciação.*

Em 1945/1946 aparece a quinta monografia **Geometria das Distâncias**, Cadernos de Análise Geral 13, 17 e 18 – Porto, (III, p.219, 237 e 255).



Todas estas monografias são muitíssimo importantes ou porque são as primeiras obras em português sobre as teorias de Galois ou porque constituíram a fronteira do conhecimento na época.

Outra grande preocupação de Mira Fernandes era a clarificação das ideias matemáticas e as suas sistematização e generalização.

São exemplo dessa sistematização as suas lições **Moder- nas Concepções da Mecânica** (II, p.395), nas quais de uma forma original e magistral se vai da Mecânica Newtoniana à Mecânica Quântica, passando pela Relatividade Restricta e Generalizada, ou ainda o artigo **Equazioni della Dinamica** (III, p.115), onde escreve:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial e'_\alpha} = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, \nu.$$

*È questa la forma piú condensata per scrivere le equazioni della dinamica, per le forze ordinarie, e da essa risultano im- mediatamente le forme usuali di Appell e di Maggi.*

É exemplo dessas clarificação e generalização a publicação **Curvatura Linear** (II, p.245), que abre do modo seguinte:

*A análise das singularidades que podem apresentar os conceitos fundamentais da geometria dos espaços de Riemann, quando os coeficientes da forma diferencial quadrática, que define a métrica, não são funções regulares das coordenadas, está quasi completamente por fazer. Numa Nota das suas «Leçons sur la Géométrie des espaces de Riemann», o prof. Cartan examina uma hipótese de singularidade dos referidos coeficientes que o conduz, nos espaços riemannianos a três dimensões, ao conceito de curvatura linear do espaço; conceito que generaliza, neste caso singular, o da curvatura riemanniana ordinária que é, como se sabe, superficial.*

*É objecto desta Nota, seguindo de perto o raciocínio de Cartan, estabelecer um conceito semelhante para as superfícies do espaço ordinário.*

É exemplo de rigor o artigo **Conexões Finitas** (III, p.207) de 1945, no qual se comenta e generaliza o trabalho *Bivector Fields* de A. Einstein publicado no *Annals of Mathematics*, vol. 45, Jan. 1944. Afirma-se no início:

*Numa nota recente define o Prof. Einstein a conexão afim não-infinitesimal, numa variedade  $V_n(x^1, x^2, \dots, x^n)$  à custa de certos bivectores cujas componentes são funções das coordenadas de dois pontos da variedade; e não apenas dum ponto, como as do tensor métrico de Riemann.*

Seguidamente, resume-se o início da referida nota e enumeram-se os postulados impostos por A. Einstein sobre as equações obtidas, que o autor designa por : I,  $I_a$ ,  $I_b$ , II,  $II_a$ ,  $II_b$  e III.

Segue-se uma análise das consequências destes postulados e tem-se:

*... Certamente por lapso, o professor Einstein afirma que 9) resulta de 8), em virtude de  $I_a$ . Ora...*

*Isto é, de III e  $I_a$  resulta apenas  $I_b$ . De resto, se de III e  $I_a$  resultasse...*

*Isto é, os postulados  $II_a$  e  $II_b$  seriam consequência de III e  $I_a$ ; e haveria apenas dois postulados distintos: I e III.*

*Esta circunstância tornaria illusória, como já vamos ver, a generalização da teoria, formulada mais adiante...*

*Fizemos tão pormenorizada referência ao artigo do Prof. Einstein para podermos analisar a generalização da teoria...*

Para além dos artigos científicos, o Prof. Mira Fernandes deixou-nos inúmeras outras obras, que também podem ser encontradas nestes volumes e que passamos a descrever.

Estudos sobre instituições :

O Instituto Superior de Comércio de Lisboa (I, p.129)

Bodas de Prata (25 anos do IST) (III, p.47)

Bodas de Prata (25 anos da revista Técnica) (III, p.319)



Palestras de abertura de eventos:

Oração de Sapientia (II, p.1)

Congresso de História da Actividade Científica Portuguesa (II, p.97)

Várias notas sobre tópicos científicos:

A teoria das equações diferenciais e a ciência Francesa (II, p.457)

Evolução do Cálculo Variacional (III, p.25)

Em 25 anos (evolução científica entre 1911 e 1936) (III, p.17)

Notas sobre a vida e a obra de diversos cientistas pelas mais diversas ocasiões, nomeadamente:

Galileo (II, p.9)

Poincaré (II, p.239)

Painlevé (II, p.437)

Heisenberg, Schrödinger e Dirac (II, p.443)

Lagrange (III, p.11)

Levi-Civita (III, p.143)

Sophus Lie (III, p.167)

Riemann (III, p.449)

Ideias sobre o ensino da Matemática:

O espírito matemático e a Cultura Geral (II, p.21)

O Livro e o Mestre (III, p.281)

Epítomes (III, p.381)

Tal como afirmado, muito ainda ficou por publicar. O que resta da correspondência e de notas pessoais poderá ter interesse, nomeadamente, a troca de ideias com outros cientistas; o convite para leccionar em Princeton no início dos anos 30 do século XX e que recusou; os diversos convites para ocupar cargos públicos e que, também, foram recusados; os poemas; as notas sobre os mais variados assuntos culturais. Mas, sobretudo, valeria a pena rever e publicar as notas dos seus cursos, das quais existem várias versões redigidas pelos seus alunos. São estes:

Cálculo Integral, Diferencial e das Variações

Mecânica Racional

Matemáticas Geraes

Três obras que, ainda hoje, seriam de grande utilidade para inúmeros estudantes e professores.



#### BIBLIOGRAFIA

J. VICENTE GONÇALVES, «Obras Completas de Aureliano de Mira Fernandes»: Vol. I, Centro de Estudos de Estatística Económica do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras, Lisboa, 1971.

M. J. de ABREU FARO, «Professor Mira Fernandes», Boletim do Centro Internacional de Matemática (CIM), nº 2, p.7-8, Coimbra, 1997.

M. J. de ABREU FARO, «Aureliano de Mira Fernandes, Professor do Instituto Superior Técnico», Técnica, nº 449/450, Ano LIII, Vol. XL, p. 1-10, Lisboa, 1978.

«Aureliano de Mira Fernandes, Obras I, 1910-1927», Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2010.

#### SOBRE O AUTOR

**Luís Trabuco de Campos** é Professor do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e membro do Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais (CMAF) da Universidade de Lisboa.