Líderes e Tomada de Decisão

Alberto A. Pinto[a] aapinto@fc.up.pt
Leandro Almeida[b] leandro@ie.uminho.pt
José Cruz[c] jcruz@psi.uminho.pt
Helena Ferreira[d] helenaisafer@gmail.com

Como é que os líderes influenciam os seus seguidores sob um ponto de vista de teoria de jogos?

1. Introdução

O objectivo principal da Teoria do Comportamento Planeado (ver Ajzen [1]) é entender e prever como é que os indivíduos transformam as suas intenções em comportamentos. Almeida, Cruz, Ferreira e Pinto [2] criaram um modelo de teoria de jogos, inspirado nos trabalhos de Cownley e Wooders [3], no qual são considerados dois tipos de características dos indivíduos, descritos como tipo pessoal e tipo observável. O tipo pessoal refere-se às características do indivíduo não observáveis pelos outros indivíduos e que influenciam a sua tomada de decisão. O tipo observável de um indivíduo refere-se às características do indivíduo observáveis pelos outros e que influenciam a tomada de decisão dos outros. Almeida, Cruz, Ferreira e Pinto [4] apresentaram um modelo de teoria de jogos para estudarem a influência dos líderes sobre os seus seguidores (ver Daya et al. [5] e Sternberg [6]). Aqui fazemos uma breve exposição deste modelo seguindo os trabalhos de Almeida, Cruz, Ferreira e Pinto [4, 2].

2. Modelo

Almeida et al. [2] construíram um modelo de teoria de jogos que passamos a descrever. Denotemos por S o conjunto de todos os indivíduos. Para cada indivíduo $s \in S$, podemos distinguir dois tipos de características: o tipo pessoal e o tipo observável. A cada indivíduo $s \in S$ associamos o seu *tipo pessoal* $\mathcal{T}(s) = t \in T$ que determina as características do indivíduo não observáveis pelos outros indivíduos e que influenciam a sua tomada de decisão. A cada indivíduo $s \in S$

[a] Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto; LIAAD-INESC Porto LA, Universidade do Porto // [b] Instituto de Educação, Universidade do Minho // [c] Escola de Psicologia, Universidade do Minho // [d] LIAAD-INESC Porto LA, Universidade do Porto.

associamos o seu *tipo observável* $\mathcal{C}(s) = c \in C$ que determina as características do indivíduo observáveis pelos outros e que influenciam a tomada de decisão dos outros. Na Teoria do Comportamento Planeado, as variáveis intrapessoais, atitude e auto-eficácia estão associadas ao tipo pessoal e as variáveis interpessoais, socioculturais e normas sociais estão associadas ao tipo observável (ver Almeida et al. [2]).

Os indivíduos definem uma *estratégia* $\mathcal{G} : S \to G$, i.e cada indivíduo $s \in S$ escolhe o grupo/comportamento $\mathcal{G}(s)$. Cada estratégia $\mathcal{G}$ corresponde a uma intenção na Teoria do Comportamento Planeado. Dado um grupo/comportamento, $\mathcal{G} : S \to G$, o *vector observável* $m(\mathcal{G}) \in (\mathbb{N}^C)^G$ é o vector cujas componentes $m_c^g = m_c^g(\mathcal{G})$ indicam o número de indivíduos em g com tipo observável $c \in C$, i.e.

$$m_c^g = \#\{s \in S : \mathcal{G}(s) = g \wedge \mathcal{C}(s) = c\}.$$

Denotemos por $s_{t,c}$ o indivíduo s com tipo pessoal t e tipo observável c. O bem-estar, ou a satisfação pessoal, que um indivíduo tem ao pertencer a um grupo/comportamento $g \in G$, com *vector observável* $m = m(\mathcal{G})$, é determinado pela sua função de utilidade $u_{t,c} : G \times (\mathbb{N}^C)^G \to \mathbb{R}$ definida por

$$u_{t,c}(g, m) = V_{t,c}^g + f_{t,c}^g(m),$$

em que (i) $V_{t,c}^g$ mede o grau de satisfação de cada indivíduo $s_{t,c}$ por escolher o grupo/comportamento $g \in G$, (ii) $f_{t,c}^g(m)$ mede o grau de satisfação de cada indivíduo $s_{t,c}$ tendo em conta a sua interacção com os elementos $m_{c'}^g$, de tipo observável $c' \in C$, que escolhem o mesmo grupo/comportamento $g \in G$.

A estratégia $\mathcal{G}^* : S \to G$ do grupo/comportamento é um *equilíbrio de Nash* se, considerando as escolhas de todos os indivíduos, nenhum indivíduo se sente motivado para mudar de grupo/comportamento, i.e. a sua utilidade não aumenta com a mudança do seu grupo/comportamento (ver Pinto [7]).

O dicionário entre Teoria de Jogos e Teoria do Comportamento Planeado está sumarizado na figura 1 (ver Almeida et al. [2]).

No que se segue, para o indivíduo $s_{t,c}$ que escolhe o grupo/comportamento $g \in G$, assumimos, por simplicidade, que $f_{t,c}^g : (\mathbb{N}^C)^G \to \mathbb{R}$ é afim, i.e.

$$f_{t,c}^g(m) = -A_{t,c}^{g,c} + \sum_{c' \in \mathscr{C}} A_{t,c}^{g,c'} m_{c'}^g, \qquad (1)$$

em que $A_{t,c}^{g,c'}$ avalia a satisfação que cada indivíduo $s_{t,c}$ tem na presença de um indivíduo com tipo observável $c' \in g$. Notamos que $-A_{t,c}^{g,c}$ aparece na fórmula (1) porque o indivíduo $s_{t,c}$ não está incluído na contagem do número de indivíduos $s_{t,c}$ com o mesmo tipo observável que ele e que, também, escolhem o mesmo grupo/comportamento g.

Denotemos por $S_{(t,c)}$ o grupo de todos os indivíduos com o mesmo tipo pessoal $t \in T$ e o mesmo tipo observável $c \in C$ e denotemos por $n(t,c)$ o número de indivíduos em $S_{(t,c)}$.

Observação 1 *Uma forma alternativa para interpretar $S_{(t,c)}$ é considerar que $n(t,c)$ é o número de vezes que um mesmo indivíduo $s_{t,c}$ tem de tomar uma acção. Neste caso, $A_{t,c}^{g,c} > 0$ pode ser interpretado como a recompensa individual positiva obtida pela repetição da escolha do mesmo grupo/comportamento $g \in G$, ou seja, o indivíduo $s_{t,c}$ não sente um efeito de saturação por repetir a mesma escolha. Por outro lado, $A_{t,c}^{g,c} < 0$ pode ser interpretado como a recompensa individual negativa obtida pela repetição da escolha do mesmo grupo/comportamento $g \in G$, ou seja, o indivíduo $s_{t,c}$ sente saturação, tédio ou frustração por repetir a mesma escolha.*

3. LÍDERES

Um líder é um indivíduo que pode influenciar os outros na escolha de um determinado grupo/comportamento. Consideramos que o líder escolhe o seu grupo/comportamento $g \in G$ antes dos outros indivíduos e, por isso, os outros

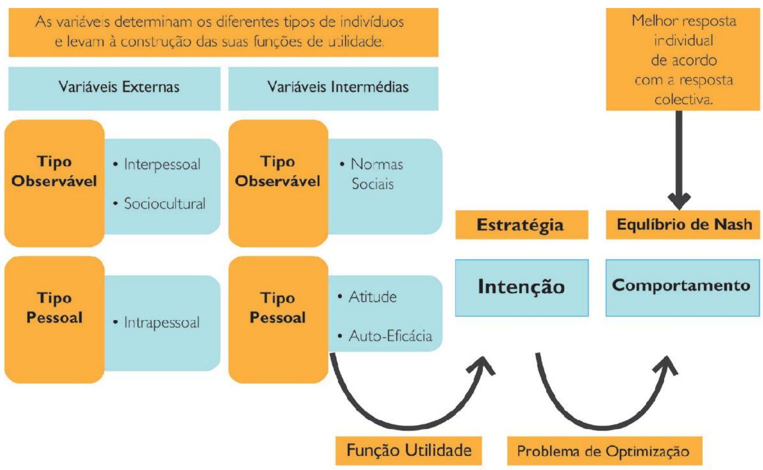

Figura 1. Modelo Teórico/Teoria do Comportamento Planeado.

indivíduos já sabem a decisão do líder antes de fazerem a sua própria escolha. Vamos estudar de que forma o líder s_{t^l,c^l} pode influenciar os seus seguidores s_{t^f,c^f} a escolherem o mesmo grupo/comportamento g que ele. Caracterizamos o líder com os seguintes parâmetros (α, R, V, L), que passsamos a descrever:

- *Líderes altruístas e individualistas.* O líder s_{t^l,c^l} valoriza V o grupo/comportamento g e tem a capacidade de doar uma parte $(1-R)V$ aos seus seguidores. Portanto, o parâmetro R determina a fracção $(1-R)V$ do bem V doado pelo líder aos seguidores. Após a doação, a nova valorização do líder s_{t^l,c^l} para o grupo/comportamento g é $V^g_{t^l,c^l} = RV$. O líder ***altruísta*** é o líder que provoca uma valorização do grupo/comportamento g para os seguidores que o escolham, i.e. $0 < R < 1$. O líder individualista é o líder que provoca uma desvalorização, ou dívida, do grupo/comportamento g para os seguidores que o escolham, i.e. $R > 1$.

- *Seguidores criadores e consumidores de riqueza.* Definimos α como o parâmetro de consumo ou criação de riqueza pelos seguidores na valorização do bem distribuído pelo líder. Portanto, a valorização dos seguidores s_{t^f,c^f} é dada por
$$V^g_{t^f,c^f} = \bar{V}^g_{t^f,c^f} + \frac{\alpha(1-R)}{n(t^f,c^f)}V,$$
em que $\bar{V}^g_{t^f,c^f}$ corresponde à valorização do grupo g pelos seguidores s_{t^f,c^f} anterior à dádiva do líder. Quando $0 < R < 1$, se $\alpha > 1$, há uma criação de riqueza pelos seguidores s_{t^f,c^f} a partir da riqueza que o líder distribui; mas, se $0 < \alpha < 1$, há um consumo de riqueza pelos seguidores s_{t^f,c^f} da riqueza que o líder distribui. Quando $R > 1$, se $0 < \alpha < 1$, há uma diminuição da dívida (criação de riqueza) pelos seguidores s_{t^f,c^f} a partir da dívida que o líder distribui, mas, se $\alpha > 1$, há um aumento (consumo de riqueza) da dívida pelos seguidores s_{t^f,c^f} a partir da dívida que o líder distribui. Os seguidores são *criadores de riqueza* quando $0 < R < 1$ e $\alpha > 1$ ou quando $R > 1$ e $0 < \alpha < 1$. Os seguidores são *consumidores de riqueza* quando $0 < R < 1$ e $0 < \alpha < 1$ ou quando $R > 1$ e $\alpha > 1$.

- *Líderes influentes e persuasivos.* A influência ou persuasão do líder s_{t^l,c^l} nos seguidores s_{t^f,c^f} é medida pelo parâmetro L em que
$$A^{g,c^l}_{t^f,c^f} = LA^{g,c^f}_{t^f,c^f}$$
corresponde à satisfação que os seguidores têm quando decidem escolher o mesmo grupo/comportamento que o líder. De forma equivalente, podemos considerar que $A^{g,c^l}_{t^f,c^f} = A^{g,c^f}_{t^f,c^f}$ e que os seguidores têm uma nova valorização $V^{g'}_{t^f,c^f} = V^{g'}_{t^f,c^f} + (1-L)A^{g,c^f}_{t^f,c^f}$ ao escolherem o grupo/comportamento $g' \in G \setminus \{g\}$ sob a influência do líder. Quando $A^{g,c^f}_{t^f,c^f} > 0$, se $L < 1$, os seguidores têm uma menor satisfação em estarem com o líder do que com os seguidores ou, de forma equivalente, têm uma maior valorização ao escolherem um grupo/comportamento diferente do do líder; mas, se $L > 1$, os seguidores têm uma maior satisfação em estar com o líder do que com os seguidores, ou de forma equivalente, têm uma menor valorização ao escolherem um grupo/comportamento diferente do do líder.
Quando $A^{g,c^f}_{t^f,c^f} < 0$, se $L > 1$, os seguidores têm uma menor satisfação em estarem com o líder do que com os seguidores ou, de forma equivalente, têm uma maior valorização ao escolherem um grupo/comportamento diferente do do líder; mas, se $L < 1$, os seguidores têm uma maior satisfação em estar com o líder do que com os seguidores, ou de forma equivalente, têm uma menor valorização ao escolherem um grupo/comportamento diferente do do líder.
O líder é influente ou persuasivo quando $A^{g,c^f}_{t^f,c^f} > 0$ e $L > 1$ ou quando $A^{g,c^f}_{t^f,c^f} < 0$ e $L < 1$.

Definimos o valor dos *piores vizinhos* $P_g(t^f,c^f)$ do indivíduo s_{t^f,c^f} na escolha do grupo/comportamento g por
$$P_g(t^f,c^f) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{c' \in C,\, A^{g,c'}_{t^f,c^f} < 0} A^{g,c'}_{t^f,c^f} \sum_{t' \in T \setminus \{t^l\}} n(t',c'), & \text{se} \quad A^{g,c^f}_{t^f,c^f} \geq 0 \\ \displaystyle -A^{g,c^f}_{t^f,c^f} + \sum_{c' \in C,\, A^{g,c'}_{t^f,c^f} < 0} A^{g,c'}_{t^f,c^f} \sum_{t' \in T \setminus \{t^l\}} n(t',c'), & \text{se} \quad A^{g,c^f}_{t^f,c^f} < 0. \end{cases}$$

Definimos o valor dos *melhores vizinhos* $M_{g'}(t^f,c^f)$ do indivíduo s_{t^f,c^f} na escolha do grupo/comportamento g' por
$$M_{g'}(t^f,c^f) = \begin{cases} \displaystyle -A^{g',c^f}_{t^f,c^f} + \sum_{c' \in C,\, A^{g',c'}_{t^f,c^f} > 0} A^{g',c'}_{t^f,c^f} \sum_{t' \in T \setminus \{t^l\}} n(t',c'), & \text{se} \quad A^{g',c^f}_{t^f,c^f} \geq 0 \\ \displaystyle \sum_{c' \in C,\, A^{g',c'}_{t^f,c^f} > 0} A^{g',c'}_{t^f,c^f} \sum_{t' \in T \setminus \{t^l\}} n(t',c'), & \text{se} \quad A^{g',c^f}_{t^f,c^f} < 0. \end{cases}$$

Teorema 1 *Considere-se que o líder* s_{t^l,c^l} *escolhe o grupo/comportamento* $g \in G$. *Se, para todo* $g' \in G \setminus \{g\}$,

$$\frac{\alpha(1-R)}{n(t^f,c^f)}V + LA^{g,c^f}_{t^f,c^f} > V^{g'}_{t^f,c^f} - \bar{V}^{g}_{t^f,c^f} + M_{g'}(t^f,c^f) - P_g(t^f,c^f) \qquad (02)$$

então $\mathcal{G}^*(s_{t^f,c^f}) = g$, *para todo equilíbrio de Nash* $\mathcal{G}^*$.

A desigualdade (2) traduz uma condição suficiente no valor da doação $(1-R)V$ e na influência ou persuasão L do líder e no consumo ou na criação de riqueza α dos seguidores para que os seguidores escolham o mesmo grupo/comportamento do líder. Conclui-se, a partir da desigualdade (2), que o líder individualista poderá ter de ser mais persuasivo do que o líder altruísta para conseguir convencer os seguidores a escolherem o mesmo grupo/comportamento do líder.

Demonstração 1 *Suponhamos, por redução ao absurdo, que* $\mathcal{G}^*$ *é um equilíbrio de Nash no qual, pelo menos, um dos seguidores* s_{t^f,c^f} *escolhe um grupo/comportamento* $g' = \mathcal{G}^*(s_{t^f,c^f}) \in G \setminus \{g\}$. *Por construção do valor dos melhores vizinhos* $M_{g'}(t^f,c^f)$, *a sua utilidade é limitada superiormente por*

$$u_{t^f,c^f}(g',m) \leq V^{g'}_{t^f,c^f} + M_{g'}(t^f,c^f)\ .$$

Se esse seguidor s_{t^f,c^f} *alterar a sua escolha para o grupo/comportamento* g, *por construção do valor dos piores vizinhos* $P_g(t^f,c^f)$, *a sua utilidade é limitada inferiormente por*

$$u_{t^f,c^f}(g,m) \geq \bar{V}^{g}_{t^f,c^f} + P_g(t^f,c^f) + \frac{\alpha(1-R)}{n(t^f,c^f)}V + LA^{g,c^f}_{t^f,c^f}.$$

Pela desigualdade (2), obtemos que

$$u_{t^f,c^f}(g,m) > u_{t^f,c^f}(g',m)\ .$$

Logo, $\mathcal{G}^*$ *não é um equilíbrio de Nash, o que é uma contradição.*

4. CONCLUSÃO

Construímos um dicionário entre a Teoria de Jogos e a Teoria do Comportamento Planeado e propusemos o equilíbrio de Nash como um, de muitos, mecanismos possíveis de transformar intenções individuais em decisões. Estudámos de que forma as características do líder e dos seus seguidores, neste modelo de teoria de jogos, podem influenciar as decisões dos seguidores.

AGRADECIMENTOS

Versões anteriores deste trabalho foram apresentadas no International Congress of Mathematicians ICM 2010, the Second Brazilian Workshop of the Game Theory Society in honor of John Nash BWGT 2010, EURO 2010, ICDEA 2009 e LAMES 2008. Este trabalho foi destacado no artigo [8], após ter sido apresentado no ICM 2010. Agradecemos à LIAAD-INESC Porto LA, Fundação Calouste Gulbenkian, PRODYN-ESF, POCTI e POSI da FCT e Ministério da Ciência e da Tecnologia, e Programa de Financiamento Plurianual da FCT ao LIAAD-INESC Porto LA, Universidade do Minho e Universidade do Porto pelo seu apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

[1] Ajzen, I., "Perceived Behavioral Control, Self-efficacy, Locus of Control, and the Theory of Planned Behavior". *Journal of Applied Social Psychology* 32 665-683 (2002).

[2] Almeida, L., Cruz, J., Ferreira, H. e Pinto, A. A., "Bayesian-Nash Equilibria in Theory of Planned Behavior". *Journal of Difference Equations and Applications* (aceite).

[3] Conley, J. and Wooders, M., "Tiebout Economies with Differential Genetic Types and Endogenously Chosen Crowding Characteristics". *Journal of Economic Theory* 98 2 261-294 (2001)

[4] Almeida, L., Cruz, J., Ferreira, H. e Pinto, A. A., "Leadership Model". *Dynamics, Games and Science I*. Eds: M. Peixoto, A. A. Pinto and D. Rand. Proceedings in Mathematics series, Springer-Verlag 55-62 (2011).

[5] Daya, D., Gronnb, P. e Salas, E., "Leadership Capacity in Teams". *The Leadership Quarterly* 15 857-880 (2004).

[6] Sternberg, R., "WICS: A Model of Leadership". *The Psychologist-Manager Journal* 8 1 29-43 (2005).

[7] Pinto, A. A., "Duopoly Models and Uncertainty". Interdisciplinary Applied Mathematics Series. Springer-Verlag (aceite).

[8] Mudur, G. S., "Maths for Movies, Medicine & Markets". *The Telegraph Calcutta*, India (2010).