



GONÇALO MORAIS  
Instituto Superior de  
Engenharia, Lisboa  
[gmorais@adm.isel.pt](mailto:gmorais@adm.isel.pt)

## GONÇALO MORAIS CONVERSA COM **GILBERT STRANG**

O Professor Gilbert Strang nasceu em Chicago, tendo recentemente completado 79 anos de idade. Fez o doutoramento em Matemática na University of California, Los Angeles, em 1959, sob orientação do matemático suíço Paul Henrici. Fez contribuições importantes para diversas áreas da matemática pura e aplicada ao longo da sua carreira. Dentre estas, podemos destacar o *Joint Spectral Radius*, apresentado em coautoria com Gian-Carlo Rota em 1960, tendo sido mais recentemente utilizado para demonstrar propriedades fundamentais na Teoria das Wavelets. Professor no Massachusetts Institute of Technology (MIT) desde 1962, tornou-se mundialmente conhecido nos últimos anos, não só por causa dos vários livros que publicou, mas sobretudo pelos vídeos das suas aulas disponibilizados através do MIT OpenCourseWare. Continua a lecionar ativamente e publicará dentro de pouco tempo mais um livro sobre Álgebra Linear e Equações Diferenciais. É uma pessoa de contacto fácil, e esta entrevista é apenas um excerto da longa conversa que tivémos sobre o futuro da matemática e do ensino da mesma a um nível universitário.

**GONÇALO** Professor, gostaria de, em primeiro lugar, saber a sua perspetiva sobre a evolução do ensino da matemática desde o momento que começou a lecionar.

**STRANG** Bem, tenho apenas uma perspetiva pessoal e posso apenas falar sobre o ensino da matemática no MIT nos últimos 50 anos. Uma grande mudança ocorreu há dez anos, quando as minhas aulas foram gravadas e disponibilizadas no MIT OpenCourseWare. Possivelmente as pessoas que vão ler esta entrevista já contactaram de uma forma ou de

outra com os materiais disponibilizados na Internet. Todos os cursos do MIT passaram a ter uma descrição *online* dos seus conteúdos e destes, à volta de 20, disponibilizaram igualmente o registo das aulas em vídeo. Neste momento o MIT está a dar o passo seguinte com o MITx, onde estão disponibilizados não só os vídeos, mas também os exames e os vários trabalhos pedidos aos alunos, pretendendo-se assim uma interatividade real.

Antes disso, tinham já ocorrido mudanças profundas. No meu caso, a mudança deu-se quando passei da matemá-

tica pura, com teoremas e demonstrações, para uma matemática útil, matemática aplicada à engenharia sobretudo, em que deixei de me focar apenas nos alunos de matemática pura e passei a ter também em atenção os alunos de engenharia. Para mim, falar nessa linguagem é um prazer enorme, discutindo mais as ideias do que as demonstrações. Como pôde observar, nas minhas aulas as demonstrações não são a parte essencial.

**GONÇALO** Soube que o facto de as suas aulas terem sido gravadas deve-se quase a um acaso...

**STRANG** Sim, é verdade! [Risos] Bem, havia um professor de física, o Professor Lewin, que tinha um grande projeto relacionado com o OpenCourseWare. Eu apenas perguntei à equipa que estava a fazer as gravações se podia ficar mais uma hora e gravar a minha aula. Ela ficou e gravou as minhas aulas como habitualmente as ensino. O que mais retiro desta experiência são as mensagens das pessoas a relatarem como foi importante para elas terem acesso a estes materiais.

**GONÇALO** Foi para si uma surpresa o impacto que as suas aulas tiveram?

**STRANG** Foi, de facto, inesperado. Os vídeos foram já visionados por mais de três milhões de pessoas. Não foi só inesperado para mim, estou certo que foi uma surpresa para o próprio MIT. Fi-lo sobretudo para servir de exemplo aos outros professores de matemática, na esperança de que fizessem algo semelhante, visto que alguns deles são muito bons professores.

**GONÇALO** Voltando um pouco atrás, depois de ter assistido às suas aulas, um dos aspetos que mais surpreenderam foi o de não haver um único teorema ou demonstração...

**STRANG** [Risos] É verdade...

**GONÇALO** É assim que vê o futuro?

**STRANG** A minha classe é formada por qualquer coisa como 200 alunos de engenharia e eles não estão interessados em demonstrações rigorosas, para eles são as ideias que são importantes. Hoje o tema da aula foi sobre determinantes. O meu objetivo é mostrar o que é um determinante e porque é que ele é importante. Essa é a forma como ensino agora, mais discutindo as ideias e apresentando exemplos do que com demonstrações.



**GONÇALO** Acha que um bom exemplo é melhor do que uma demonstração...

**STRANG** É melhor para todos nós! Nós aprendemos a viver vendo as experiências uns dos outros e não por lermos uma demonstração de que esta é a maneira correta de fazer as coisas. Todos aprendemos através de exemplos.

**GONÇALO** E essa atitude perante o modo como se ensina terá também consequências da forma como se faz investigação em matemática?

**STRANG** Eu estou ainda a meio caminho entre o matemático puro e o matemático aplicado. Ainda formulo teoremas, mas as

minhas demonstrações são agora mais informais. A investigação também mudou muito devido à Internet, sendo agora possível escrever um artigo com alguém de Portugal, porque podemos comunicar de várias formas antes impensáveis. Os meus livros, por exemplo... Eu ainda escrevo tudo à mão, à maneira antiga. Depois digitalizo os meus apontamentos e eles são reenviados da Índia em  $\LaTeX$ .

**GONÇALO** Mas quando vemos um jornal como o *Mathematics of Computation* da AMS, reparamos que os artigos publicados nos anos 60 ou 70 tinham uma inclinação mais prática, com muitos algoritmos e ideias. Hoje, quando o vemos, parece-se cada vez mais com um jornal de matemática pura...

**STRANG** Não sei... De facto a matemática pura foi dominante nos últimos anos e os jornais da AMS são reflexo disso, mas os jornais da SIAM têm uma perspectiva diferente. Por exemplo, a Transformada Rápida de Fourier foi simplesmente uma ideia extraordinária! É um algoritmo muito importante porque é eficiente e não porque alguém o demonstrou.

**GONÇALO** Quais são as suas principais referências enquanto professor e matemático?

**STRANG** Durante estes anos todos conheci pessoas extraordinárias que me marcaram e que se tornaram referências para mim. O primeiro foi o meu orientador do doutoramento. Depois dele, durante muitos anos, o meu principal mentor foi o Peter Lax, professor da Universidade de Nova Iorque (NYU). Tinham os seus estilos particulares, mas ambos gostavam de escrever, que é algo que eu aprecio. Os seus artigos eram sempre interessantes, nos quais as ideias estavam em primeiro lugar e o rigor das demonstrações vinha depois.

**GONÇALO** Mas continua a achar que uma demonstração rigorosa é parte essencial da matemática...

**STRANG** Sim, perceber porque é que uma afirmação é verdadeira do ponto de vista lógico é essencial, embora já não escreva as demonstrações como as escrevia antigamente, mas continuo a achar que elas são uma parte crucial.

**GONÇALO** Todos os dias aparecem problemas que vão buscar conceitos antigos de matemática, os reinterpretam computacionalmente e de alguma maneira os reinventam. Como é que vê esta interacção?

**STRANG** É verdade. Muitas vezes o cerne de um bom algoritmo é uma ideia matemática. A matemática está lá sempre. É sempre uma questão de juntar as peças, ter aquele *click*. Quer seja um teorema ou um bom algoritmo, é sempre ela que está no centro de tudo, ela é sempre a ideia.

**GONÇALO** Vê, portanto, um processo em que ambos os lados se vão alimentando...

**STRANG** Sem dúvida, porque se as ideias podem vir da matemática, é muito importante perceber que os problemas vêm de outros lados. A matemática vive de problemas, é isso que a alimenta, problemas interessantes e esses vêm da engenharia e da computação. Ultimamente também existem muitos problemas vindos da biologia. É importante manter este diálogo aberto.

**GONÇALO** Escreveu um pequeno artigo intitulado "Too Much Calculus". Acha que o futuro passa por dar mais ênfase à matemática discreta?

**STRANG** Sim! Bem, acho que a análise matemática é fantástica, mas não é tudo, e a matemática discreta tem também um papel importante. Este departamento onde nos encontramos tem muitos especialistas em combinatória e probabilidades, que são áreas realmente importantes, que têm vindo a ocupar um lugar central. E, obviamente, álgebra linear, porque é dessa forma que na realidade a computação é realizada. No fim acabamos sempre por resolver uma equação do tipo  $AX = B$ . Por isso achei que não estava correcto que as disciplinas que os alunos têm nos seus cursos sejam análise, análise, análise... Talvez equações diferenciais, e fiquem por aí, não tendo assim oportunidade de estudar tantas outras coisas também importantes.

**GONÇALO** Existe um movimento que pretende estabelecer um novo padrão na forma como se ensina matemática, mostrando não só a parte analítica, mas dando também muita

importância à geometria e ao cálculo numérico. Exemplo disso são os dois volumes que uma série de matemáticos escreveu em coautoria. Estou a lembrar-me do David Mumford e do Jeff Feldman, entre outros. Por outro lado, existe uma resistência em que as coisas mudem. Como é toda essa dinâmica?

**STRANG** Eu, como estou sempre a ensinar álgebra linear ou algum tipo de álgebra linear, aplicada ou computacional, não ensino análise matemática diretamente, sei apenas que existe um movimento de reforma, mas que só atingiu um certo ponto, e depois a inércia e o hábito tomaram conta dos acontecimentos. Eu tento fazer o mesmo em álgebra linear, porque é uma área mais pequena. A análise é um elefante à procura de lugar.

**GONÇALO** Durante o almoço tivemos oportunidade de falar sobre a experiência de fazer matemática antes da existência de computadores ou, pelo menos, antes da existência dos computadores pessoais. Podia descrever-nos o começo do uso dos computadores na matemática?

**STRANG** Bem, tenho de admitir que não sou grande especialista a escrever código para o Matlab. Tenho a honra de a minha disciplina ser patrocinada pela MathWorks, mas o

meu código geralmente *crasha*. Preciso sempre de ajuda para pôr tudo a funcionar. Basicamente, foi uma nova maneira de pensar, mas no fundo é matemática. Calcular invariantes algébricos, geométricos, ou calcular uma aproximação numérica é simplesmente matemática.

**GONÇALO** Professor, uma última questão: planos para o futuro?

**STRANG** [Risos] Bem, alucinada ou estupidamente comecei a escrever um novo livro. Dei oportunidade aos meus amigos de dizerem: “Não o faças”. Mas comecei-o. O título é *Differential Equations and Linear Algebra*. A sua razão de existir deve-se ao facto de, especialmente para o caso de equações lineares, que é aquilo que na maior parte dos casos ensinamos, se falar muitas vezes de equações particulares e de soluções homogéneas, e muitas vezes os alunos não percebem a relação disso com a álgebra linear. Pelo que, afinal de contas, tenho de escrever sobre análise! [Risos] Na verdade, vou agora assistir a uma aula de equações diferenciais, porque nunca tive de ensinar essa matéria. Quando vi o exame final dessa disciplina não consegui fazê-lo. Disse para mim mesmo: “Se queres escrever sobre o assunto, vais ter de ir assistir às aulas, pelo menos, uma vez”. E assim fiz. Será isso que me manterá ocupado nos próximos tempos.



Gilbert Strang com Gonçalo Morais.