

Análise e Estudo da Estrutura Vertical da Atmosfera

Verificação Hidrostática

por V. M. Chiole Tavares e Maria Fernanda da Cruz

Lisboa

1. Considerações teóricas sobre a estática da atmosfera

A atmosfera é um sistema termodinâmico trivariante.

Como o seu movimento é predominantemente horizontal admite-se que há equilíbrio entre a força do gradiente de pressão e a força gravítica

$$-\frac{1}{\rho} \text{grad } p = \text{grad } (gz).$$

A variação espacial de g tem como consequência a não coincidência das superfícies equigeopotenciais e das superfícies de igual altitude geométrica. Isto significa que duas partículas materiais com a mesma altitude, não têm, em geral, o mesmo geopotencial — conceitos de altitude geodinâmica e de altitude geométrica. Por esta razão é preferível caracterizar um ponto não pelo valor da sua altitude geométrica, mas pelo valor da energia potencial específica.

Da equação expressa, a determinação do geopotencial $\Phi = gz$ de uma dada superfície isobárica, depende, unicamente, do conhecimento da distribuição vertical dos parâmetros de estado caracterizantes do sistema.

Estes, expressos em valor numérico como dados observacionais, ligados a um ponto fixo do espaço ou medidos substancialmente no mesmo instante em pontos de coordenadas

desconhecidas, constituem uma série, de distribuição vertical, posto que as variações horizontais são desprezáveis.

A integração daquela equação impõe que o parâmetro ρ seja uma função unívoca e bem determinada de p . É de notar, no entanto, que a forma geral da função ρ

$$\rho = \rho(p, T, T_d)$$

não é conhecida.

A fim de vencer esta dificuldade admitimos que o fluido atmosfera se comporta como um gás ideal sendo portanto a equação de CLAPEYRON

$$\rho = \frac{p}{R_a T_v}$$

a sua equação de estado.

Da conjugação da equação de estado com a equação tradutora do equilíbrio hidrostático resulta

$$d\Phi = -R_a T_v \frac{dp}{p} = -R_a T_v d(\log p).$$

Aplicando o teorema da média

$$\int_D \varphi \psi dD = \bar{\varphi} \int_D \psi dD.$$

Vem, para uma camada definida pelos níveis isobáricos p_i e p_j

$$\begin{aligned}\Phi_j - \Phi_i &= \int_{p_i}^{p_j} R_a T_v d(\log p) = \\ &= R_a T_{mv} \log \frac{p_i}{p_j}\end{aligned}$$

equação que contém em si os geopotenciais relativo e absoluto. A temperatura virtual barométrica média, T_{mv} , não é igual, mas sim um pouco inferior à média aritmética, T'_{mv} , das temperaturas virtuais dos níveis que definem a camada, mesmo no caso de uma variação linear da temperatura com a altitude. De facto, nas condições enunciadas ($T_v = T_{v0} - \gamma z$)

$$T'_{mv} = \frac{T_v + T_{v0}}{2} = T_{v0} - \frac{\gamma z}{2}.$$

Mas

$$\begin{aligned}T_{mv} &= \frac{\Phi}{\int_0^z \frac{d\Phi}{T_v}} = \frac{gz}{\int_0^z \frac{g dz}{T_v}} \approx \\ &= \frac{z}{\int_0^z \frac{dz}{T_{v0} - \gamma z}} = \frac{-\gamma z}{\text{Log} \left(1 - \frac{z}{T_{v0}} \right)}\end{aligned}$$

como resulta imediatamente da equação hidrostática escrita na forma

$$p = p_0 e^{-\frac{g}{R_a} \int_0^z \frac{dz}{T_v}} = p_0 e^{-\frac{gz}{R_a T_{mv}}}.$$

Exprimindo T'_{mv} e T_{mv} em séries de potências

$$T_{mv} = \frac{T_{v0}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma z}{T_0} + \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma z}{T_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\gamma z}{T_0} \right)^3 + \dots}$$

$$T'_{mv} = \frac{T_{v0}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma z}{T_0} + \frac{1}{4} \left(\frac{\gamma z}{T_0} \right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{\gamma z}{T_0} \right)^3 + \dots}$$

conclui-se imediatamente que

$$T_{mv} < T'_{mv}.$$

Vê-se, pois, que a temperatura barométrica média e a média aritmética das temperaturas só se podem considerar iguais quando for possível ignorar termos de ordem superior ou igual à segunda, o que acontece para variações lineares da temperatura com a altitude, quando o produto γz for pequeno.

A substituição da temperatura barométrica média pela média aritmética das temperaturas pode conduzir a erros apreciáveis, mesmo para camadas de pequena espessura, se a temperatura variar não linearmente com a altitude.

A partir desta metodologia pretendemos agora resolver o seguinte problema prático: verificação hidrostática dos elementos meteorológicos fornecidos por uma sondagem.

A verificação hidrostática dos elementos meteorológicos fornecidos por uma sondagem faz uma análise vertical dos elementos meteorológicos, pressão, altitude e temperatura, que serão depois utilizados nas diferentes fases da previsão do tempo por método numérico.

Esta análise consiste em:

A) Averiguar, para cada nível isobárico, se foram transmitidos valores da altitude e da temperatura. No caso de algum destes elementos, ou ambos, faltarem, é feita uma tentativa para a sua determinação completando-se, deste modo, a sondagem.

B) Verificar se os valores da altitude e da temperatura dos diferentes níveis isobáricos, são ou não consistentes com hipóteses de base formuladas desde o início:

1 — Ocorrência de pelo menos dois níveis consecutivos completos e correctos.

2 — O fluido atmosfera comporta-se como um gás ideal em equilíbrio hidrostático.

3 — Não ocorrência de gradientes verticais de temperatura, superadiabáticos.

4 — Não ocorrência de inversões de temperatura superior a 10°C.

Em caso negativo é feita uma tentativa de correção dos referidos valores.

2. Breve análise das hipóteses e da sua utilização

1) Se a hipótese 1. não se cumpre não é possível fazer a verificação hidrostática.

2) A forma integrada que traduz 2., quando tomada a espessura em metros geopotenciais e a temperatura em graus KELVIN é

$$\Delta \Phi = 67,442 T_{mv} \log \frac{p_1}{p_2}.$$

Para fins de tratamento automático e, para obviar a dificuldades de ordem numérica a expressão anterior escreve-se

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= \frac{T_{mv}}{T_0} [\Delta \Phi_{s2} - \Delta \Phi_{s1}] = \\ &= \frac{t_{mv} + T_0}{T_0} [\Delta \Phi_{s2} - \Delta \Phi_{s1}] = [\Delta \Phi_{s2} - \Delta \Phi_{s1}] + \\ &\quad + \frac{t_{mv}}{T_0} [\Delta \Phi_{s2} - \Delta \Phi_{s1}] \end{aligned}$$

traduzindo $\Delta \Phi_{s1}$ e $\Delta \Phi_{s2}$ as espessuras, para uma temperatura média virtual igual a 273,15° K, respectivamente das camadas (p_s, p_1) e (p_s, p_2) ; p_s é um valor de recorrência que tomamos igual a 1100 mb, valor este nunca excedido na atmosfera.

A expressão anterior permite o cálculo imediato de $\Delta \Phi$, desde que se conheça a temperatura média virtual. Esta determina-se recorrendo a

$$T_{mv} = T_m (1 + 0,61 q_m) = T_m + \Delta T_m$$

onde T_m e q_m representam valores médios, para a camada, das grandezas T e q .

Por outro lado

$$q_m = 0,622 \frac{e_m}{p_m - e_m} \approx 0,622 \frac{e_m}{p_m}$$

sendo e_m obtido à custa da temperatura média do ponto de orvalho, T_{md} , por intermédio da fórmula

$$e_m = 10 \exp (11,5899 - 0,004 T_{md} - 2651,38/T_{md}).$$

Resta determinar o nível p_m para o qual se vai calcular o incremento ΔT_m

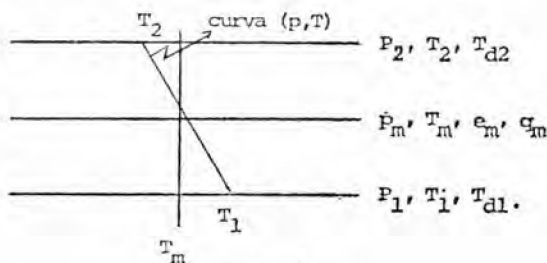


Fig. 1

O valor p_m obedece à equação

$$\frac{T_m - T_2}{T_1 - T_2} = \frac{p_2 - p_m}{p_2 - p_1}$$

donde, atendendo à definição de T_m , vem

$$p_m = \frac{p_1 + p_2}{2}.$$

Daqui resulta que a temperatura média virtual é dada por

$$T_{mv} = T_m + 0,378 \frac{T_m e_m}{p_m} \quad (\text{em } ^\circ\text{K})$$

$$t_{mv} = T_{mo} - T_0 \quad (\text{em } ^\circ\text{C}).$$

A comparação entre o valor calculado da espessura de uma camada definida por dois

níveis consecutivos L e $L + 1$ e o valor determinado a partir da radiossondagem é parte integrante da verificação hidrostática. Se o módulo da diferença entre estes dois valores exceder determinada tolerância conclui-se que o valor transmitido da altitude ou temperatura relativa ao nível L é incorrecto. Tomamos para tolerância

$$\begin{aligned} \text{TOL} &= \frac{3}{8} |D_a - D_b| = \\ &= \frac{3}{8} \frac{R_a}{gk} \left| \left[1 - \left(\frac{p_{L+1}}{p_L} \right)^k \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[\left(\frac{p_L}{p_{L+1}} \right)^k T_{L+1} - T_L \right] \right| \end{aligned}$$

representando D_a e D_b valores extremos da espessura da camada L , $L + 1$ quando consideradas as adiabáticas secas que contêm as temperaturas dos níveis

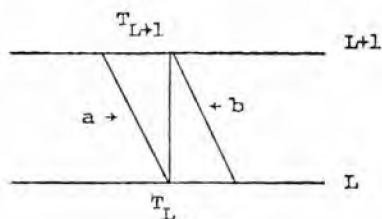


Fig. 2

Se o valor obtido para a tolerância for inferior a 20 metros faz-se $\text{TOL} = 20$ m. Para níveis isobáricos até aos 400 mb ou no caso de existir uma tropopausa na camada L , $L + 1$ faz-se $\text{TOL} = 50$ m, se o valor obtido for superior a 50 m; para níveis isobáricos acima dos 400 mb a tolerância é limitada a 80 metros.

Se existe uma tropopausa na camada L , $L + 1$ esse facto é tido em conta no cálculo da espessura da camada.

A distribuição observada da temperatura T_L T_{TROP} T_{L+1} é substituída por uma distribuição fictícia T_L T_{L+1}^*

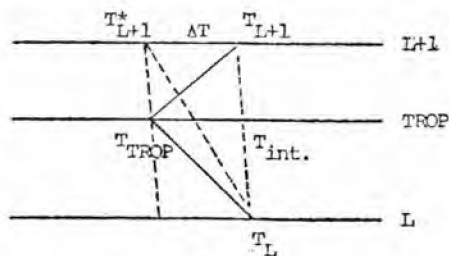


Fig. 3

A temperatura fictícia T_{L+1}^* é determinada pela condição $T_{L+1}^* T_{\text{TROP}} || T_{L+1} T_L$ que assegura a igualdade das espessuras calculadas com a distribuição observada e a distribuição fictícia.

Tem-se

$$T_{L+1}^* = T_{L+1} + \Delta T.$$

Mas

$$\Delta T = T_{\text{TROP}} - T_{\text{int.}}$$

O valor interpolado $T_{\text{int.}}$ é obtido admitindo uma variação linear da temperatura com a pressão entre T_L e T_{L+1}

$$T_{\text{int.}} = T_L + \frac{(T_{L+1} - T_L)(p_L - p_{\text{TROP}})}{p_L - p_{L+1}}.$$

Vem finalmente

$$T_{L+1}^* = T_{L+1} + T_{\text{TROP}} - T_{\text{int.}}$$

Se $\Delta T = T_{\text{TROP}} - T_{\text{int.}}$ for positivo existe um erro e a tropopausa não é tomada em consideração no cálculo da espessura da camada L , $L + 1$.

3) Para verificar da existência de gradientes verticais de temperatura superadiabáticos (hipótese 3) compara-se o gradiente vertical real da temperatura de uma camada ou com o gradiente adiabático seco ou com o gradiente adiabático saturado.

O gradiente adiabático seco é expresso por $\frac{g}{c_{pa}}$.

O gradiente adiabático saturado é calculado por intermédio da fórmula

$$\frac{dT}{d\varphi} = -\frac{y}{x} \quad ^\circ\text{C}/100 \text{ g p m}$$

onde

$$y = 9,8 \times 10^6 \frac{(1 + r_w)(RT + r_w L_v)}{RT}$$

$$x = c_p + r_w \left[c_w + \frac{dL_v}{dT} - \frac{L_v}{T} + \frac{1}{k} \frac{d \log e_w}{dT} (RT + r_w L_v + k L_v) \right].$$

3. Cálculo de valores omissos da temperatura e/ou altitude

1) O valor da temperatura do nível L , T_L , não foi transmitido. Se se conhecem os elementos T_{L+1} , Z_{L+1} e Z_L procede-se ao cálculo de uma temperatura para o nível L , T_L^s , recorrendo à fórmula hidrostática.

Caso sejam também conhecidos os elementos T_{L-1} , Z_{L-1} (e Z_L) a fórmula hidrostática permite obter um valor T_L^i para a temperatura do nível L .

a) Não foi possível calcular, por falta de elementos, nem T_L^s nem T_L^i . Neste caso o valor T_L não pode ser calculado.

b) Apenas foi possível calcular um dos valores T_L^s ou T_L^i ; faz-se $T_L = T_L^s$ ou $T_L = T_L^i$ se não ocorrem inversões de temperatura superiores a 10°C nem gradientes verticais de temperatura superadiabáticos na camada escolhida $L, L+1$ ou $L, L-1$.

c) Foi possível calcular os valores T_L^s e T_L^i ; aceita-se para valor de T_L a média aritmética dos valores T_L^s e T_L^i se:

c_1 — nas camadas $L, L+1$ e $L, L-1$ não ocorrem inversões de temperatura superiores a 10°C nem gra-

dientes verticais de temperatura superadiabáticos.

c_2 — o módulo da diferença entre T_L^s e T_L^i é inferior a 5°C .

Se não se pode aceitar para T_L a média aritmética de T_L^s e T_L^i toma-se para valor de T_L um dos valores, T_L^s ou T_L^i , desde que se cumpram as condições indicadas em b); se estas condições não são satisfeitas nem por T_L^s nem por T_L^i não é possível calcular T_L .

2) O valor da altitude do nível L , Z_L , não foi transmitido.

Se se conhecem os elementos T_{L+1} , Z_{L+1} e T_L calcula-se um valor Z_L^s para a altitude do nível L , recorrendo à fórmula hidrostática. Caso sejam também conhecidos os elementos T_{L-1} , Z_{L-1} (e T_L) a fórmula hidrostática fornece um valor Z_L^i para a altitude do nível L .

a) Se, por falta de elementos, não foi possível calcular nem Z_L^s nem Z_L^i , não se pode determinar Z_L .

b) Apenas foi possível calcular um dos valores Z_L^s ou Z_L^i . Neste caso, toma-se para Z_L aquele dos valores Z_L^s ou Z_L^i que tiver sido calculado desde que não ocorra um gradiente de temperatura superadiabático na camada definida pelo nível L e pelo nível utilizado na determinação de Z_L ($L+1$ ou $L-1$).

c) Foi possível calcular os elementos Z_L^s e Z_L^i . Se o módulo de diferença entre Z_L^s e Z_L^i for inferior a 30 m toma-se para Z_L a média aritmética de Z_L^s e Z_L^i ; se o valor absoluto da referida diferença for superior a 30 m mas se as espessuras das camadas $L+1$, $L+2$ e $L-1$, $L-2$ estiverem correctas aceita-se da mesma maneira para valor de Z_L (embora com reserva) a média aritmética de Z_L^s e Z_L^i .

3) Não foram transmitidos os valores da altitude e da temperatura do nível L , respectivamente Z_L e T_L .

Neste caso calcula-se, em primeiro lugar, T_L , recorrendo à espessura da camada $L-1$, $L+1$ e aos elementos T_{L-1} , p_{L-1} , Z_{L-1} , T_{L+1} , p_{L+1} e Z_{L+1} .

Se a determinação de T_L foi possível e, se o valor obtido não conduz a gradientes de temperatura superadiabáticos procede-se ao cálculo de Z_L como indicado em 2.

Os procedimentos indicados em 1., 2. e 3. são feitos primeiro no sentido ascendente e, em seguida, no sentido descendente.

4. Correção de valores errados da temperatura e/ou altitude.

Após a tentativa descrita em 3., para completar a sondagem, verifica-se se os valores da altitude e da temperatura dos diferentes níveis isobáricos são consistentes com as hipóteses de base 2., 3. e 4.; em caso negativo procede-se, se possível, à correção dos mesmos, a qual é feita primeiro no sentido ascendente e, em seguida, no sentido descendente.

Para isso calcula-se, para cada nível L , a quantidade F_L diferença entre o valor observado da espessura da camada L , $L+1$ e o valor calculado (como descrito em 2.) da espessura da mesma camada

$$F_L = \Delta \Phi_{\text{calculado}} - \Delta \Phi_{\text{observado}}$$

Se F_L é inferior ou igual à tolerância admite-se, em princípio, que os valores T_L e Z_L estão correctos; se for superior existe um erro nos valores da temperatura e/ou altitude referentes ao nível L .

Para decidir da natureza do erro calcula-se a quantidade

$$E = \frac{F_{L-1}}{F_L}.$$

$$1) |E| < 0,5.$$

Neste caso a natureza do erro é incerta.

Admite-se, primeiramente, a existência de erro no valor de T_L e procede-se ao cálculo de um novo valor de T_L recorrendo aos elementos Z_L , T_{L-1} , e Z_{L-1} , utilizando a fórmula hidrostática.

Se este valor não conduz a um gradiente vertical de temperatura superadiabático na camada $L-1$, L e, se o gradiente vertical de temperatura calculado com o novo valor de T_L , se aproxima mais do gradiente adiabático seco, na troposfera, ou da distribuição isotérmica, na estratosfera, do que o primitivo gradiente vertical de temperatura; então o valor inicial de T_L é substituído pelo novo valor.

Se estas condições não se verificam, calcula-se um novo valor para Z_L com os elementos T_L , Z_{L-1} e T_{L-1} , desde que o gradiente vertical de temperatura observado, não seja superadiabático. Em seguida faz-se de novo a verificação hidrostática para os níveis $L-1$ e L .

$$2) 0,5 \leq E \leq 2,0.$$

Neste caso há um erro no valor T_L .

A fórmula hidrostática permite obter uma nova temperatura T_L , com os elementos Z_L , Z_{L+1} , T_{L+1} e/ou Z_L , Z_{L-1} , T_{L-1} .

$$3) -0,5 \geq E > -2,0.$$

O valor Z_L está errado; calcula-se um novo valor para Z_L com auxílio da fórmula hidrostática e dos elementos referentes aos níveis $L-1$ e/ou $L+1$.

$$4) E \geq 2,0.$$

Neste caso ou há um erro no valor Z_L que se propaga a todos os níveis acima de L ou há um erro no nível $L-1$ não tendo já sido detectado esse erro em virtude de F_{L-1}

não exceder a tolerância. É determinada a quantidade $E' = \frac{F_{L-2}}{F_{L-1}}$ que vai permitir decidir da natureza do erro.

$$a) |E'| < 0,5$$

Se a espessura da camada $L-1, L$ está correcta, toma-se como certos os elementos referentes ao nível $L-1$ estando então os valores das altitudes do nível L e de todos os níveis que se lhe seguem afectados de um erro constante; todas estas altitudes são corrigidas pelo valor F_{L-2} .

Se a espessura $L-1, L$ está errada, tenta-se, em primeiro lugar, corrigir o erro referente ao nível $L-1$ e, em seguida, o erro na espessura da camada $L-1, L$; se

a primeira tentativa falha, por falta de elementos, não é possível nenhuma correcção.

$$b) 0,5 < E' < 2,0$$

O valor T_{L-2} está errado e é corrigido como indicado em 2).

$$c) -0,5 \geq E' > -2,0$$

O valor Z_{L-1} está errado e é corrigido da maneira indicada em 3).

$$d) |E'| \geq 2,0$$

Não é possível decidir acerca da natureza do erro, nem, portanto, proceder a nenhuma correcção.