directo H comuta com a projecção ε sobre H, então $\bar{\sigma}$ é um endomorfismo de Jacobi de H.

BIBLIOGRAFIA

[1] B. M. Puttaswamaiah, *Jacobi Endomorphisms*, Amer. Math. Monthly, **73** (1966), pp. 741-4.

[2] J. Morgado, *Note on Jacobi Endomorphisms*, a ser ser publicado.

[3] E. A. Fay, *Solution of the Problem E 1974, 1965, 545*, Amer. Math. Monthly, **73** (1966), p. 892.

[4] N. Jacobson, *Lectures in Abstract Algebra*, Vol. I, D. Van Nostrand, N. Y., 1951.

[5] Niven and Zuckerman, *An Introduction to the Theory of Numbers*, p. 38.

Nota a «Um novo método numérico de extração da raiz quadrada»

por Ruy Madsen Barbosa

Preliminares

Apresentamos no artigo acima, publicado *In* «Gazeta de Matemática», 98-99/1965, um algoritmo e seu ensino, baseado em propriedades das sucessões de ímpares e de pares.

O propósito desta Nota é apresentar uma modificação do algoritmo, utilizando sòmente a sucessão de ímpares: soma e ímpar sucessivo; e, ao final, provar que desta forma se chega ao algoritmo tradicional.

Modificações

Sejam Z ímpares no primeiro intervalo.

No segundo intervalo separemos a sucessão de ímpares da seguinte maneira:

$$2Z+1, \quad 2Z+3, \quad 2Z+5, \cdots$$

de onde teremos, no segundo intervalo, além das quantidades fixas $2Z$, uma nova sucessão de ímpares, também iniciando com a unidade.

Dividamos a diferença D (do segundo intervalo) por $2Z$, obtendo-se um número q possível de ímpares do intervalo, cuja soma é q^2.

Desde que $D = 2Z \cdot q + r$, o resto r deverá ser maior ou igual a q^2.

Satisfazendo essa condição, a raiz quadrada será $Z + q$ e o resto $R = r - q$.

Em caso contrário, diminue-se o valor de q.

Exemplo:

$$\sqrt{3351}$$

	1	3	
50 ímpares	100	100···	
2500	⟵ $D = 851$ ⟶		3351

$851 : 100$ é $q = 8$ e sobra $r = 51$; mas $q^2 = 64 > 51$; reduzimos q para 7 e sobra $r = 151$, e, o resto será $R = 151 - 49 = 102$.

Conclusão: $\sqrt{3351} = 50 + 7 = 57$.

Algoritmo Modificado

$\sqrt{3351}$	50	
2500	$\times 2$	
851	$100 \times 8 = 800$	$100 \times 7 = 700$
800	Teste: $8^2 = 64$	Teste: $7^2 = 49$
51	(não serve)	Raiz $= 50 + 7 = 57$
100+		
151		
49−		
R = 102		

Prova da identificação dos algoritmos

Da exposição resulta que para a extração da raiz quadrada de um número N, subtrae-se de N o quadrado de Z, procura-se um número q tal que seja o quociente de N pelo *dôbro de* Z, e ainda faz-se o teste da nova sucessão de ímpares, cuja soma é q^2, isto é, q é tal que $2Z \cdot q + q^2$ é o maior número inferior ao resto $N - Z^2$, que é justamente o que se faz no algoritmo tradicional: $(2Z + q)\,q$.

O que se fêz foi simplesmente separar o cálculo q^2 do teste para uma melhor aprendizagem.

EXEMPLO:

$\sqrt{3331}$	50		
2500	$\times 2$		
851	100	100	Raiz $= 50 + 7 = 57$
749	8+	7+	
102	108	107	
	$\times 8$	$\times 7$	
	864	749	

Ordered semigroups which contain zeroid elements

by C. W. Leininger

In [1] CLIFFORD and MILLER show that if a semigroup S has a zeroid element, then then its kernel is the subgroup K of zeroids of S. Furthermore K determines a partition G of S in a certain way. The purpose of this paper is to consider such a semigroup under the suppositions that K is a nondegenerate subset of S and there is a comparable pair of elements of S not both in the same set of G. We find that K inclndes a subchain Q of S which is o-isomorphic to the additive group of integers. Some aspects of the structure of ordered semigroups with zeroids elements are then investigated.

1. Introduction.

If z denotes the identity element of K, then the subsemigroug J such that

$$J = \{x : x \in S\,,\ xz = zx = z\}$$

is called the core of S and the set $J \cup K$ is called the frame of S. For convenience we summarize from [1, p. 121] the following properties pertaining to the gross structure of S: