CÁLCULO INFINITESIMAL

F. C. L. — Exame final de Cálculo Infinitesimal — 11-6-65.

5655 — Enuncie condições que garantam que a equação diferencial $y' = f(x, y)$ tenha uma e uma só solução satisfazendo a condição $y(x_0) = \alpha$. Justifique que são satisfeitas tais condições se f for função de classe C' num conjunto fechado de R^2.

Determine pelo método de Picard (até termos em x^4) a solução da equação $y' = x - y$ que satisfaz a condição $y(0) = 1$. Confronte com o resultado obtido pelos métodos elementares e por desenvolvimento em série de Taylor.

Como aplicaria o método de Picard à pesquisa de uma solução aproximada da equação $\dfrac{d^2 y}{d t^2} = A \cos y + B \operatorname{sen} y$ (A, B constantes) satisfazendo a condição inicial $y(0) = 0 = y'(0)$?

5656 — Considere a secção feita no elipsóide $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ pelo plano $x + y = 1$ e determine o ponto da curva mais próximo e o ponto mais afastado da origem do referencial (suposto ortonormado).

5657 — Diga como se generaliza o conceito de integral-R a domínios não limitados e enuncie e demonstre algum critério de convergência de integrais impróprios que tenha estudado.

Determine o volume do conjunto de R^3 definido por

$$\left\{(x, y, z) : x^2 + 4z^2 \leqslant \frac{1}{y^2} \wedge y \geqslant 1\right\}.$$

5658 — Dado o campo vectorial $\vec{F} = y\vec{e_1} + z\vec{e_2} + x\vec{e_3}$, calcule, usando a definição de integral de superfície, o fluxo de $\operatorname{rot}\vec{F}$ através das superfícies

$$S_1 \equiv \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z \geqslant 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2 \equiv \begin{cases} x^2 + y^2 + z = 1 \\ z \geqslant 0 . \end{cases}$$

Seria de prever a relação que existe entre os dois fluxos? Porquê?

Enunciados dos n.os 5655 a 5658 de F. R. Dias Agudo

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

159 — P. L. Hennequin et A. Tortrat — **Théorie des Probabilités et quelques Applications** — Masson et C.ie — Paris.

Este livro escrito com o objectivo de ser utilizado no 3.º ciclo francês e na investigação, é um tratado de introdução à teoria das probabilidades, no sentido em que não pretende cobrir um campo actualmente extremamente vasto, pois que compreende não só o núcleo desta teoria mas também todas as suas múltiplas ramificações e aplicações. Como introdução, o livro limita-se portanto a alguns objectivos fundamentais e a definir algumas vias de progresso.

Nestes termos aqui se encontra um desenvolvimento notável em extensão e em outros aspectos da teoria da medida que está na base de todos estes processos, da teoria da integração das funções de valores reais (ou complexos) sobre o espaço abstracto dos probabilistas e sobre os espaços topológicos.

Dedica em seguida um longo capítulo às leis de probabilidade em R ou R^n e as funções características, a sua unicidade, composição e convergência, apresentando numerosos exemplos assim como o carácter absolutamente contínuo e *singular* de algumas delas. O estudo das probabilidades *condicionadas* desenvolve-se principalmente nos domínios das probabilidades condicionadas, regulares e das medidas compactas ou perfeitas. O estudo da convergência das sucessões de variáveis aleatórias é mais clássico, aproximando-se do estudo da convergência das leis de probabilidade sobre um espaço topológico ou métrico, do tipo polaco. Depois de apresentar algumas noções gerais de estatística faz-se o estudo das leis limites de Kolmogorov-Smirnov e das leis finitas de que elas derivam, exemplo de problema concreto muito importante em estatística: desvios entre duas amostragens ou entre uma amostragem e a lei de que ela deriva, ou de que se supõe derivar.

Enfim, a teoria das cadeias de Markoff discretas, com algumas aplicações, desenvolve-se em pormenor e atinge determinados resultados recentemente obtidos e ligados à teoria do potencial.

Em princípio, a exposição basta-se a si própria, fazendo no entanto em alguns pontos referências a tratados ou artigos originais. Destina-se tanto a físicos como a matemáticos, numa linguagem simples e acessível, e com espírito suficientemente aberto por forma a tornar-se atraente ao leitor neste apaixonante capítulo dos conhecimentos humanos.

Índice das matérias

J. G. T.

160 — P. Medgyessy — **Decomposition of Superpositions of Distribution Functions** — Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences. Budapest.

Em estatística matemática, física, biologia, etc. ocorre muito frequentemente o seguinte problema: como resultado final de uma determinada série de experiências, obtem-se uma curva a partir de uma sobreposição de funções de distribuição (denominadas «componentes») de um determinado tipo; apenas esta curva pode ser utilizada para a determinação de certos parâmetros desconhecidos (com significado físico, etc.) das componentes (esta determinação de parâmetros tem o nome de «decomposição»). Por exemplo, admite-se que a curva da distribuição de intensidade das secções de um espectro atómico seja a secção do gráfico de uma superposição de funções de densidade normal (admite-se que o gráfico da distribuição de intensidades seja composto de curvas «em sino» de Gauss). Assim, partindo da curva da distribuição de intensidades há necessidade de determinar a localização dos máximos, calcular os comprimentos de onda, etc, problemas que ocorrem na investigação das características do espectro, a partir das curvas componentes (que por vezes se entrelaçam prejudicando a sua compreensão).

Este livro apresenta pela primeira vez um tratamento sistemático, utilizando a teoria das probabilidades, deste problema de interesse básico e prático; contém numa grande extensão, os resultados de investigações pessoais do Autor. Através de exemplos, fornece um método exacto ou aproximado de decomposição de numerosos tipos de sobreposições.

Está escrito, antes de mais, para leitores que trabalham no campo das ciências experimentais; por esta razão são apresentadas em Apêndices várias questões que exigem maior pormenor de conhecimentos preliminares. O livro é de igual interesse (principalmente nestes pormenores) para especialistas da teoria das probabilidades.

J. G. T.