

CÁLCULO INFINITESIMAL

F. C. L. — EXAME FINAL DE CÁLCULO INFINITESIMAL — 11-6-65.

5655 — Enuncie condições que garantam que a equação diferencial $y' = f(x, y)$ tenha uma e uma só solução satisfazendo a condição $y(x_0) = \alpha$. Justifique que são satisfeitas tais condições se f for função de classe C^1 num conjunto fechado de R^2 .

Determine pelo método de PICARD (até termos em x^4) a solução da equação $y' = x - y$ que satisfaz a condição $y(0) = 1$. Confronte com o resultado obtido pelos métodos elementares e por desenvolvimento em série de TAYLOR.

Como aplicaria o método de PICARD à pesquisa de uma solução aproximada da equação $\frac{d^2y}{dx^2} = A \cos y + B \sin y$ (A, B constantes) satisfazendo a condição inicial $y(0) = 0 = y'(0)$?

5656 — Considere a secção feita no elipsóide $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ pelo plano $x + y = 1$ e determine o ponto da curva mais próximo e o ponto mais afastado

da origem do referencial (suposto ortonormalizado).

5657 — Diga como se generaliza o conceito de integral- R a domínios não limitados e enuncie e demonstre algum critério de convergência de integrais impróprios que tenha estudado.

Determine o volume do conjunto de R^3 definido por

$$\left\{ (x, y, z) : x^2 + 4z^2 \leq \frac{1}{y^2} \wedge y \geq 1 \right\}.$$

5658 — Dado o campo vectorial $\vec{F} = y\vec{e}_1 + z\vec{e}_2 + x\vec{e}_3$, calcule, usando a definição de integral de superfície, o fluxo de $\text{rot } \vec{F}$ através das superfícies

$$S_1 \equiv \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z \geq 0 \end{array} \right. \quad \text{e} \quad S_2 \equiv \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z = 1 \\ z \geq 0. \end{array} \right.$$

Seria de prever a relação que existe entre os dois fluxos? Porquê?

Enunciados dos n.ºs 5655 a 5658 de F. R. Dias Agudo

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

159 — P. L. HENNEQUIN et A. TORTAT — *Théorie des Probabilités et quelques Applications* — Masson et C.^{ie} — Paris.

Este livro escrito com o objectivo de ser utilizado no 3.º ciclo francês e na investigação, é um tratado de introdução à teoria das probabilidades, no sentido em que não pretende cobrir um campo actualmente extremamente vasto, pois que compreende não só o núcleo desta teoria mas também todas as suas múltiplas ramificações e aplicações. Como introdução, o livro limita-se portanto a alguns objectivos fundamentais e a definir algumas vias de progresso.

Nestes termos aqui se encontra um desenvolvimento notável em extensão e em outros aspectos da teoria da medida que está na base de todos estes processos, da teoria da integração das funções de valores reais (ou complexos) sobre o espaço abstracto dos probabilistas e sobre os espaços topológicos.

Dedica em seguida um longo capítulo às leis de probabilidade em R ou R^n e as funções características, a sua unicidade, composição e convergência, apresentando numerosos exemplos assim como o carácter absolutamente contínuo e *singular* de algumas delas. O estudo das probabilidades *condicionadas* desenvolve-se principalmente nos domínios das pro-

