

Proofs from THE BOOK

de M. Aigner e G. M. Ziegler, Springer, 2001

Recensão por Gareth A. Jones, Southampton University, U.K.

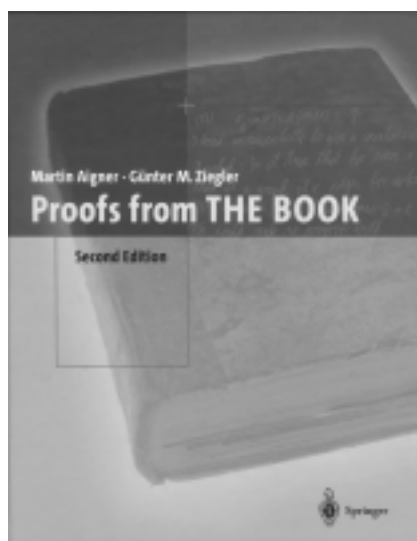
Até os mais entusiastas de nós, matemáticos, se sentem, de vez em quando, desiludidos com a Matemática. Talvez tenhamos exames de mais para corrigir, demasiados artigos para arbitrar; talvez os nossos estudantes (ou, pior até, os nossos colegas) estejam a ser ainda mais obtusos do que o normal. Quando tal acontece, um copo de vinho ou uns minutos de Mozart podem ser maravilhosos para levantar o ânimo, mas precisamos também de qualquer coisa que nos recorde que a Matemática é, realmente, um assunto muito bonito. Este livro fornece o tónico necessário, em dúzias de doses de digestão fácil.

Baseia-se numa ideia extravagante de Paul Erdős, que foi talvez o matemático mais produtivo e criativo do século XX. Como G. H. Hardy, acreditava que a matemática feia não perdura. Embora não fosse religioso, gostava de falar em *O Livro*, no qual um Ser Supremo, possivelmente não existente, guarda todas as demonstrações mais perfeitas e bonitas. Na maior parte do tempo o livro está fechado, mas, ocasionalmente, é permitido a um humano dar uma olhadela rápida a uma página, causando um daqueles momentos de génio que parecem vir de lado nenhum. Em dada altura dos anos 90, Martin Aigner e Günter Ziegler começaram a colaborar com Erdős na escrita de uma primeira

aproximação a *O Livro*, baseada no seu "entusiasmo por ideias brilhantes, compreensões inteligentes e observações maravilhosas". Depois da morte de Erdős, em 1996, tornou-se no tributo deles à sua memória, sendo grande parte do conteúdo baseado nas sugestões, conjecturas e teoremas daquele.

Aigner e Ziegler dão-nos um A a Z das suas demonstrações favoritas em Teoria dos Números, Geometria, Análise, Combinatória e Teoria de Grafos, áreas muito caras a Paul e onde ele fez muitas contribuições profundas. Muitos dos resultados têm enunciado fácil, como, por exemplo, o teorema sobre a infinidade dos números primos, mas em todos os casos as demonstrações revelam elegância e engenho. Para este teorema em particular,

o livro apresenta seis demonstrações diferentes: a demonstração clássica por contradição, devida a Euclides, duas demonstrações com base nas propriedades dos números de Mersenne e Fermat, a seguir uma analítica (com o produto de Euler da função zeta de Riemann à espreita, ao fundo e sem se fazer anunciar), depois uma demonstração surpreendentemente simples envolvendo uma topologia para os inteiros com base em progressões aritméticas e, finalmente, uma demonstração



admiravelmente clara, de Erdős, do resultado de Euler de que $\sum_p p^{-1}$ diverge, onde p percorre os primos.

Analogamente, o capítulo sobre Combinatória inclui uma secção onde se dão quatro demonstrações completamente diferentes do teorema de Cayley (que este não provou!) sobre a existência de n^{n-2} árvores para n

Embora não fosse religioso, gostava de falar em *O Livro*, no qual um Ser Supremo, possivelmente não existente, guarda todas as demonstrações mais perfeitas e bonitas.

vértices: há a demonstração clássica de Prüfer, por meio de uma bijecção, outra usando o teorema de Kirchhoff sobre matrizes e árvores na contagem, pela álgebra Linear, das árvores geradoras do grafo completo K_n , uma terceira de Riordan e Rényi, baseada na recorrência, e, finalmente, uma demonstração recente de Pitman, baseada na dupla contagem de florestas enraizadas.

Como se esperaria, dado o seu tema, a apresentação e a escrita deste livro são excelentes. Cada secção tem uma introdução breve, mas clara, situando o problema em discussão e, em muitos casos, retratos dos matemáticos envolvidos. As demonstrações, acompanhadas de diagramas ilustrativos excelentes, são apresentadas com grande elegância e entusiasmo. Estão escritas com uma simplicidade digna de nota, acessível à maioria dos estudantes com a formação habitual da licenciatura em Matemática Pura. Cada secção fecha com algumas referências úteis para leitura posterior. Os *cartoons* com piada de Karl Hofmann são um prazer adicional: a secção sobre o Teorema de Cayley tem um com a legenda: *“Um processo inabitual para contar árvores: Ponha um gato em cada árvore, leve o seu cão a*

passar e conte o número de vezes que ele ladra.” Fica a cargo do leitor imaginar o desenho.

Quer o leitor seja um estudante ou um Medalha Fields, posso assegurar que este livro o vai estimular. Passe alguns minutos concentrando-se numa das demonstrações e perder-se-á na admiração pela beleza da Matemática e o talento de alguns daqueles que a cultivam. Frequentemente, a propósito de uma ideia brilhante, perguntamos *“De onde diabo veio aquilo?”*. A explicação de Erdős pode não ser muito científica, mas a leitura destas provas concretas dar-lhe-á enorme prazer.

(Tradução de F. J. Craveiro de Carvalho)

Delegação Regional do Centro da SPM

A Direcção desta Delegação recém eleita vai promover uma série de actividades na sua área. Dando continuidade a uma tradição com grandes pergaminhos, planeia-se um Encontro Regional para o início de 2004 e as Tardes de Matemática que, como é hábito, terão lugar nas Escolas interessadas. Esse interesse e outras sugestões podem ser comunicados à Direcção da Delegação Regional através de

<http://www.dmat.estv.ipv.pt/dep/dmat/spmcentro/>

Está também em estudo a organização de seminários e colóquios. Recordar-se que a SPM tem à disposição das Escolas a exposição *“Movimento Matemático 1937/47”* que consiste numa série de painéis com textos e fotos alusivos à fervilhante actividade matemática naquela década em Portugal. Pode ver-se a reprodução do primeiro painel no volume 140 da Gazeta de Matemática. As Escolas interessadas em mostrar essa exposição podem contactar para o efeito a Direcção da Delegação Regional.