GAZETA DE MATEMÁTICA
N.º 76-77 — Set./Dezembro 1959

La formation mathématique de l'ingénieur

J. Bass
Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique
et à l'Ecole National Supérieure des Mines de Paris

Le domaine de validité du mot ingénieur n'est pas très bien défini. Certains ingénieurs sont surtout des administrateurs, et ne s'occupent guère de science ni de technique. D'autres, au contraire, sont des techniciens spécialisés, et meritent à peine le titre d'ingénieur. Il este donc difficile de qualifier d'une façon uniforme les *mathématiques de l'ingénieur*. Elles dépendent de la fonction réellement remplie par l'ingénieur et de sa spécialité. Mais tout ingénieur doit avoir des connaissances suffisantes en mécanique, en physique générale, en électricité, et pour cela, il doit d'abord savoir des mathématiques. Un double problème se pose donc : de quoi l'ingénieur a-t-il besoin pour exercer son métier ; de quoi a-t-il besoin pour apprendre son métier ?

J'examinerai assez rapidement la première question, car elle n'est susceptible d'aucune réponse précise. Certains ingénieurs, travaillant par exemple dans le domaine chimique ou métallurgique, peuvent ne jamais faire de mathématiques. D'autres, au contraire, qui utilisent les techniques de l'électricité, de la mécanique des milieux continus (aérodynamique, hydrodynamique, élasticité, plasticité), de la physique moderne, s'en servent constamment. Les problèmes qu'ils rencontrent sont très divers. Les énoncés de certains sont classiques. Il s'agit par exemple de résoudre des équations différentielles, ou des équations aux dérivées partielles élémentaires avec conditions aux limites. D'autres sont plus originaux et devancent parfois les possibilités actuelles des mathématiques pures. Certains de ces problèmes sont assez simples pour être résolus avec un bagage mathématique scolaire. D'autres exigent des connaissances plus spécialisées. Celui qui en rencontre fréquemment devra essayer d'y intéresser un spécialiste, ou compléter sa culture mathématique. Il existe, à cet effet, des cours de troisième cycle et des séminaires universitaires, ainsi qu'une foule de livres en français et en diverses langues étrengères. Il faut bien reconnaître que beaucoup de ces livres ne sont pas accessibles au non spécialiste. On en trouve cependant, même en français, dont le but est justement d'aider l'utilisateur à résoudre les problèmes qu'on ne lui a pas expliqués au temps de ses études. Malgré tout, il reste des problèmes non résolus, et les théorèmes d'existence, lorsqu'ils sont connus, ne fournissent pas toujours une méthode de resolution. Les difficultés rencontrées dans certains problèmes usuels ont finalement pour effet de donner une grande importance aux méthodes numériques, et plus particulièrement à celles qui utilisent les machines à calculer arithmétiques, dont les constructeurs, l'industrie et les universités possèdent divers exemplaires. Mais un problème mathématiquement résoluble n'est pas toujours susceptible d'une mise en programme acceptable. Il existe des problèmes bien adaptés aux méthodes numériques et aux machines, par exemple la résolution de certaines équations différentielles et de certaines équations intégrales. D'autres, fort importants, sont encore trop difficiles, par exemple ceux qui concernent les systèmes d'équations aux dérivées partielles. En conclusion, il est bien difficile de prévoir de quelles mathématiques un ingénieur peut avoir besoin pour pour exercer son métier. Il est probable qu'il n'utilise pas lui-même beaucoup de mathématiques abstraites. Mais peut-être les mathématiciens professionnels ont-ils besoin de mathématiques très abstraites pour résoudre, par des détours parfois considérables, les problèmes concrets posés par les applications. En ce sens, on peut dire que toutes les mathématiques servent, directement ou indirectement, à l'ingénieur. Et l'utilisation récente des méthodes d'algèbre moderne (algèbre des ensembles, algèbre de Boole) en électrotechnique et en calcul numérique est un bon exemple d'application pratique de notions abstraites.

Il n'est donc pas question de préparer dès l'école l'ingénieur à résoudre lui-même tous les problèmes qu'il rencontrera peut-être. Tout au plus peut-on l'exercer à les mettre lui-même en équations, lui donner une culture suffisante pour distinguer lui-même ce qui est classique de ce qui ne l'est pas, et l'aider à résoudre ce qui est à sa portée. C'est à cela que doit aboutir l'enseignement mathématique qu'il reçoit. Or il se trouve que cet enseignemente constitue approximativement l'introduction inévitable à l'étude de la mécanique, de la physique générale, de l'électricité, sciences de base du métier d'ingénieur. Quel est le programme minimum que cela exige ? Un ingénieur doit naturellement avoir une bonne expérience de l'algèbre élementaire, de la trigonométrie, de la géométrie élémentaire à deux ou trois dimensions, des éléments de la géométrie analytique et du calcul différentiel. Mais ces éléments sont loin de lui suffire.

En mécanique (petits mouvements, vibrations), en électricité et dans la théorie des asservissements, on a besoin d'*algèbre linéaire:* opérations sur les matrices, problèmes de valeurs propres.

Les *bases de l'analyse,* — notions sur les ensembles de points, suites et séries numériques, fonctions de variables réelles —, servent partout. Des connaissances précises sur les espaces fonctionnels (espace de Hilbert) sont indispensables en physique moderne. Le *calcul intégral* a des applications universelles. Il n'est pas nécessaire d'en connaître très à fond les bases théoriques. Mais il faut être bien exercé au calcul des intégrales simples, y compris les procédés de réduction de certaines intégrales non élémentaires (intégrales elliptiques). Il faut avoir une bonne habitude du maniement des intégrales multiples (à n dimensions), des intégrales curvilignes et de surfaces, des formules de changement de variables et de transformations (utilisation courante en aérodynamique, en électromagnétisme, en statistique), des différentielles totales (en thermodynamique), des champs de vecteurs (champs de gradients et de rotationnels). Les intégrales simples et multiples généralisées se rencontrent à tous propos, et en particulier dans la théorie du potentiel newtonien (utilisée en électricité et en aérodynamique) et en calcul des probabilités (loi de Laplace-Gauss).

Les *séries de Fourier* et les intégrales de Fourier sont à la base des problèmes d'analyse harmonique. La *transformation de Laplace* et le calcul symbolique sont constamment employés en mécanique linéaire. La théorie des *fonctions orthogonales,* enseignée d'un point de vue géométrique, est une introduction aux problèmes avec conditions aux limites. Et tout cela exige quelques préliminaires sur la convergence uniforme des suites ou des intégrales, et la convergence en norme dans les espaces fonctionnels.

L' usage des *nombres complexes* est bana dans les problèmes de courant alternatif et dans les problèmes, formellement équivalents, de mécanique vibratoire et d'asservissements. La *théorie des fonctions analytiques* — représentation conforme, intégration dans le plan complexe —, sert à résoudre les problèmes d'aérodynamique à deux dimensions (tracé des lignes de courant, calcul de traînées et de poussées) et de nombreux problèmes d'électricité.

Il n'est pas nécessaire de rappeler l'intérêt pratique des *systèmes différentiels*. On insiste surtout sur les systèmes linéaires, et en particulier sur les systèmes à coefficients constants, et sur les équations linéaires du second ordre, dont l'étude prépare à celle des problèmes avec conditions aux limites de la physique et de la mécanique. On arrive ainsi aux fonctions spéciales (polynômes de Legendre, fonctions de Bessel...), dont il existe des tables, et qui sont un outil de travail permanent.

La théorie des *équations aux dérivées partielles*, surtout celles du second ordre linéaires, est à la base de la physique mathématique, et par suite de la culture mathématique de l'ingénieur. Il suffit de rappeler les équations de la mécanique des fluides (qui, selon les circonstances, peuvent conduire à l'équation de Laplace $\Delta U = 0$, à l'équation des ondes, $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \Delta U$ ou à l'équation de la chaleur $\frac{\partial U}{\partial t} = \Delta U$), les équations de l'équilibre elastique, les équations de Maxwell, l'équation de Schrödinger. Les principes du *calcul des variations* servent en mécanique (équations de Lagrange) et sont parfois un guide utile à propos de questions plus techniques (performances des avions).

Enfin, tout ingénieur doit connaître les éléments du *calcul des probabilités*, — variables aléatoires, loi normale — loi de Poisson, problème de Bernoulli, corrélation — qui pourront lui servir soit à propos de problèmes théoriques (asservissements à entrée aléatoire, problèmes de rayonnement en physique corpusculaire), soit pour des applications plus concrètes (problèmes de stocks, statistiques de fabrications).

De ce programme fondamental, il n'y a pas beaucoup à retrancher, quelle que soit la spécialité. Inversement, on hésite à y introduire certaines questions, dont l'utilité pratique est encore discutable. Si l'*algèbre linéaire* est devenue d'un usage courant, la théorie des *groupes* semble être pour le moment réservée aux physiciens. Par contre, les éléments d'algèbre des ensembles, et en particulier l'algèbre de Boole, commencent à être enseignés. En ce qui concerne le *calcul tensoriel,* la situation n'est pas très claire. Son emploi est commode, sans être indispensable, en mécanique des fluides et en électricité. L'analyse tensorielle (en coordonnées curvilignes euclidiennes) est en général considérée comme en dehors des programmes d'élèves ingénieurs. Elle peut servir en mécanique des fluides (couche limite) et en électricité, mais son champ habituel d'application est la théorie de la relativité, qui n'intéresse guère les ingénieurs.

La *théorie de la mesure* et de l'intégration n'a pas encore d'applications concrètes. On fait d'habitude une simple allusion à l'existence de l'intégrale de Lebesgue pour justifier, sans les démontrer, certains résultats utiles sur les espaces fonctionnels (théorème de Fischer-Riesz).

En ce qui concerne la *géométrie infinitésimale,* il y a un minimum à connaître sur les courbes (courbure et torsion). Quant à la théorie des surfaces (théorèmes de Meusnier, lignes de courbure,...), l'expérience montre que bien des élèves ingénieurs se passent d'en avoir entendu parler. On a là un exemple d'une théorie qui fut classique, dont les applications sont rares, et dont l'enseignement se perd.

Le *calcul numérique* mérite une mention particulière. Il est bon que l'élève ingénieur soi averti de l'existence de machines arithmétiques et analogiques. Mais il n'est pas possible de lui donner à l'école les moyens de se servir réellement de machines modernes. Il se spécialisera plus tard, s'il le juge utile. Il est bon, d'autre part, qu'il soit suffisamment au courant des méthodes numériques qui, avec très peu de matériel, permettent de résoudre les problèmes usuels. Voici les plus fondamentaux de ces problèmes :

— Résolution de systèmes linéaires (inversion de matrices) et d'équations algébriques.

— Recherche des valeurs propres et des vecteurs propres des matrices.

— Calcul numérique des intégrales définies simples.

— Sommation des séries numériques.

— Calcul des coefficients des séries de Fourier.

— Représentation conforme.

— Résolution numérique d'équations différentielles.

— Problème de Dirichlet dans le plan.

Il est assez difficile de se faire une doctrine précise sur la manière d'enseigner toutes ces questions. Un cours complet de méthodes numériques dépasse le plus souvent les possibilités de l'enseignement donné aux élèves ingénieurs. On se contente, sous diverses formes, d'exemples et d'exercices isolés.

Examinons maintenant par quelles étapes le futur ingénieur peut acquérir sa formation mathématique. Ce problème e été résolu de bien des façons, en France et à l'étranger. En France, on franchit généralement trois étapes, fort inégales en durée et en valeur. Elles correspondent à l'enseignement secondaire, aux années propédeutiques et à l'enseignement supérieur. D'une étape à la suivante, les programmes évoluent d'une façon continue, et ce sont les méthodes et conditions d'enseignement qui ont leur personnalité.

L'étape secondaire correspond aux lycées ou aux collèges techniques.

L' étape propédeutique correspond aux classes de mathématiques supérieures et spéciales, ou à l'année propédeutique des facultés, ou dans certaines écoles à une année préparatoire.

L'étape supérieure est celle des facultés et des écoles supérieures d'ingénieurs. Il faut mettre à part l'Institut des Sciences appliquées de Lyon, dont l'organisation est particulière et n'a pas encore atteint son régime stabilisé. Du point de vue de l'enseignement des mathématiques, il fonctionne d'ailleurs comme les écoles qui recrutent au niveau du baccalauréat. Il faut aussi mettre à part l'École Polytechnique, qui n'est pas une école d'ingénieurs, bien qu'elle délivre un diplôme d'ingénieur. Son programme de mathématiques est plus étendu que celui des écoles d'ingénieurs proprement dites. Son diplôme ne constitue pas un aboutissement, puisqu'en général, les élèves qui en sortent passent ensuite deux ans dans une école d'ingénieurs qui, pour eux, joue le rôle d'une école d'application. A certains points de vue, la formation qu'elle procure peut se comparer à celle qu'on acquiert à l'université, lorsqu'on prépare un ensemble suffisamment varié de certificats de licence. Il faut aussi mettre à part les Écoles d'Arts et Métiers, où l'enseignement mathématique est moins étendu et joue un rôle moins fondamental, et le Conervatoire des Arts et Métiers, dont l'organisation est toute différente.

Dans ce qui suit, je ne m'occuperai que de la filière la plus traditionnelle en France : lycée jusqu'au baccalauréat de mathématiques élémentaires, mathématiques supérieures et spéciales ou propédeutique universitaire, grande école ou faculté.

A vrai dire, les facultés françaises ne se proposent pas systématiquement de former des ingénieurs. Certaines ont bien des cours de caractère technique, liés souvent à des circonstances régionales (hydraulique, électrotechnique). Ce sont des cours spécialisés, et il serait exagéré de dire des étudiants qui les ont suivis qu'ils sortent de la faculté avec la qualification d'un ingénieur. On peut d'ailleurs se demander si les élèves diplômés d'une grande école méritent tout de suite le titre d'ingénieur. Ce qui est sûr, c'est que le régime de l'école est organisé de façon à leur donner des connaissances plus variées, plus étendues et plus coordonnées. En sortant d'école, ils ne sont pas encore des ingénieurs, mais ils sont en principe mieux préparés à le devenir. Il faut se rappeler d'autre part que certaines grandes écoles, dites E.N.S.I., sont rattachées à une université, et qu'elles utilisent comme cours scientifiques les cours de l'université, Il est donc logique de considérer l'enseignement des facultés comme une préparation possible au métier d'ingénieur, soit par voie directe, soit par l'intermédiaire d'une école d'ingénieurs.

Dans l'ensemble, les grandes écoles non universitaires (par exemple l'École Nationale des Ponts et Chaussées, les Écoles Nationales Supérieures des Mines de Paris et de Saint-Étienne, de l'Aéronautique, des Télécommunications) et quelques autres écoles qui ne sont pas rattachées à une université (École Centrale, École de Physique et Chimie) suivent d'assez près le programme indiqué plus haut. L'esprit est toujours à peu près le même: objectif pratique, cours relativement concrets, peu de théorie et de démonstrations délicates. Dans les E.N.S.I. (Poitiers, Toulouse, Grenoble, Nancy, Nantes), le cours de mathématiques est autant que possible confondu avec le cours universitaire de *techniques mathématiques de la physique* (T.M.P.). Cela crée d'ailleurs quelques difficultés, car le certificat de T.M.P. est destiné aux physiciens. Son programme n'est pas exactement adapté à l'École d'ingénieurs. Il n'est pas tout à fait assez complet et demanderait à être prolongé par certaines parties du programme de *méthodes mathématiques de la Physique* (M.M.P.). En outre, la structure d'un certificat de licence n'est pas exactement celle d'un cours pour ingénieurs. Elle risque d'être plus orientée vers l'abstraction (même élémentaire) que vers la pratique du calcul.

En ce qui concerne les méthodes pédagogiques, elles sont assez variées dans le détail. La solution moyenne adoptée par les grandes écoles est à peu près la suivante :

— Cours faits par le professeur devant tous les élèves, suivant une technique intermédiaire entre le cours de lycée et le cours *ex-cathedra*.

— Séances d'exercices faites devant des petits groupes d'élèves par des assistants.

— Interrogations et devoirs à la maison assez fréquents. Quelques examens oraux et écrits (composition).

— Cours rédigé par le professeur, édité avec soin et distribué aux élèves dès le début de l'année.

L'horaire dépend des écoles. A l'École Nationale Supérieure de l'Aéronautique, il y a deux leçons de 1 h 30 (75 élèves) et une séance d'exercices de 1 h 30 (3 groupes de 25 élèves), chaque semaine, pendant la première année. Il y a en outre un petit nombre de leçons supplémentaires en troisième année, aux options qui auront besoin d'aérodynamique.

Le rendement de cet enseignement n'est pas mauvais, mais il n'est pas non plus excellent, pour diverses raisons. Les élèves, fatigués par les années de spéciales, et pratiquement libérés de tout souci, puisque l'école n'admet pas plus d'élèves qu'elle ne souhaite en voir sortir, ont tendance à se relâcher. D'autre part, leur charge de travail est considérable, et le temps qu'ils peuvent consacrer aux mathématiques en particulier est trop court. Il est donc rare qu'ils connaissent vraiment le programme à fond.

A l'université, les méthodes sont assez analogues. Mais l'habitude du cours rédigé n'est pas encore prise partout, et les «amphis» ont souvent un effectif trop nombreaux pour pouvoir être traités en «classe». Les étudiants doivent passer un examen de licence, ce qui est beaucoup plus aléatoire que d'atteindre la moyenne globale minima exigée dans les écoles. Le travail universitaire est moins dispersé et plus spécialisé, mais aussi moins contrôlé et moins guidé que celui des élèves des grandes écoles.

Avant la grande école ou l'année de licence, l'étudiant est en propédeutique: mathématiques supérieures et mathématiques spéciales. M.G.P. (Mathématiques générales et Physique, anciennes Mathématiques générales) ou M.P.C. (Mathématiques, Physique et Chimie). En principe, M.G.P. est un certificat de mathématiques pures, qui ne conduit pas aux écoles d'ingénieurs ni à T.M.P., mais à la préparation des certificats de mathématiques M_1 et M_2 (ancien certificat de calcul différentiel et intégral). M.P.C. a pour suite logique T.M.P. Les classes propédeutiques des lycées ont pour issue logique les concours d'entrée aux grandes écoles. Les programmes de ces diverses sortes d'enseignement ont aujourd'hui tendance à s'unifier. Le programme de mathématiques spéciales s'oriente vers une abstraction plus poussée, un peu inférieure à celle de M.G.P., mais pénétrant plus au fond des principes que M.P.C. Il diffère surtout de M.G.P. par l'importance qu'y conserve la géométrie analytique. On peut se demander s'il est bien utile pour l'ingénieur d'avoir passé tellement de temps à étudier la géométrie analytique des courbes et des surfaces (je ne parle pas de la géométrie descriptive, qui est à l'agonie).

Même s'il arrive par exemple qu'un ingénieur ait une fois besoin des propriétés des courbes unicursales, il est probable que bien des questions d'algèbre et d'analyse lui serviront d'une façon plus courant. Il y a tout intérêt, dans l'enseignement de base, à leur donner la préférence.

Dans son état actuel, le programme de spéciales est un peu lourd, car les modifications récentes ont consisté en plus d'additions que de remplacements ou de suppressions. Il contient trop de géométrie, et est trop timide en algèbre et en analyse. C'est ainsi que les formule de Stokes et d'Ostrogradsky, introduites en vue de la physique, ne doivent donner lieu à aucune question d'écrit ni d'oral en mathématiques. Il serait souhaitable que ces questions fussent effectivement intégrées au programme. Il en est de même de la definition de l'intégrale de Riemann, limitée sans raison au cas des fonctions continues (les plus simples des fonctions intégrales ne sont pas continues; ce sont les fonctions en escalier), et des bases de l'algèbre linéaire. On s'étonne que le programme ait oublié l'addition des matrices et leur multiplication par un scalaire. On s'étonne aussi que le programme ait prévu indépendamment et sucessivement la théorie des vecteurs, puis la notion d'espace vectoriel *. Il est probablement prudent d'enseigner d'abord une théorie élémentaire et géométrique des vecteurs. C'est le rôle de l'enseignement secondaire. Mais en propédeutique, une axiomatique raisonnable semble plus indiquée. Si la vitesse d'un avion se compose avec celle du vent suivant *la règle du parallélogramme*, ce n'est pas parce que la vitesse *est* un segment dans lequel une extrémité porte une flèche. C'est parce que la vitesse, grandeur physique, obéit à une loi de composition d'origine physique. Cette loi est la même que celle de la composition des *vecteurs* de la géométrie élémentaire, et une habitude, d'ailleurs commode, conduit à représenter la vitesse par un *vecteur* géométrique. Peut-être n'est-il pas inutile de bien faire comprendre à un élève de 18 ans cette distinction, qui met bien en évidence l'intérêt de l'axiomatique, et l'étendue de son champ d'application.

Quelques corrections rendront le programme de spéciales plus cohérent. Mais il n'en reste pas moins une simples introduction au programme qui doit connaître l'ingénieur. Or le programme de spéciales est étudié à loisir et en vue d'un concours, alors que le programme «supérieur», peut-être plus étendu, est proposé à des étudiants qui, reçus à une école, n'ont plus guère d'inquiétudes sur leur avenir et n'ont plus de sanctions à craindre. On voit ainsi les avantages et les inconvénients de la formation des ingénieurs par la voie des concours et des grandes écoles. Ils savent bien, trop bien même, les bases. Ce qu'ils ont appris en spéciales reste présent à leur mémoire pendant bien des années après leur sortie d'école. Mais ils sont beaucoup plus hésitants lorsqu'il s'agit d'appliquer les connaissances acquises dans l'enseignement supérieur, et qui devraient constituer l'essentiel de leur culture mathématique. Il est bien difficile de prononcer un jugement définitif pour ou contre les spéciales. Supprimer la garantie qu'elles offrent n'aurait peut-être pas uniquement des conséquences heureuses. On peut cependant se demander s'il ne serait pas possible de trouver un meilleur équilibre.

Examinons maintenant la participation de l'enseignement secondaire à cette formation mathématique des ingénieurs. On est un peu effrayé du peu de connaissances acquises pendant les sept années qui conduisent au baccalauréat et de l'effort énorme que cela implique pour les deux années de propédeutique au lycée et l'année de formation scientifique supérieure. Il est bien évident que les conditions de l'enseignement secondaire sont très différentes de celles de l'enseignement supérieur et que l'objectif n'est pas le même. Les mathématiques y sont une matière parmi bien d'autres. Il faut beaucoup de temps pour initier à l'algèbre et à la géométrie des enfants dont la future orientation ne peut pas encore être décelée, et à qui on a tout à apprendre, y compris l'orthographe, la rédaction, et l'art de travailler avec ordre. Les résultats français ne sont d'ailleurs pas inférieurs à ceux de certains pays étrangers. C'est ainsi qu'aux États-Unis on s'inquiète beaucoup de la médiocrité du niveau des étudiants qui entrent au collège (c'est-à-dire en propédeutique). Certains ne savent pas résoudre une équation du second degré. Ils l'apprennent d'ailleurs très vite, et leur retard initial ne se manifeste pas longtemps. A l'École Polytechnique Fédérale de Zurich, la situation est encore plus franche. On admet en première année, sans examen, aussi bien les bacheliers de philosophie que ceux de mathématiques. La situation en France est plus favorable, au moins en apparence. Cependant, le programme du baccalauréat de mathématiques élémentaires, pratiquement immuable depuis 57 ans, n'est guère satisfaisant.

Dans la mesure où l'enseignement secondaire contribue à préparer l'entrée dans les grandes écoles scientifiques ou dans les universités, il n'est pas très bien adapté à jouer ce rôle. L'importance traditionnelle donnée à la géometrie est exagérée, et l'initiation à l'algèbre se fait trop lentement. La géométrie élémentaire est une science difficile, et elle n'est pas plus formatrice que l'algèbre. Pourquoi son enseignement commence-t-il si tôt, et fait-il l'objet de tant de redites? Il y aurait intérêt à séparer nettement la géométrie pratique, science physique qu'on apprend dès l'école primaire, et la géométrie logique, qui exige une certaine maturité d'esprit. Considérons par exemple l'énoncé suivant: «la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits». Cet énoncé est facile à vérifier expérimentalement, avec une précision honorable. Mais, en tant que théorème, il est inexact. Il lui manque la proposition, toujours sous-entendue: «si l'en-

ensemble» de tels et tels axiomes est vérifié, alors...». Ces axiomes traduisent des propriétés physiques de l'univers, valables localement avec une certaine précision. Mais ce n'est pas en 5e ou 4e que de telles subtilités peuvent être expliquées aux élèves. Alors, pourquoi leur faire croire qu'on a, enfin, *démontré* une propriété des triangles qui jusque là n'était qu'un vulgaire fait expérimental? Peut-être serait-il plus honnête de rester quelques annés de plus au stade de la géométrie pratique et de ne commencer à faire des démonstrations que lorsque les élèves peuvent vraiment comprendre ce qu'elles signifient. L'enseignement de la géométrie élémentaire est d'ailleurs encombré traditionnellement par une foule de théorèmes peu indispensables. Est-il vraiment nécessaire de laisser au programme l'étude métrique des sections planes d'un cône de révolution alors que, avec un minimum de géométrie analytique, l'étude des sections planes d'un cône du second degré quelconque est si facile, et conduit à la propriété projective générale des coniques?

Contrairement à celles de la géométrie, les bases logiques de l'algèbre sont simples. Il n'est pas question de les exposer axiomatiquement dans les classes de début. Mais il est facile d'énoncer avec précision les règles du calcul algébrique, et d'exercer très tôt les élèves à les employer, à résoudre des équations du premier et du second degér, et à utiliser les représentations graphiques. On pourrait introduire plus vite et avec moins de timidité la notion de limite, l'usage des dérivées et les éléments de trigonométrie.

Si toutes ces notion étaient définitivement acquises pour la première partie du baccalauréat, on éviterait des redites en mathématiques élémentaires, et on pourrait introduire dans cette classe quelques questions qui figurent au programme de la classe de mathématiques supérieurs et qui n'exigent pas de bases théoriques étendues: notion d'intégration (comme opération inverse de la dérivation), usage du signe somme, de l'intégration par parties et des changements de variables, nombres complexes (opérations et applications géométriques), éléments de calcul vectoriel (y compris les notions de produit scalaire et de produit vectoriel) notions de géométrie analytique (droite, plan, cercle sphère, coniques). De telles modifications de programme ne semblent pas utopiques. Il ne serait probablement pas trés difficile d'éviter beaucoup de perte de temps et de désordre dans les six premiéres années d'enseignement secondaire. Les avantages en seraient nombreux: d'abord le programme de mathématiques serait mieux adapté à celui de physique. Ensuite les classes de spéciales seraient allégées d'une partie élémentaire, mais non négligeable, de leur programme. Cela permettrait, sans surcharge, d'aller un un peu plus loin, et de débarrasser les programmes de l'enseignement supérieur de notions qui, à ce niveau, sont élémentaires et prennent du temps. Il serait alors possible d'insister un peu plus longuement sur des questions importantes, qui arrivent toujours en fin d'année et risquent d'être un peu sacrifiées (problémes aux limites, équations aux dérivées partielles). La réforme de la classe de Spéciales ne peut être vraiment efficace que si elle s'accompagne d'une réforme des programmes secondaires.

Je poserai pour terminer une question, valable à tous les niveaux: l'enseignement des mathématiques doit-il être abstrait? Quelle part le concret doit-il y jouer? Il est difficile de répondre à cette question pour la partie élémentaire de l'enseignement, pendant laquelle les éléves ne savent pas encore vers quelle profession ils s'orienteront. J'ai déjà signalé les deux aspects de la géométrie: géométrie logique, et géométrie pratique, qui ont tous les deux leur utilité pour la formation générale des enfants, mais qu'il est préférable de ne pas trop mêler sans précautions. Il y a, à tous les niveaux, des questions qui seront mieux comprises sous forme abstraite, axiomatique, et d'autres pour lesquelles une exposition concréte est plus indiquée. Cela ne veut pas dire que la rigueur, c'est-à-dire l'exactitude, en soit exclue. Cela veut seulement dire qu'on part de cas particuliers et d'exemples pour s'acheminer progressivement vers les résultats généraux, quitte à s'arrêter en route si cela prend trop de temps ou devient trop dificile. On est assez souvent conduit, dans les grandes écoles, à énoncer sans les démontrer des théorémes dont les éléves auront à se servir. C'est souvent le cas pour des théorémes d'existence.

En ce qui concerne les exercices, un juste milieu est à trouver. A quelque niveau que ce soit, il semble peu praticable pour le professeur de mathématiques de donner des exercices dont l'énoncé soit concret et proche des applications. Ce qui est vrai au niveau supérieur l'est aussi au lycée. Si le programme est bien équilibré, le professeur de physique appliquera les mathématiques à des problèmes de physique. Il ne considèrera pas les mathématiques comme le but du problème, mais il n'aura pas non plus à leur égard de suspicion, et il se rappellera que les mathématiques qu'il emploie, même si. comme cela est souhaitable, elles ont déjà été enseignées aux élèves, ne leur sont pas encore très familières. D'où la nécessité de liaisons fréquentes entre les deux professeurs. Elles éviteront peut-être que les élèves soient si souvent déconcertés en physique par l'emploi sans précautions du calcul algébrique, ou au contraire par une prudence tout à fait exagérée dans la mise en oeuvre d'un appareil mathématique approprié. Les mathématiques sont faites pour servir. Cela ne masque pas la «réalité physique» de parler de dérivées, de fonctions linéaires ou d'homographie. Au contraire, cela permet de mieux la dégager.

Finalement, les exercices de mathématiques atteignent le concret par le dessin et le calcul numérique.

Le *dessin géométrique* a depuis longtemps droit de cité dans l'enseignement secondaire. Mais peut-être sa mise en oeuvre pourrait-elle être améliorée et rendue plus systématique. On n'apprend pas assez aux élèves à dessiner avec précision, en utilisant des instruments de bonne qualité. Il faudrait illustrer toutes les constructions géométriques, toutes les recherches de lieux, par un dessin géométrique *précis*. On devrait d'abord construire le lieu par points, en utilisant directement les hypothèses, puis passer à la démonstration, et enfin, ayant reconnu la nature du lieu (droite ou cercle), le construire à la règle ou au compas d'après ses propriétés démontrées. Il ne faut pas réduire ces petits problèmes à la démonstration d'un théorème d'existence. Et le dessin peut avoir bien d'autres applications dès qu'on commence à savoir représenter graphiquement des fonctions.

En ce qui concerne le *calcul numérique,* le problème est plus complexe, car faute de programmes bien faits et de matériel, il est à peine entré das les traditions de l'enseignement secondaire. Le programme de spéciales, qui est en période d'évolution, se dégage à peine des conventions du *calcul logarithmique*. Il faut donc tout reprendre au niveau de l'enseignement supérieur. On est effrayé des erreurs grossières que des étudiants de 20 ans font, sans s'en apercevoir, dans leurs calculs. On est effrayé de leur ignorance des moyens de calcul les plus usuels, des méthodes d'évaluation des limites d'erreur, et des procédés de vérification. Tout cela pourrait être déblayé dès l'enseignement secondaire. Lorsqu'un élève connaît la signification des symboles π ou $\sqrt{2}$, qu'on lui apprenne à les utiliser dans les calculs, et à apprécier l'erreur commise! C'est le rôle du professeur de mathématiques d'exercer les élèves à calculer. Le professeur de physique ne doit être là qu'un utilisateur. Et cela est vrai aussi pour l'emploi des instruments. L'usage de la règle à calcul devrait être obligatoire dès la classe de 2e (il n'est pas nécessaire de connaître la théorie). Comment se fait-il que les élèves sachent mesurer des longueurs (ils l'apprennent en mathématiques et en physique) et se servir de balances, mais qu'ils ignorent l'existence des planimètres pour mesurer les aires planes ?

Il est temps de résumer et de conclure. Quelles que soient les réformes qu'il peut être souhaitable d'apporter à l'organisation des grandes écoles, leur programme restera toujours chargé. Le programme maximum des classes de préparation ne risque donc pas d'être réduit. Tout allègement de ce programme doit avoir sa répercussion dans la classe de mathématiques élémentaires, classe déjà spécialisée. Une modification du programme de la seconde partie du baccalauréat n'est acceptable que si l'efficacité de l'enseignement des mathématiques dans les classes secondaires est améliorée. Il faut bien pour cela procéder à quelques réformes, qui ne sont pas des révolutions : séparation plus franche entre le concret et l'abstrait ; entraînement plus précoce et plus systématique au calcul arithmétique et algébrique, remise en ordre et simplification du programme de géométrie logique. Rien de tout cela ne semble incompatible avec l'esprit ni avec les horaires de l'enseignement secondaire *.

J. Bass

* L'article de M. Bass constitue la mise au point, par l'auteur lui-même, de la conférence faite, sous le même titre, lors des journées d'études organisées à Paris (7-8-9 mai 1959) par l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.