

- OBERTH, T., 1948 — *Meios de realização dos vôos cósmicos*. Defesa, 232 págs.
- RININ, N. A., 1928-1932 — *Comunicações interplanetárias*. Publicações 1-9.
- TSANDER, F. A., 1947 — *O problema do vôo por meio de foguetões*. Defesa, 240 págs.
- TSIOLKOWSKY, K. E., 1951 — *Aerodinâmica. Obras completas 1*. AN CCCR, 268 págs.
- TSIOLKOWSKY, K. E., 1954 — *Aparelhos de vôo de reacção Obras Completas 2*. AN CCCR, 455 págs.
- STERNFELD, A., 1937 — *Introdução à cosmonáutica*. ONTI, 320 págs.
- ESNAULT-PELTERIE, R., 1950 — *Vôos cósmicos*. Defesa, 148 págs.

Entrou na redacção a 3 de Abril de 1956.

## NOTAS

[1] Sobre o método de COWELL para órbitas perturbadas, consultar G. STRACKE — *Bahnbestimmung der Planeten und Kometen*, — § 78-b.

[2] Elipse osculatrix significa aqui a órbita que o foguetão seguiria, suposta nula a influência perturbadora da Lua. Não tem o significado geométrico que exige um contacto de 2.<sup>a</sup> ordem.

[3] Pela falta de simetria em relação ao instante  $t = 118,07$  h dos valores de  $x$  e  $y$ .

As presentes notas e figura, incluídas no texto, não pertencem ao artigo escrito na língua original. Resultaram da valiosa colaboração dos Ex.<sup>mos</sup> Senhores: Drs. A. CHAVES, S. DINIZ, Arq. H. GANDRA e Com.<sup>te</sup> P. MAGALHÃES, na interpretação de alguns pontos mais delicados do trabalho. A todos manifestamos o nosso reconhecimento.

J. G. T.

## Observações astronómicas dos satélites artificiais

por Raimundo Oliveira Vicente

Com os primeiros lançamentos, coroados de êxito, de satélites artificiais da Terra, aparece um novo capítulo na longa história dos estudos astronómicos e que tem por fim não só a observação como também a determinação das órbitas dos satélites. Este novo capítulo da Astronomia não apresenta nem novos métodos de observação nem conceitos teóricos originais, limitando-se a adaptar convenientemente processos já utilizados em outros campos de Astronomia.

Desta maneira vamos considerar no presente artigo os métodos de observação que se poderão utilizar para detectar a presença de satélites artificiais. Uma das vantagens destas observações reside no facto de se terem antecipadamente dados precisos acerca da forma, dimensões e constituição dos satélites o que, sob o ponto de vista astronómico, é um caso único. Precisamente uma das características das observações astronómicas, até à época actual, reside no facto de se não ter conhecimento prévio das características

do astro que se observa, características essas que se obtêm depois de efectuadas as observações.

As possibilidades de observação dos satélites dependem dos processos utilizados para a observação dos astros e que se podem classificar em dois grupos — visuais e rádio-astronómicos — conforme o comprimento de onda das radiações recebidas. Em virtude da existência da atmosfera, as radiações que se podem observar à superfície da Terra estão situadas na região visível do espectro e na região que vai desde alguns centímetros até às dezenas de metros; estas duas regiões são as únicas em que as radiações não são absorvidas pela atmosfera terrestre.

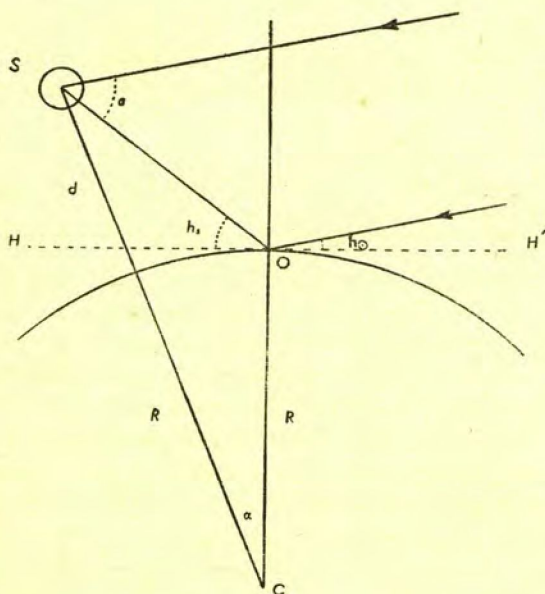
As observações astronómicas correspondentes à região visível têm sido efectuadas desde os princípios das civilizações humanas ao passo que as observações correspondentes aos comprimentos de onda maiores só têm sido feitas recentemente, especialmente a partir da 2.<sup>a</sup> guerra mundial, beneficiando dos

grandes progressos realizados no campo da electrónica, e constituindo o que se chama presentemente a Rádio-Astronomia.

Os comprimentos de onda das radiações observadas condicionam os métodos aperfeiçoados para o seu estudo, e por isso vamos indicar seguidamente algumas das características dos métodos visuais e dos processos rádio-astronómicos da observação de satélites.

Para uma observação visual ser efectuada nas melhores condições é necessário conhecer qual é a magnitude do satélite e quais os instantes em que a observação é fácil de se efectuar. Qualquer destes problemas se pode resolver facilmente, utilizando expressões conhecidas da Astronomia de posição, como vamos mostrar no caso da determinação da magnitude de um satélite.

Consideremos a figura junta que nos mos-



tra geométricamente as condições de iluminação do satélite. Seja  $O$  o local de observação do satélite  $S$ , de raio  $r$ , situado à distância  $D$  de  $O$  e cuja altura é  $h_s$ , contada

a partir do horizonte Zénite racional  $HH'$  do lugar.

Figurando a direcção dos raios solares que incidem no satélite e no observador, seja  $h_o$  a altura do Sol para o observador  $O$ , o ângulo  $\sigma = h_s + h_o$  denomina-se ângulo de fase e dá-nos uma indicação sobre a superfície iluminada do satélite que é visível de  $O$ . Supondo que o satélite se encontra a uma distância  $d$  acima da superfície terrestre, e como é conhecido o raio  $R$  da Terra, verifica-se trigonométricamente que os valores de  $D$  e  $h_s$  são funções do parâmetro  $\alpha$  indicado.

Vamos considerar o caso de um satélite esférico que reflecte completamente toda a luz incidente. A lei de LAMBERT, estudada na Óptica, permite-nos determinar a intensidade luminosa dum elemento superficial  $dS$  do satélite por unidade de ângulo sólido, numa direcção fazendo um ângulo  $\epsilon$  com a normal à superfície do satélite:

$$dq = \frac{\alpha F_0}{\pi} \cos i \cos \epsilon dS$$

sendo  $\alpha$  o albedo do satélite devido a ser iluminado pelo Sol,  $F_0$  o fluxo incidente e  $i$  o ângulo de incidência (contado a partir da normal à superfície do satélite). Expressando o elemento de superfície  $dS$  em coordenadas esféricas e integrando entre limites convenientes obtém-se a seguinte expressão

$$q = \frac{2}{3} \frac{\alpha F_0}{\pi} r^2 [\sin \sigma + (\pi - \sigma) \cos \sigma].$$

Se não houvesse atmosfera, o observador situado à superfície da Terra veria o satélite com a iluminação  $E = \frac{q}{D^2}$ . Para atender porém à acção da atmosfera considera-se ainda um coeficiente exponencial  $e^{-0,117 \operatorname{cosec} h_s}$ , dado em função da altura do satélite. A expressão final será assim

$$E = \frac{2}{3} \frac{\alpha F_0}{\pi} \frac{r^2}{D^2} [\sin \sigma + (\pi - \sigma) \cos \sigma] e^{-0,117 \operatorname{cosec} h_s}.$$

Em Astronomia costuma-se exprimir a iluminação de um astro em função duma grandeza denominada magnitude aparente. Por exemplo, a magnitude aparente de Sírius que é a estrela mais brilhante da esfera celeste, é igual a  $-1,58$ .

A magnitude aparente  $m$  é definida a partir da fórmula de POGSON

$$m = m_0 + 2,5 \lg \frac{E_0}{E}$$

onde podemos considerar  $m_0 = -26,7$  como sendo a magnitude aparente do Sol cuja iluminação é  $E_0$ . Introduzindo nesta expressão o valor de  $E$  obtido anteriormente, podemos calcular a magnitude aparente de qualquer satélite de raio  $r$  conhecido e situado a uma distância  $D$  do observador. Como se verifica pela fórmula, a magnitude aparente do satélite depende também do albedo  $a$  que é função da constituição da sua superfície exterior, da altura  $h_s$  a que é observado e do ângulo de fase  $\sigma$ .

Para determinar as condições em que o satélite se pode observar visualmente é ainda necessário considerar não só qual a magnitude limite que se pode ver mas também o brilho da esfera celeste.

O limite da magnitude aparente que é visível à vista desarmada depende do brilho da região da esfera celeste em volta do astro, tendo-se feito determinações experimentais que forneceram valores das magnitudes aparentes que são visíveis em condições diferentes de brilho. Assim, por exemplo, quando  $\lg B = 0,5$  a magnitude aparente limite é igual a  $+0,75$ .

Quando se observa através de instrumentos astronómicos evidentemente que a magnitude limite aumenta, verificando-se que esse aumento  $\Delta m$  é dado, em 1.<sup>a</sup> aproximação, pela expressão  $\Delta m = 5 \lg M$  sendo  $M$  o poder amplificador do instrumento.

Quanto ao brilho da esfera celeste verifica-se que varia rapidamente durante o cre-

púsculo e que o aumento de brilho, a partir do zénite até uma altura de  $60^\circ$ , é somente da ordem dos  $30\%$ , quando a atmosfera está muito transparente e para uma altitude de cerca de  $3,5$  km. Ao nível do mar, em virtude da maior quantidade de ar existente, o brilho é cerca de  $1,5$  vezes superior.

Com estes elementos pode-se calcular a visibilidade de qualquer satélite. Para isso basta determinar o brilho da esfera celeste ( $\lg B$ ), a magnitude aparente limite  $m_{lim}$  referente a este brilho e em seguida comparar esta magnitude limite com a magnitude aparente  $m$  calculada para o satélite. Efectuando estes cálculos podem-se construir tabelas como a seguinte:

Visibilidade de um satélite de 53 cm de diâmetro, reflectindo toda a luz incidente, situado a 320 km de altitude ( $d=320$  km), visto no crepúsc. ( $h_\odot=0^\circ$ )

$\sigma$	$D$ km	$m$	$\lg B$	$m_{lim}$	$m - m_{lim}$	$M$
$90^\circ$	320	5,51	0,90	0,00	5,51	12,5
41,8	468	5,40	1,20	-0,60	6,00	16
22,2	750	6,41	1,40	-1,05	7,46	31
19,7	1170	7,66	1,55	-1,35	9,01	63
4,35	1600	9,32	1,60	-1,45	10,77	>100

A diferença  $m - m_{lim}$  dá-nos uma ideia da facilidade (no caso de ser negativa) ou dificuldade (no caso de ser positiva e ter um valor numérico apreciável) com que se observa o satélite. O valor tabulado  $M$  dá-nos a amplificação mínima que é necessária para que o satélite se veja; evidentemente que a amplificação a utilizar no instrumento deve ser superior aos valores indicados.

Estes estudos permitem chegar às seguintes conclusões:

1.<sup>a</sup> — A região da esfera celeste na qual o satélite pode ser mais facilmente identificado corresponde a uma altura de  $55^\circ$  a  $90^\circ$ , na direcção oposta à do Sol.

2.<sup>a</sup> — As melhores condições de visibilidade, para um satélite passando no zénite do observador, têm lugar quando o Sol tem uma altura de  $-5^\circ$  a  $-17^\circ$ .

3.<sup>a</sup> — Se a altitude do satélite fôr superior a 320 km, a sua observação torna-se difícil em virtude do brilho variar com o inverso do quadrado da distância. Tem no entanto as seguintes vantagens: o céu apresenta-se mais escuro, o satélite será iluminado durante períodos maiores no crepúsculo e além disso parece mover-se mais lentamente na esfera celeste, tornando assim mais fácil a observação com instrumentos.

4.<sup>a</sup> — Os cálculos foram feitos supondo que a atmosfera é muito transparente. No caso de a atmosfera apresentar pouca transparência, o seu brilho aumenta, diminuindo o brilho do satélite. Por isso os locais de observação devem estar situados em regiões em que a atmosfera tenha boa transparência, como sucede, por exemplo, em regiões de elevada altitude.

De todos estes resultados podemos deduzir as melhores condições práticas para a observação de satélites. Verifica-se assim que se deve preferir a observação com um binóculo ou um instrumento astronómico (luneta ou telescópio) com pequeno poder amplificador e com um campo razoável, isto é, que a região da esfera celeste observável seja suficientemente grande. Um binóculo  $7 \times 50$ , cujo poder amplificador é de 7 vezes, sendo o diâmetro da objectiva de 50 mm, permitirá observar facilmente os satélites.

As observações dos satélites que estamos a considerar têm por fim a determinação da órbita do satélite com o maior rigor possível para que, a partir do conhecimento da órbita, se possam obter as coordenadas das várias grandezas físicas determinadas pelos instrumentos científicos transportados pelos satélites.

As observações visuais de satélites podem dividir-se em dois grupos, conforme são feitas por amadores ou profissionais, desempenhando um papel importante as observações de amadores visto que, como vimos, as observações de satélites são difíceis pelas condições especiais em que se encontram os objectos a observar.

As observações só apresentam interesse quando, no momento da observação, se regista o tempo por meio de cronógrafos ou cronómetros.

Algumas das observações visuais e fotográficas de amadores que apresentaram maior interesse foram efectuadas na Nova Zelândia, região situada numa posição favorável para as observações do primeiro satélite russo, visto que a órbita do satélite passava precisamente por cima da Nova Zelândia durante o crepúsculo vespertino quando o satélite e o foguetão que o acompanhava estavam ainda iluminados pelo Sol.

As observações dos foguetões dos primeiros satélites russos eram relativamente fáceis devido às suas dimensões. Assim observações visuais e fotográficas (algumas delas feitas com máquinas de formato 35 mm) efectuadas na Irlanda permitiram determinar o período de revolução e a variação do semi-eixo da órbita.

O programa americano de observação dos satélites por amadores está organizado de modo a que as observações sejam efectuadas por grupos, denominando-se «Moonwatch Program», havendo numerosos grupos de amadores integrados neste programa não só nos Estados Unidos como também na América do Sul e no Japão.

As observações dos satélites feitas por astrónomos são efectuadas principalmente por métodos fotográficos que permitem maior precisão na determinação dos elementos da órbita. Uma das câmaras fotográficas utilizadas é uma câmara SCHMIDT F/1 de 51 cm de abertura, permitindo fotografar uma região

da esfera celeste de  $30^\circ$  de diâmetro; verifica-se que uma tal câmara pode registrar as imagens de uma esfera de 38 cm de diâmetro situada a cerca de 1600 km. A precisão das observações depende principalmente da precisão com que se consegue registrar o tempo, utilizando-se por isso os relógios de quartzo. Colocando várias destas câmaras em regiões convenientes para a observação dos satélites, conseguem-se obter informações precisas da maior parte da trajetória do satélite.

A partir das observações, visuais e fotográficas, determina-se a órbita do satélite utilizando os métodos clássicos da Mecânica Celeste. Para os satélites situados nas proximidades da superfície terrestre, até 1600 km de altitude, verifica-se que as perturbações principais da órbita elíptica resultam da forma do globo terrestre e da atmosfera; em comparação com estas perturbações, a influência do Sol, da Lua e dos efeitos da teoria da relatividade podem-se desprezar.

Conhecida a órbita de um astro, pode-se determinar o instante em que o astro passa no meridiano de um lugar (cujas coordenadas, latitude e longitude, são conhecidas) e que se denomina passagem meridiana do astro, sendo esta maneira de proceder a mais utilizada na maior parte dos problemas de Astronomia de posição. Porém, no caso dos satélites artificiais até agora lançados, sucede que os planos das órbitas apresentam inclinações apreciáveis em relação ao equador, desde  $30^\circ$  a  $65^\circ$ ; além disso, os elementos da órbita apresentam grandes variações no decurso de alguns dias, em virtude da proximidade dos satélites. Por estas razões, verificou-se que era preferível calcular os instantes da passagem no paralelo correspondente à latitude do lugar.

Como já dissemos, os progressos da Rádio-Astronomia têm sido muito rápidos, utilizando-se não só instrumentos muito sensíveis, capazes de captarem as radiações emitidas pelas origens de rádio galácticas e extra-

galácticas, como também instalações de radar que têm sido utilizadas, por exemplo, na observação de meteoros.

Desta maneira os observatórios rádio-astronómicos encontram-se em excelentes condições para a observação dos satélites artificiais, quer recebendo as emissões provenientes dos aparelhos de rádio dos satélites quer utilizando técnicas de radar para determinar directamente a distância a que os satélites se encontram.

As emissões dos satélites têm sido utilizadas principalmente para a determinação dos elementos da órbita, empregando-se processos interferométricos e processos que se baseiam no efeito DOPPLER. A partir destas emissões também se podem obter dados muito importantes acerca da propagação das ondas de rádio nas camadas da atmosfera.

Nos processos que utilizam o efeito DOPPLER, a redução das medidas feitas numa dada estação principia com a determinação do tempo  $t_0$  a que corresponde a distância mínima  $r_0$  a que o satélite se encontra da estação de observação. Designando por  $r$  a distância a que se encontra o satélite no instante  $t$ , contado a partir de  $t_0$ , e sendo  $v_r$  a velocidade relativa entre o satélite e a estação, podemos escrever

$$r^2 = r_0^2 + v_r^2 t^2,$$

supondo que a Terra e a trajetória do satélite são planas nas proximidades da estação.

A partir desta equação podem-se determinar os valores de  $v_r$  e  $r_0$ , utilizando uma série de observações e aplicando o método dos mínimos quadrados. Utilizando o efeito DOPPLER, os elementos que se podem obter a partir da observação duma única passagem do satélite são  $v_r$ ,  $r_0$  e  $t_0$ . Para determinar a órbita verifica-se que é necessário combinar as observações provenientes de diversas estações.

Utilizando os resultados obtidos pelos processos interferométricos com os provenientes

do efeito DOPPLER em diferentes locais, foram deduzidos para o primeiro satélite russo, no Observatório Rádio-Astronómico Mullard, de Cambridge, os seguintes elementos da órbita:

Inclinação  $i = 64^\circ 25' \pm 30'$  (interferómetro)  
 $65^\circ 1' \pm 10'$  (efeito DOPPLER)  
 Período (princípios de Outubro)  $T = 96^m 2^s$   
 (— 1<sup>s</sup>,5 por dia)  
 Excentricidade  $e = 0,06$   
 Altitude mínima (latitude  $45^\circ$  aproximadamente) 190 km  
 Altitude máxima (latitude  $45^\circ$  aproximadamente) 970 km  
 Precessão dos nodos  $3^\circ 40' \pm 20'$  por dia.

As observações efectuadas em Cambridge também mostraram que as variações, nos sinais emitidos pelo satélite, provinham da rotação de FARADAY do plano de polarização, para a qual um período de atenuação proporcional ao quadrado do comprimento de onda resulta de considerações teóricas. Estes resul-

tados mostraram que não tinham fundamento as afirmações feitas de que os sinais emitidos vinham em forma de código.

As técnicas de radar para a observação de satélites adquirem especial importância a partir do momento em que o satélite deixa de emitir sinais. Deste modo, a partir deste instante, só observações visuais e de radar permitem determinar a órbita do satélite. A grande vantagem das técnicas de radar reside no facto da observação ser possível não só quando existem nuvens como também durante o dia.

Em virtude porém do pequeno número de observatórios devidamente equipados para estas observações, os resultados obtidos por meio de radar são ainda pouco numerosos. Devemos no entanto destacar os resultados já obtidos com o rádio-telescópio de cerca de 75 m de diâmetro, situado em Jodrell Bank, dependente da Universidade de Manchester, que se encontra nas últimas fases de acabamento.

## As superfícies planificáveis e as envolventes das faces do triedro móvel

por J. Ribeiro de Albuquerque  
 (Conclusão do número anterior)

Toda a planificável é gerada pelo movimento da tangente ao longo duma certa curva  $\Gamma$ , a sua aresta de reversão.

Seja  $u$  o arco da curva  $\Gamma$ , suposta orientada e tomado sobre ela um ponto fixo  $P_0$ ; seja  $\vec{t}$  o vector unitário sobre a tangente no ponto  $P(u)$ ; pode-se tomar para a planificável uma representação paramétrica

$$11) \quad M = P + \vec{t}(v - u)$$

As curvas  $u = c^{te}$  são as tangentes a  $\Gamma$ , e as curvas  $v = c^{te}$  são as envolventes de  $\Gamma$ , como mais adiante se verá.

Duas superfícies dizem-se aplicáveis se existe uma correspondência biunívoca entre os pontos  $M$  de  $S$  e  $M'$  de  $S'$ , de tal modo que, a cada arco  $\widehat{AB}$  de  $S$  corresponde um arco  $\widehat{A'B'}$  de  $S'$  com

$$12) \quad \int_{\widehat{AB}} ds = \int_{\widehat{A'B'}} ds'$$

Na equação 11) para  $u = 0$ , vem:  $M = P_0 + \vec{t}_0 v$  que é a equação duma recta do espaço, a tangente a  $\Gamma$  no ponto  $P_0$ . Consideremos o plano  $\pi$  envolvido pela pla-