

Como para $n > m > s$ é

$$\begin{aligned} |x_{k_n}(t) - x_{k_m}(t)| &\leq \sum_{r=m}^{n-1} |x_{k_{r+1}}(t) - x_{k_r}(t)| \\ &< \sum_{r=m}^{n-1} \frac{1}{2^r} < \frac{1}{2^{m-1}} \end{aligned}$$

segue-se que a sucessão $\{x_{k_r}(t)\}_{r=1}^{\infty}$ converge uniformemente em cada um dos conjuntos I_s ; então converge uniformemente em I , ou seja (conf. (4)) em quase todos os pontos de $[a, b]$.

Definamos então uma função $x(t)$ assim:

$$(5) \quad \begin{cases} x(t) = \lim_{r \rightarrow \infty} x_{k_r}(t) & \text{para } t \in I \\ x(t) = 0 & \text{para } t \in [a, b] - I \end{cases}$$

Ora a sucessão considerada verifica a condição de CAUCHY e por isso ($I_s \subset [a, b]$)

$$\begin{aligned} \int_{I_s} |x_m(t) - x_{k_r}(t)|^2 \cdot dt &\leq \\ &\leq \int_a^b |x_m(t) - x_{k_r}(t)|^2 dt < \varepsilon \end{aligned}$$

desde que $m, k_r > N(\varepsilon)$; mas dada a convergência uniforme de $\{x_{k_r}(t)\}_{r=1}^{\infty}$ em I_s obtem-se tomando o limite quando $r \rightarrow \infty$ e tendo em atenção (5):

$$\int_{I_s} |x_m(t) - x(t)|^2 dt < \varepsilon$$

qualquer que seja I_s ; ou

$$\|x_m - x\| = \sqrt{\int_a^b |x_m(t) - x(t)|^2 \cdot dt} < \sqrt{\varepsilon}$$

Assim se conclui que $x_m(t) - x(t) \in L^2[a, b]$, portanto $x(t) \in L^2[a, b]$; e, ao mesmo tempo, que $\lim_{m \rightarrow \infty} x_m(t) = x(t)$, como desejavamos concluir (4).

(4) Esta demonstração ainda podia servir, com pequenas alterações, no caso em que $[a, b]$ é infinito (N. I. ACHESER e I. M. GLASSMANN, *loc. cit.*, pág. 24).

PEDAGOGIA

Notas sobre o ensino da matemática em Portugal

por Hugo Ribeiro

As seguintes notas foram escritas em Outubro de 1956 quando interrompemos por umas horas a nossa visita à família e amigos em Portugal para responder à questão (1), que nos foi verbalmente posta, das nossas impressões sobre a situação da Matemática em Portugal e as

soluções imediatas a dar-lhe. Não se fundamenta em nenhum estudo sistemático do problema, mas antes em observações feitas em parte de longe e ligadas a reminiscências muito vivas e directas de tempos passados.

1. Já não há, com a mesma agudeza, o problema fundamental reconhecido por ANTÓNIO MONTEIRO e que o próprio, a J. I. M. e o I. A. C. tentaram resolver criando entre os jovens estudiosos portugueses a confiança nas suas capacidades para a investigação matemática.

(1) Não foi a Redacção nem nenhum dos elementos que a constitui que entrevistou o Prof. HUGO RIBEIRO, simplesmente este, como dedicado Amigo da Gazeta ofereceu à consideração dos leitores o resultado dessa entrevista.

2. Por falta de tradição de investigação matemática nas nossas universidades, por causa do nosso isolamento relativo, por causa do desenvolvimento — e com orientações essencialmente novas — da Matemática nos países de língua alemã e depois nos de língua inglesa e, por outro lado, por motivo da nossa dependência cultural quase exclusiva da França, onde esse desenvolvimento tem sido tardio, as principais ideias de desde há mais de quarenta anos ou não têm sido assimiladas ou têm sido desordenada e insufficientemente assimiladas e factos fundamentais, que deviam constituir parte da formação matemática de qualquer estudante, são desconhecidos. A qualidade da nossa produção matemática ressentem-se disto e o que é mais grave é que a consciência desta situação parece estar frequentemente ausente. Da qualidade dum trabalho matemático publicado pode ter-se uma ideia (embora grosseira, e sem dúvida em alguns casos errónea) através das revistas na *Mathematical Reviews* e no *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* e, melhor, através da natureza e frequência das referências a ele feitas noutros trabalhos de reputação melhor estabelecida.

Leiam-se sistematicamente as revistas de trabalhos matemáticos de Portugal. Ver-se-á que, frequentemente, temos publicado resultados que ignorávamos serem já conhecidos na literatura matemática e notar-se-á ainda a frequente ausência em trabalhos portugueses duma apreciação da importância relativa de resultados e métodos já clássicos.

3. O problema fundamental, hoje, é o de, sem perdermos aquela confiança, que, parcialmente pelo menos, foi criada, tomarmos consciência do nosso actual semi-amadorismo, da urgente necessidade entre nós de uma educação matemática digna deste nome, da necessidade urgente de uma Escola Matemática. Isto seria indispensável resolver mesmo

quando só desejássemos a formação de bons professores, ou um ensino futuro capaz, ou a existência de matemáticos que venham a trabalhar como eficientes técnicos nas indústrias ou agências do governo.

4. A ausência de uma tradição de estudo tem que ser compensada por um combate às três causas mais aparentes da nossa deficiente e, sobretudo, desequilibrada educação matemática:

1.^a A insuficiência e os vícios de hábitos quanto à informação bibliográfica;

2.^a O isolamento relativo de bons centros de estudos;

3.^a A actual organização e os actuais programas da licenciatura em Ciências Matemáticas.

Qualquer programa que, com estes objectivos em vista e não outros, se proponha resolver os problemas da Matemática em Portugal, eficientemente, neste momento, tem que ter em conta os seguintes pontos fundamentais:

a) O acesso fácil a bibliotecas bem apetrechadas e organizadas.

b) A modificação radical do programa da licenciatura em Ciências Matemáticas substituindo-o por um, não rígido, de licenciatura em Matemática.

c) A visita demorada, em cada semestre, de pelo menos um investigador de reputação e também de sólida e moderna formação matemática tão universal quanto possível.

d) A concessão a jovens estudiosos de bolsas de longa duração e com o objectivo da sua formação matemática, em universidades estrangeiras com melhor *curriculum*, de preferência a bolsa de curta duração e com a preocupação principal de especialização estreita.

e) O apoio financeiro à única revista matemática portuguesa de reputação internacional estabelecida — a *Portugaliae Mathematica*.

f) O apoio material e aproveitamento con-

veniente das energias, dedicação e experiência dos matemáticos portugueses, presentemente no país ou fora dele, e das suas *Sociedade Portuguesa de Matemática*, revistas como a *Gazeta de Matemática*, etc.

g) A experiência de cursos de férias e outros de aperfeiçoamento da preparação matemática dos nossos actuais professores dos liceus e universidades.

h) A iniciativa de traduções de livros, monografias, etc. de importância fundamental.

i) A informação objectiva que conduza à melhor compreensão dos problemas reais, por meio de inquéritos — à organização da investigação e do ensino em países avançados, aos licenciados portugueses, etc.

5. Umhas palavras de explicação de alguns destes pontos afiguram-se necessárias:

a) O acesso fácil a tais bibliotecas deve entender-se para todos os estudantes desde os primeiros anos e estender-se a todos os estudiosos mesmo quando ocupados em trabalhos fora da universidade. É importante centralisar os livros e revistas existentes, continuar completando colecções e conseguir o afluxo contínuo de tudo o que se for publicando com algum valor; mas é indispensável tornar atraente a consulta e o trabalho nessas bibliotecas. E é aconselhável utilizar estudantes interessados, que necessitem de ajuda financeira, como bibliotecários «part-time».

b) O novo programa deve ser facilmente adaptável a novas condições que mudam constantemente. Os actuais cursos de Desenho, Geometria Descritiva, Geodesia, Astronomia e Mecânica Celeste interessarão a alguns engenheiros ou a astrónomos, não a matemáticos. Estamos longe da época dum PEDRO NUNES ou mesmo dum DANIEL DA SILVA. Um programa razoável de formação como matemático é elástico e assenta, hoje, essencialmente, numa sucessão de cursos de Álgebra (desde a Álgebra Linear á Teoria de GALOIS), uma sucessão de cursos de Geo-

metria (desde a Geometria euclideana e projectiva à Topologia e à Geometria diferencial) e uma sucessão de cursos de Análise (passando pelas teorias das funções de variável complexa e de variável real às equações diferenciais, análise funcional, etc.), tomando-se em conta a interdependência e interpenetração dos assuntos das três sucessões. (Leia-se, por exemplo, a lição de despedida do presidente da *Mathematical Association of America*, SAUNDERS MAC LANE, num dos números do *American Mathematical Monthly* de 1954. Estudem-se os programas da Universidade de Chicago, da Escola Politécnica Federal de Zúrich, etc.) No início haverá um curso de Cálculo Infinitesimal porventura servindo simultaneamente, a futuros matemáticos, engenheiros, físicos, etc. E são indispensáveis:

1.º Pelo menos um Seminário obrigatório (de assunto variável) para o contacto com literatura recente ou clássica importante e para criar hábitos de análise crítica, de discussão e de trabalho em comum;

2.º Cursos complementares variáveis e de carácter mais avançado e especial (Teoria dos Conjuntos, Estatística, Cálculo numérico e instrumentos de cálculo, Lógica, Questões relativas à Física Teórica ou ao ensino elementar, Teoria dos Números, etc.); para obtenção do diploma, uma prova de capacidade de leitura em língua inglesa e outra em língua alemã ou russa devem ser exigidas.

c) O objectivo deve ser contribuir para melhorar a qualidade do futuro ensino através duma melhor formação matemática dos professores. O método deve ser o trabalho de seminário (acompanhado, quando necessário, de pequenos cursos ou conferências) de nível adaptado a cada caso individual ou de pequenos grupos — com o fim de desenvolver ou criar hábitos de estudo correctos e fazer viver a experiência da obtenção de resultados próprios em problemas das fronteiras do conhecimento. Não se trata nem da aquisição

de técnicas de cálculo, nem da aquisição de ideias gerais que seriam necessariamente superficiais. Deverá restringir-se os assuntos de que cada professor se ocupe simultaneamente e escolhê-los de acordo com as especializações dos que orientam o trabalho e com os centros de interesse dos professores

que se estão aperfeiçoando. Para os professores dos liceus devem, desde o início, incluir-se trabalhos relativos aos Fundamentos da Geometria, à Álgebra, a uma introdução aos Fundamentos da Análise, à Teoria dos números, e (em forma de conferências) ao cálculo numérico e gráfico e instrumentos de cálculo.

MOVIMENTO MATEMÁTICO

REUNIÃO DOS MATEMÁTICOS DE EXPRESSÃO LATINA

Sob a iniciativa da União Matemática Italiana e da Sociedade Matemática de França e graças ao apoio do Governo francês e da Municipalidade de Nice, realizar-se-á no Centro Universitário Mediterrâneo de Nice de 12 a 19 de Setembro de 1957 a Reunião dos Matemáticos de Expressão Latina. Esta reunião terá a forma de colóquio, compreendendo nove conferências sobre assuntos escolhidos nos domínios seguintes:

- 1 — Geometria diferencial e Topologia;
- 2 — Álgebra e geometria algébrica;

- 3 — Equações às derivadas parciais;
- 4 — Probabilidades e Física matemática.

Serão antecipadamente distribuídos aos congressistas resumo das conferências; estas serão seguidas de longa discussão a que são convidados de participar os matemáticos presentes.

As inscrições e pedidos de informação devem ser dirigidos até 31 de Julho próximo para Réunion des Mathématiciens d'Expression Latine, Sociéte Mathématique de France, 11, rue Pierre Curie, Paris 5.*

J. G. T.

XI REUNIÃO DA COMISSÃO INTERNACIONAL PARA O ESTUDO E O MELHORAMENTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

A Comissão Internacional para o Estudo e Melhoramento do Ensino da Matemática⁽¹⁾ efectuou a sua XI reunião em Madrid, de 21 a 28 de Abril p. p., sobre o tema «O papel do concreto no ensino da matemática».

Como foi salientado nas conferências dos professores P. PUIG ADAM, chefe da delegação espanhola, e W. SERVais, chefe da delegação belga, o mundo moderno vai precisar, em escala cada vez maior, de cientistas e técnicos dotados de boa preparação matemática. Daqui a necessidade urgente de remodelar, não só os programas de matemática, mas ainda os

métodos de ensino desta disciplina, desde a escola primária até a universidade. O ensino da matemática — afirmaram aqueles professores, — deverá, muito mais do que até hoje, assentar numa base intuitiva, concreta, heurística. O objectivo desta orientação não é apenas o de tornar o ensino mais aliciante, contribuindo para que a matemática deixe de ser o tradicional suplício para a maioria dos rapazes; mas também, e sobretudo, o de levar o aluno a reelaborar, espontânea e progressivamente, os esquemas lógicos da matemática, até a sua fase mais racional e abstracta, para depois, inversamente, aprender a utilizá-los nas suas aplicações concretas. Só assim ele tomará plena consciência da origem e da estrutura lógica, bem como do significado humano, isto é, da finalidade de tais esquemas.

⁽¹⁾ Veja-se o artigo «Matemática clássica ou matemática moderna, no ensino secundário?», de EMMA CASTELNUOVO, em G. M., n.º 65.