científica do conferencista, pondo em devido relevo a importância e o alcance da teoria que valeu, a LAURENT SCHWARTZ, uma rápida consagração entre matemáticos e físicos teóricos do mundo inteiro. Nestas conferências, que despertaram o mais vivo interesse entre a variada assistência, o Prof. SCHWARTZ, depois de recordar alguns conceitos e resultados fundamentais da teoria das distribuições, enveredou para o campo das aplicações e abordou o estudo das equações de convolução de tipo hiperbólico, considerando depois, em especial, o caso da equação das ondas.

O Prof. SCHWARTZ proferiu também, num anfiteatro da Faculdade de Ciências de Lisboa, uma conferência sobre o tema: «A escola BOURBAKI; sua influência no pensamento matemático contemporâneo». Esta conferência dedicada por SCHWARTZ aos estudantes daquela Faculdade que lhe tinham prestado sugestiva e cativante homenagem à sua chegada ao Aeroporto, foi seguida por um vasto auditório que se informou, com iniludível agrado, da actividade verdadeiramente prodigiosa, desse mirífico personagem NICOLAS BOURBAKI, cujos antecedentes e vida real darão que fazer aos historiadores pelos séculos vindouros.

O Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa está de parabéns pela preciosa colaboração que lhe foi assim prestada pelo criador da teoria das distribuições e digno representante de M. NICOLAS BOURBAKI.

J. Sebastião e Silva

ADMISSÃO AO ESTÁGIO

Exame de admissão ao estágio do 8.º grupo no Liceu Normal de D. João III (Coimbra — Ano de 1953).

4219 — Resolva o sistema

$$x\,y\,(x+y)=y\,z\,(y+z)=x\,z\,(x+z)=2\,a^3$$

e discuta a solução.

R: *Como o sistema se não modifica quando permutamos circularmente as incógnitas, segue-se que o sistema se satisfaz para* $x=y=z$. *Nestas condições é* $x^3=a^3$, *e portanto* $x=y=z=a\cdot e^{\frac{2k\pi}{3}i}$ $(k=0,1,2)$.

4220 — Determine dois números inteiros cujo produto seja igual a metade do produto dos mesmos números aumentados cada um de três unidades.

R: *A equação que traduz o problema é* $2\,a\,b=(a+3)\,(b+3)$, *ou seja* $a\,b=3\,(a+b+3)$; *desta igualdade resulta que um dos números* a *ou* b *é multiplo de* 3; *supondo* $a=3\,m$ (*com* m *inteiro*), *a equação vem* $3\,b\,m=3\,(3\,m+b+3)$, *ou* $b=3+\dfrac{6}{m-1}$. *Notando agora que* b *é inteiro, tem de ser* $m-1$ *divisor de* 6:

$$m-1=1\,,2\,,3 \text{ ou } 6$$

o que dá $m=2,3,4,7$ *conduzindo aos sistemas de soluções:* $a=6\,,b=9$; $a=9\,,b=6$; $a=12\,,b=5$; *e* $a=21\,,b=4$. *As duas primeiras não são distintas porque a ordem dos números é permutável.*

4221 — Sobre os lados de um quadrilátero convexo $ABCD$ consideram-os os pontos A', B', C' e D' que dividem interiormente cada um dos lados na razão $m:n$. Demonstre que sendo S a área de $ABCD$ e S' a área de $A'B'C'D'$ é verdadeira a relação

$$\frac{S}{S'}=\frac{m^2+n^2}{(m+n)^2}$$

R: *O enunciado deduz-se directamente recorrendo à Geometria Analítica, tomando um sistema de eixos com origem* A, *de modo que as coordenadas dos quatro vérteces do quadrilátero dado são* $A\,(0,0)$, $B\,(x',0)$, $C\,(x'',y'')$, $D\,(x''',y''')$.

4222 — Sendo os arcos x e y dados pelo sistema

$$\begin{cases} \operatorname{sen} a+\operatorname{sen}(a+x)+\operatorname{sen}(a+y)=0 \\ \cos a+\cos(a+x)+\cos(a+y)=0 \end{cases}$$

provar que as extremidades dos três arcos $a\,,a+x$ e $a+y$, tendo a mesma origem, são vértices de um triângulo equilátero.

R: *Notando que as equações do sistema dado se podem escrever*

$$(1)\quad \begin{cases} 2\operatorname{sen}\left(a+\dfrac{x+y}{2}\right)\cdot\cos\dfrac{x-y}{2}=-\operatorname{sen} a \\ 2\cos\left(a+\dfrac{x+y}{2}\right)\cdot\cos\dfrac{x-y}{2}=-\cos a \end{cases}$$

obtem-se

$$\operatorname{tg}\left(a+\frac{x+y}{2}\right)=\operatorname{tg} a$$

donde

$$x + y = 2 k \pi \qquad (k \text{ int.}^{o}).$$

Entrando com este valor na primeira das equações (1), *vem também:*

$$\pm 2 \operatorname{sen} a \cdot \cos \frac{x-y}{2} = - \operatorname{sen} a$$

donde (*para* $a \neq k\pi$)

$$\cos \frac{x-y}{2} = \pm 1 \quad ou \quad x - y = 2 k' \pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (k' \text{ int.}^{o}).$$

Do valor da soma e da diferença entre x *e* y *obtem-se a solução*

$$x = (k + k')\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad e \quad y = (k - k')\pi \mp \frac{2\pi}{3}$$

que satisfazem à condição do enunciado.

No caso de ser $a = k\pi$, *a segunda das equações* (1) *daria*

$$\pm 2 \cdot \cos \frac{x-y}{2} = -1$$

o que conduzia ainda ao mesmo resultado.

MATEMÁTICAS SUPERIORES

PONTOS DE EXAMES DE FREQUÊNCIA E FINAIS

MATEMÁTICAS GERAIS

F. C. L. — Matemáticas Gerais — **2.º exame de frequência — 1957.**

Ponto n.º 1

4223 — Estabeleça a equação da esfera que é tangente ao plano $x + y + 2(z-1) = 10$ e contém a circunferência

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 8x - 8y + 27 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

4224 — Defina intervalo de convergência de uma série $S(x) = \Sigma\, \alpha_n x^n$ e descreva um processo para a sua determinação.

Mostre que $S(x)$ tem sempre algum ponto de convergência, qualquer que seja a sucessão α_n. Qual é esse ponto?

Se $S(a)$ converge e $S(-a)$ diverge, qual o intervalo de convergência? Razão disso.

Estude $S(x) = \sum \frac{x^{2n+1}}{2^{n+1}(n^2-1)}$ (intervalo de convergência e natureza de série no extremo superior desse intervalo).

4225 — Defina função contínua $f(x)$ em X fechado, e mostre

a) $Y = f(X)$ é sempre limitado.

b) Se uma tal função se anula sobre $x_n \to a$ (a ponto de acumulação de X), qual é o valor de $f(a)$?

c) Considere $f(x) = x^n \cos \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ com n natural. Calcule $\omega(0)$. Com que valor $f(0)$ fica $f(x)$ contínua no ponto $x = 0$?

d) Determine $f'(x)$ $(x \neq 0)$ e $f'(0)$ $(n > 1)$ e indique o menor valor de n para o qual $f'(x)$ é contínua no ponto $x = 0$.

4226 — *a*) Usando o teorema de Binet-Cauchy, relacione a característica do produto $P = AB$ com as características de A e B.

Se A é regular, que particularidade se verifica? Justifique.

b) Determine k de modo que

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & k \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

tenha um valor próprio nulo.

c) Valores e vectores próprios da matriz para esse valor de k.

Ponto n.º 2

4227 — Um plano é tangente à esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6z - 5$$

e o seu traço em XOY é a recta de equações

$$y = ax + 1, \quad z = 0.$$

a) Dê a equação desse plano.

Variando a, cada posição daquela recta é sempre traço de um plano tangente: