

Em vista do exposto, a S. P. M. resolve:

1.º Considerar como injustificado e condenável, tanto do ponto de vista científico, como do ponto de vista pedagógico, o actual regime de organização de pontos para os exames do liceu na disciplina de Matemática, já pela sua deficiência como meio de investigação dos conhecimentos dos examinandos, já pelo perigo, ainda maior, que representa pela deformação que provoca na orientação do ensino.

MOVIMENTO MATEMÁTICO

Maurice Fréchet entre nós

O professor Maurice Fréchet, da Faculdade de Ciências de Paris, acaba de chegar a Lisboa a convite do Instituto para a Alta Cultura.

O objectivo da sua visita é especialmente o de tomar contacto com o Centro de Estudos Matemáticos daquele Instituto e realizar na Faculdade de Ciências de Lisboa uma série de conferências de Topologia e Cálculo das Probabilidades. Demonstrar-se-á em Portugal três semanas durante as quais realiza as seguintes conferências: na Faculdade de Ciências de Lisboa (em 22 e 23 de Janeiro e 2, 4, 5 e 6 de Fevereiro, pelas 17,30 horas) — *Les fonctions périodiques, les fonctions presque périodiques et les fonctions asymptotiquement presque périodiques* (Para um público científico matemático e não matemático). *Applications des fonctions asymptotiquement presque périodiques au théorème ergodique de Birkhoff* (Para um público restrito com uma cultura matemática mais avançada. Interessa, em especial, a matemáticos, físicos e engenheiros), *Les débuts de la topologie combinatoire. Le théorème d'Euler-Cauchy* (Dedicada a professores do Liceu e alunos dos primeiros anos dos cursos superiores), *La théorie des courbes dans des espaces abstraits très généraux. Types homogènes de dimensions, Le développement d'une fonction continue en série de polynômes dans les espaces abstraits* (Estas três últimas conferências constituem uma série com o título «Recherches modernes de Topologie» e destinam-se a matemáticos especializados). Ainda em Lisboa, realiza-se no Instituto Francês em Portugal, para um público que se interesse pela filosofia das ciências, uma conferência com o título *Les origines des notions mathématiques* (às 21,30 horas do dia 26 de Janeiro).

De 26 a 2 de Janeiro, o professor Fréchet realiza em Coimbra uma conferência com o título *Les diverses définitions de l'aire*, e no Porto as

2.º Comunicar esta resolução às entidades pedagógicas oficiais e responsáveis.

3.º Empregar todos os meios ao seu alcance para que o mesmo regime seja substituído por outro que melhor possa servir os interesses do ensino.

Com base nesta proposta a Direcção da S. P. M. apresentou a Sua Ex.ª o Ministro da Educação Nacional uma representação.

A «Gazeta de Matemática» regista com prazer a acção desenvolvida pela S. P. M.

duas seguintes: *Caractérisation topologique du segment de la droite, de la demi-droite et du cercle. Le déterminant de Wronski et son intervention dans un paradoxe mécanique.*

Os estudiosos da especialidade vão ter oportunidade de conhecer directamente as investigações mais recentes do ilustre matemático, e de o ouvirem sobre as modernas tendências da Topologia.

A «Gazeta de Matemática» julga interessante transcrever a seguinte proposta unânime aprovada em recente reunião da Assembléa Geral, da Sociedade Portuguesa de Matemática, que dá brevemente uma idéia justa da personalidade científica do professor Fréchet:

A Direcção da Sociedade Portuguesa de Matemática, reconhecendo:

1.º — a influência profunda exercida pelas concepções do Senhor Maurice Fréchet, no movimento matemático contemporâneo;

2.º — que a criação duma teoria dos espaços abstractos, por este ilustre matemático, no início do século, foi o ponto de partida necessário para o desenvolvimento de numerosas teorias matemáticas em pleno florescimento nos nossos dias;

3.º — que as teorias abstractas, de que Maurice Fréchet foi um dos primeiros pioneiros, permitiram realizar nos últimos trinta anos um gigantesco trabalho de síntese e de clarificação das ciências matemáticas;

4.º — que a obra de Maurice Fréchet realizada nos mais variados campos das matemáticas puras e applicadas é um monumento à glória do espírito construtivo do Homem;

propõe, pela primeira vez, a atribuição do título de sócio honorário da Sociedade Portuguesa de Matemática ao Senhor Maurice Fréchet, Professor da Faculdade de Ciências de Paris, como homenagem prestada pela Sociedade Portuguesa de Matemática à sua obra científica.

**Centro de Estudos Matemáticos
do Instituto para a Alta Cultura**

O Centro de Estudos Matemáticos do I. A. C. organizou para o actual ano lectivo duas séries de conferências que se iniciaram em 15 de Novembro e se prolongarão até ao fim do ano. A primeira, de *Introdução à Álgebra Abstracta*, tem o objectivo de facilitar uma iniciação no estudo da Álgebra Moderna. Todo o programa foi concebido e preparado de modo que, pressupondo apenas o conhecimento da teoria clássica das equações, leve o ouvinte a familiarizar-se, gradualmente, com os métodos e os teoremas abstractos habilitando-o em pouco tempo para a leitura e compreensão da literatura de Álgebra Abstracta. Esta série de conferências que não pode ficar completada este ano ocupará ainda o primeiro semestre de 1942-1943. O programa para 1941-1942 é constituído pelos capítulos seguintes: Teoria dos números; Teoria clássica de Galois; Grupos abstractos; Corpos algébricos; Domínios algébricos de integridade; Anéis e corpos; Corpos perfeitos. Colaboram este ano: J. Rémy Freire, O. Morbey Rodrigues, J. Sebastião e Silva, J. Silva Paulo, A. Sá da Costa, G. Ramos de Castro, V. Barroso, J. Ribeiro de Albuquerque, M. de Alenquer, F. Veiga de Oliveira e H. Ribeiro.

Tiveram já lugar as seguintes conferências desta série: em Novembro, sobre a teoria dos números, por J. Rémy Freire nos dias 18 e 20, por O. Morbey Rodrigues nos dias 25 e 27; em Dezembro, sobre a Teoria clássica de Galois, por J. Sebastião e Silva nos dias 2, 4, 9, 11, 16 e 18.

As conferências continuam a realizar-se regularmente no anfiteatro de matemática da Faculdade de Ciências de Lisboa, às terças e quintas-feiras pelas 18 horas.

A segunda série de conferências, de *Introdução à Topologia Geral* inclui-se nas sessões de trabalho (colóquios) do Seminário de Análise Geral. Estas sessões de trabalho tornam-se públicas para corresponder à curiosidade repetidamente manifestada pelos estudiosos em face dos resultados, dos métodos e do objectivo deste ramo da Análise Geral. Procura-se, sem prejuízo do carácter de sessões de trabalho que devem ter, não perder a oportunidade de divulgar os Fundamentos da Topologia Geral e, com este fim, detalham-se as questões e multiplicam-se os exemplos. Estas conferências têm necessariamente um carácter pouco elementar. Para a sua compreensão não se requiere nenhum conhecimento especial da Matemática mas unicamente um certo hábito de abstracção.

Tiveram já lugar as seguintes conferências de Topologia Geral: em 15, 22 e 29 de Novembro e em 6 de Dezembro, sobre a noção de Vizinhança e o Objectivo da Topologia Geral por Hugo Ribeiro; em 13 de Dezembro, sobre Conjuntos fechados e espaços (F) por António Monteiro; em 16 de Dezembro, sobre os espaços de Kuratowski por J. da Silva Paulo. As conferências desta série continuam a realizar-se regularmente no mesmo local que as da série de Álgebra aos sábados pelas 14 horas.

Os outros colóquios do Seminário de Análise Geral são reservados aos trabalhadores do Centro e às pessoas especialmente autorizadas para esse fim. Incluem-se exposições sobre os seguintes assuntos: *fundamentos da topologia geral, axiomática da geometria projectiva, resolução das equações algébricas, teoria das estruturas, evolução da lógica, fundamentos da teoria dos quantos.*

Programas detalhados e outras informações fornece-as o Centro de Estudos Matemáticos do I. A. C., na Faculdade de Ciências de Lisboa.

Sobre o objectivo dos cursos promovidos pela Secção de Matemática da Faculdade de Ciências do Porto

No seguimento das conferências de António Monteiro e Manuel Valadares, respectivamente sobre *Topologia Geral* e sobre *Os novos elementos da Família do Rádio*, vão realizar-se na Faculdade de Ciências do Porto dois cursos livres de Matemática: um sobre a *Teoria dos Grupos e suas Aplicações à Física Quântica*, por António de Almeida Costa; outro sobre *Cálculo Tensorial e algumas das suas Aplicações*, por Manuel Gonçalves Miranda.

Estão ainda em projecto outros cursos, comunicações e conferências, e contamos igualmente com a colaboração de professores de outras Faculdades, nomeadamente com o Professor Vicente Gonçalves, de Coimbra, e com o Professor Bento Caração e Doutor Marques da Silva, de Lisboa.

É natural no entanto perguntar-se qual foi o pensamento da Secção de Matemática ao tomar a iniciativa destes cursos e conferências, a integrar num plano de conjunto que englobe não só a Matemática mas igualmente a Física e mesmo a Biologia.

Que objectivo pretendemos nós atingir? Por um lado, no plano científico, temos a intenção de facilitar aos estudiosos as técnicas e as vias de acesso aos problemas de maior actualidade da Matemática e das suas Aplicações. Por outro, desejamos integrar os problemas da Matemática no

movimento geral da Ciência, numa primeira tentativa de sistematização das íntimas relações que hoje existem entre os três domínios — o da Matemática, o da Física e o da Biologia. Finalmente, num plano ético, desejamos criar um ambiente de trabalho, um «clima» e um estímulo, como resultante da cooperação de todos numa tarefa que transcende o interesse imediato de cada um e traduz uma consciência colectiva: a de que pertencemos a uma Universidade.

Num momento em que por tódia a parte se proclama o *sentido místico* do trabalho, e em que a própria inteligência é avaliada em função das suas realizações efectivas e não como somatório de possibilidades, a Secção de Matemática entendeu que era do seu dever o animar e promover a realização de um plano de trabalho de conjunto.

Polarizando a nossa atenção em alguns problemas da actualidade dentro do grande movimento da Matemática e convivendo com especialistas das outras ciências, vamos ajudar-nos mutuamente, «raciocinando em voz alta» sobre aquêles pontos que formos estudando com cuidado e interesse.

E com uma originalidade mais ou menos marcada e um maior ou menor poder de sistematização, conforme a maneira de ser de cada um de nós, todos podemos viver com igual intensidade esta afirmação colectiva de vontade, de tenacidade e de solidariedade.

E. Picard

A imprensa mundial noticiou há dias a morte do matemático francês E. Picard. A Redacção da «Gazeta de Matemática» sente o desaparecimento de tão notável cientista e julga prestar-lhe uma modesta homenagem apresentando aos seus leitores a breve notícia que segue e que redigiu José Ribeiro de Albuquerque:

Nasceu em Paris em 1856 e desde muito novo começou uma carreira científica brilhante. Saiu da Escola Normal em 1877 doutorado em ciências e foi nomeado imediatamente «maître de conférences» na Fac. de Ciências de Paris (1878). Em seguida foi encarregado de curso em Toulouse (1879) e depois, na Sorbonne, suplente da cadeira de mecânica física e experimental (1881-1885). Foi professor da Fac. de Ciências de Paris desde (1886) e da Escola Central de Artes e Manufaturas desde 1893. Em 1889 foi nomeado membro da Academia das Ciências de que se tornou em 1917, Secretário Geral. Foi eleito para a Academia francesa em 1924.

Em 1920 assumiu uma atitude inesperada da parte de um espírito como o seu, contra os seus

colegas sábios alemães, propondo a sua expulsão da Academia, idéia esta que teve a reprovação geral do estrangeiro.

Os seus notáveis trabalhos versaram principalmente sobre análise matemática e equações diferenciais e publicou entre outras, as seguintes memórias: «Quelques réflexions sur la mécanique suivies d'une première leçon de dynamique (1902); Sur le développement de l'analyse et ses rapports aux diverses sciences (1905); L'Oeuvre de H. Poincaré (1913); Les sciences mathématiques en France depuis un demi-siècle (1917); La vie et l'oeuvre de G. Darboux (1917); La théorie de la relativité et ses applications à l'astronomie (1921); Discours et Mélanges (1922); La vie et l'oeuvre de Pierre Duhem (1922); Mélanges de mathématiques et de physique (1924); Les Théories de l'optique et l'oeuvre de Hippolyte Fizeau (1924); Pascal mathématicien (1924); Leçons sur quelques équations fonctionnelles, avec des applications à divers problèmes d'analyse et de physique mathématique (1929); Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles, avec des applications à la physique mathématique (1928); Leçons sur quelques problèmes aux limites de la théorie des équations différentielles (1929); Un coup d'oeil sur l'histoire des sciences et des théories physiques (1930).

São dele também as obras tantas vêzes consultadas pelos estudiosos: Tratado de análise, 3.º vol. (1893-1923); Teoria das funções algébricas de duas variáveis independentes (em colaboração com Simart, 2 vol, 1897-1906).

No prelo

ALMEIDA COSTA — Elementos da Teoria dos Grupos. Editados pela Secção de Matemática da Faculdade de Ciências do Pôrto.

ANTÓNIO MONTEIRO — Introdução à Álgebra Linear — 1.ª Parte. Representação analítica dos Operadores Lineares no espaço a n -dimensões. Curso realizado no Seminário de Análise Geral do Centro de Estudos Matemáticos do Instituto para a Alta Cultura no ano lectivo 1940-1941. Vol. I da Coleção *Estudos de Matemática*.

RUY LUÍS GOMES — Introdução Matemática à Teoria dos Quanta. Curso de Física Matemática realizado na Faculdade de Ciências do Pôrto.

A primeira parte deste curso é consagrada à Teoria da medida-L, à noção de integral-L e integral-L de Stieljes em espaços muito gerais. Segue-se a Teoria dos Operadores Lineares no espaço de Hilbert, e finalmente as suas aplicações à Teoria dos Quanta.

PROBLEMAS PROPOSTOS

881 — Calcular o integral

$$I_n(x) = \int_0^x \frac{x^n dx}{\sqrt{Ax^2 + 2Bx + C}}; \quad B^2 - AC \neq 0 \quad (n \text{ inteiro positivo}).$$

882 — Estudar a curva $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, em que P e Q são polinômios em x de grau p e q , sob o ponto de vista das assíntotas reticuladas.

883 — Determinar o raio dum sector circular de perímetro constante, de forma que a área seja máxima.

884 — Estudar a convergência da série cujo termo geral é $u_n = \left[\sin \left(a + \frac{\alpha}{n} \right) \right]^n$ $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

885 — Integra-se a função $e^x x^{n-1}$ ($n > 0$) ao longo dum contorno formado por um raio OA segundo ox , um arco de circunferência AB de centro O e raio OA , e um raio BO , sendo B tal que $\alpha = \widehat{AOB}$ esteja entre 0 e $\pi/2$.

Fazendo crescer OA indefinidamente deduzir do resultado os integrais definidos:

$$\int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-au} \cos bu \, du \quad \int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-au} \sin bu \, du.$$

886 — Dada a curva plana de equação $y^q - Ax^p = 0$ (A constante, p e q inteiros), pretende-se saber

em que casos o arco pode ser expresso na abscissa por meio das transcendentais elementares.

887 — Sendo α, β, γ os ângulos que formam duas a duas três semi-rectas OA, OB, OC ($\alpha = (\widehat{OB}, \widehat{OC}), \dots$) prove que

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos \gamma & \cos \beta \\ \cos \gamma & 1 & \cos \alpha \\ \cos \beta & \cos \alpha & 1 \end{vmatrix} = \sin^2 \gamma \sin^2 \alpha$$

em que α é o ângulo que OC faz com o plano OAB .

888 — Se uma dupla família de curvas é definida sobre a superfície $x^i = x^i(u^\alpha)$ ($i=1, 2, 3$, $\alpha=1, 2$) pela equação $b_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta = 0$ mostre que o ângulo θ dessas curvas é em cada ponto dado

$$\text{por } \text{tg } \theta = \frac{-2\sqrt{|b|}}{\sqrt{a} a_{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}} \quad \text{em que } a_{\alpha\beta} \text{ é o tensor métrico, } a = |a_{\alpha\beta}|, \quad b = |b_{\alpha\beta}|.$$

889 — Achar a equação da envolvente das circunferências passando por O e de centro sobre uma circunferência fixa também passando por O (cardióide).

890 — Calcular o número m tal que $x^3 + y^3 + z^3 + mxyz$ seja divisível por $x+y+z$.

891 — Escreva como polinômio a raiz quadrada de $9/4 + 6x - 17x^2 - 28x^3 + 49x^4$.

SOLUÇÕES DE PROBLEMAS PROPOSTOS EM NÚMEROS ANTERIORES

735 — A solução do problema 735, na sua segunda forma, que vem publicada na pág. 10 do n.º 7 da «G. M.» está errada, mas a solução não é a que o sr. J. S. Faria Abreu indica, mas sim

$$x = \frac{4n+1}{6} \pi \quad x = \frac{6n+1}{18} \pi. \quad \text{M. A.}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{736} - \binom{n+t}{r} &= \binom{n+t-1}{r} + \binom{n+t-1}{r-1}, \\ \binom{n+t-1}{r-1} &= \binom{n+t-2}{r-1} + \binom{n+t-1}{r-2}, \quad \dots \\ \binom{n+1}{r-t+1} &= \binom{n}{r-t+1} + \binom{n}{r-t}. \end{aligned}$$

Somando ordenadamente e fazendo as reduções vem: $\binom{n+t}{r} = \binom{n+t-1}{r} + \binom{n+t-2}{r-1} + \dots + \binom{n}{r-t+1} + \binom{n}{r-t}$

ou $\binom{n+t}{r} - \binom{n}{r-t} = \sum_{k=0}^{t-1} \binom{n+t-(k+1)}{r-k}$ mas podem-se separar os $(n+t)$ elementos em 2 grupos de n e t , e agrupá-los de diversos modos,

contanto que sempre somem r . O seu número total será pois a soma de todas as combinações, como se deduz da igualdade anterior:

$$\begin{aligned} \binom{n+t}{r} &= \binom{n}{r} \binom{t}{0} + \binom{n}{r-1} \binom{t}{1} + \dots + \\ &+ \binom{n}{r-t} \binom{t}{t} = \sum_{k=0}^t \binom{n}{r-k} \binom{t}{k} \quad (t \leq r). \end{aligned}$$

Solução enviada pelo Sr. J. S. Faria Abreu, de Penafiel.

792 — Recebemos do Sr. J. S. Faria Abreu uma solução que não publicamos por ser excessivamente longa.

Sol.:— Subtraindo a última coluna das duas primeiras (há pelo menos 3 colunas visto que por hipótese $n > 2$) os elementos da 1.ª coluna ficam iguais a $b_n - b_1$ e os da 2.ª coluna a $b_n - b_2$. Tendo duas colunas proporcionais, $\Delta_n = 0$. M. A.

794 — Recebemos a solução do Sr. J. S. Faria Abreu, que verifica o teorema proposto calculando ambos os termos da igualdade que acompanha o enunciado e verificando que são iguais. M. A.