

## LEVI-CIVITA

por A. DE MIRA FERNANDES

Morreu Levi-Civita. Perde a ciência, no domínio matemático, um dos seus mais ilustres cultores deste século, notável pela originalidade e mérito da sua criação científica, pela perfeição e brilho da sua obra escrita e (dizem os que o ouviram) pelos seus elevados dotes de professor eminente. Este conjunto de virtudes, nem sempre coexistentes nos grandes mestres, teve-o Levi-Civita em memorável grau. Nos seus escritos, mesmo naquelles que, sendo notas originaes sôbre temas novos, ou sôbre doutrinas em gestação, se destinam, principalmente, a afirmar autoria, perante um meio limitado de especialistas, não faltam nunca a clareza inexcedível e a minúcia indispensável à compreensão dos simples iniciados. Por isso, êles têm, para os que não são leigos, a sedução própria do seu teor e da sua forma; e, para os que principiam, mesmo sem grande devoção, um poder aliantante a que difficilmente se resiste.

Com estas características espirituais, não podiam deixar de ser modelos de perfeição os seus trabalhos de exegése e de critica, se o tentasse o empreendimento. E em boa hora o tentou.

Desde os seus princípios, as doutrinas relativistas tiveram em Levi-Civita um dos mais estrenuos e categorisados divulgadores, um dos mais devotados e conscientes comentaristas. Foi em Março de 1919 que êle fez, no Seminário Matemático da Universidade de Roma, uma notável exposição dos conceitos einsteinianos, <sup>(1)</sup> subordinada a êste titulo (que eu traduzo livremente): *Como poderia um conservador atingir os umbrais da nova mecânica?* Na mesma ordem de idéias e com maior desenvolvimento, publicou, em 1928, o livro *Fondamenti di meccanica relativista*. <sup>(2)</sup> Em ambos estes trabalhos, o processo apologético é o mesmo e bem o inculca o título da conferência de Roma, da qual extraio estes dois períodos incompletos: <sup>(1)</sup>

*Je me propose de montrer, à travers quelques formules classiques simples et concises, comment un désir légitime de généralisation formelle d'une part et de synthèse de concept de l'autre, rendent plausibles quelques modifications de lois générales, quantitativement, très légères, spéculativement considérables... Il en ressort une explication toute naturelle de plusieurs faits expérimentaux... de-*

*vant lesquels les anciennes méthodes, auxquelles on doit pourtant l'essor merveilleux de notre science, restaient impuissantes malgré les plus grands efforts.*

E é assim, sem sobressaltos nem agressivas imposições de doutrina, que êle conduz os conservadores ao limiar da relatividade geral.

Na mesma ordem de idéias, e ainda como exemplos da sua *maneira* de reduzir e generalizar, *more geometrico*, podem citar-se os seus comentários às equações relativistas da mecânica atômica <sup>(3)</sup> e à teoria unitária do espaço físico. <sup>(4)</sup>

Da sua obra didática, todos conhecem as *Lezioni di Meccanica Razionale*, em colaboração com U. Amaldi, onde figuram muitas concepções originaes, entre as quais se destacam os métodos de investigação das soluções particulares dos sistemas dinâmicos; e as *Lezioni di Calcolo differenziale assoluto*.

E aqui tomamos contacto, neste breve comentário à obra do insigne Professor, com um dos mais notáveis padrões da sua glória. Se é certo ter sido Christoffel, pouco tempo depois de criada a geometria de Riemann, quem primeiro advertiu que as derivadas parciais das grandezas, que hoje chamamos componentes dum tensor, não são, em geral, componentes doutro tensor (circunstância fundamental na estruturação do Cálculo diferencial absoluto), a verdade é que a criação da Análise tensorial se deve, quasi integralmente a Ricci Curbastro. Desde 1887 até ao fim da vida, foi essa a sua grande tarefa, da qual é notável resumo a memória *Méthodes de Calcul Différentiel Absolu et leurs applications*, publicada, em francês, em 1901, nos *Mathematische Annalen* (tomo 54), a convite de Klein, e redigida pelo mesmo Ricci e por Levi-Civita, <sup>(5)</sup> seu discípulo. Da obra de Ricci, a quem êle attribuiu sempre todos os direitos de

(1) *L'Enseignement mathématique*—ano XXI, Junho de 1920.

(2) Bolonha—N. Zanichelli.

(3) *Diracsche und Schrödingersche Gleichungen (Berichte der Preussischen Akademie)* (1933).

(4) *Berichte*, etc. (1929).

(5) Existe uma reprodução da livreria Blanchard, Paris, 1925.

autoria do novo algoritmo, dizia Levi-Civita, referindo-se à utilização que dela fez, desde o princípio, a teoria da relatividade: *Um exemplo tão conspícuo de especulações abstractas que conseguiram ser, num dado momento, essenciais para o progresso da filosofia natural, talvez só possa encontrar-se na teoria das cônicas de Apolonio, que tornou possível a descoberta das leis de Kepler.*<sup>(1)</sup>

Mas o que é de Levi-Civita e veio trazer nova luz, descobrir novos horizontes e permitir largas generalizações dos métodos do cálculo absoluto, é o conceito de *transporte paralelo*.<sup>(2)</sup> Formulada, mais tarde, por Weyl, sob forma intrínseca, utilizada sistematicamente por Schouten e Struik, na classificação dos espaços lineares, aproveitada nas suas últimas conseqüências pela geometria de Cartan, a noção de transporte é uma das mais fecundas da geometria diferencial. A sua criação seria bastante para tornar imperecível a memória do ilustre Professor.

Mas há, na obra de Levi-Civita, outros monumentos de alta valia. O problema da *regularização*, na teoria das equações diferenciais (principalmente, os seus comentários à obra de Painlevé e Sundman, respeitante ao problema dos três corpos); a teoria das características dos sistemas diferenciais, aplicada à propagação das ondas e à

interpretação da dualidade onda-corpusculo da mecânica atômica; as teorias da luz, do potencial, dos invariantes adiabáticos; a aerodinâmica, a teoria ergódica; quasi todos os domínios da Análise, da Mecânica, da Física Matemática foram enriquecidos, nalgum incidente ou nalgum capítulo fundamental, pela originalidade dos seus conceitos, pela nitidez da sua exposição, ou pela agudeza da sua crítica. Na sua obra, não se encontra nunca (e o deslize podia ser involuntário) o disfarce duma obscuridade, ou a imposição insegura duma idéia. Não se sabe que mais deva admirar-se nos seus escritos: se a capacidade de criar, se o dom de esclarecer; nem que mais deva louvar-se no seu discurso: se a segurança e clareza do raciocínio, se o poder de intuição. Familiar de quasi todos os domínios do pensamento matemático, revela-se na sua obra o prazer de relacionar doutrinas aparentemente estranhas, num salutar anseio de unidade do conhecimento; e o desejo de iluminar, com a certeza duma verdade incontrovertida, a possível dúvida duma idéia nova.

Dêscance em paz o grande Mestre.

<sup>(1)</sup> Conferência feita em Barcelona, em Janeiro de 1921.

<sup>(2)</sup> *Nozione di parallelismo in una varietà qualunque* — Palermo — 1917.

## LES ORIGINES DES NOTIONS MATHÉMATIQUES

*Da conferência realizada no Instituto Francês de Lisboa, em Janeiro de 1942, pelo Prof. M. Fréchet*

*Monsieur le Ministre, Monsieur le Directeur, Mesdames, Messieurs.*

Je ressens très vivement l'honneur qui m'a été fait en m'invitant à parler devant vous et j'en remercie M. le Directeur de l'Institut français. Je ne dois pas, toutefois oublier que cette invitation n'a été rendue possible que par l'initiative de l'Institut de Haute Culture du Portugal qui m'avait spontanément proposé de venir ici faire des conférences devant les trois Universités portugaises et qui a ainsi rendu ce voyage possible.

Votre Institut de Haute Culture est une très importante création qui joue ici le même rôle que le Conseil Supérieur des Investigations Scientifiques en Espagne et le Conseil Supérieur des Recherches Scientifiques en France ainsi que les Instituições analogues dans d'autres pays. Il faut reconnaître que la création de ces Instituições a contribué dans une large mesure à améliorer grandement l'état d'esprit du grand public vis à vis de la recherche. On considérait qu'un professeur d'Université pouvait si cela lui faisait plaisir faire de la recherche en dehors de son enseignement,

mais qu'il suffisait de l'encourager par de bonnes paroles. Grâce à l'action de ces Instituições nouvelles, on admet maintenant de plus en plus que si un professeur de Faculté doit avant tout comme auparavant, se consacrer à son enseignement, il ne remplit pas tout son devoir s'il ne contribue pas lui-même au progrès de la Science. Comme auparavant, le professeur doit conserver à l'enseignement un niveau correspondant à celui des élèves, et par suite, s'abstenir de faire allusion aux recherches les plus récentes devant les étudiants qui *commencent* leurs études, si ces récents résultats ne simplifient pas ou ne rectifient pas les résultats anciens. Mais on admet aussi que seul le professeur qui fait des recherches a établi sa supériorité intellectuelle par rapport à la moyenne de ses étudiants, que seul il est capable de se rendre pleinement compte de la valeur de ce qu'il enseigne.

Parlant des pays dont je connais le mieux l'organisation universitaire je puis dire qu'en France, en Allemagne, en Italie, par exemple il y a bien longtemps qu'aucune personne ne peut être