

autoria do novo algoritmo, dizia Levi-Civita, referindo-se à utilização que dela fez, desde o princípio, a teoria da relatividade: *Um exemplo tão conspícuo de especulações abstractas que conseguiram ser, num dado momento, essenciais para o progresso da filosofia natural, talvez só possa encontrar-se na teoria das cônicas de Apolonio, que tornou possível a descoberta das leis de Kepler.*<sup>(1)</sup>

Mas o que é de Levi-Civita e veio trazer nova luz, descobrir novos horizontes e permitir largas generalizações dos métodos do cálculo absoluto, é o conceito de *transporte paralelo*.<sup>(2)</sup> Formulada, mais tarde, por Weyl, sob forma intrínseca, utilizada sistematicamente por Schouten e Struik, na classificação dos espaços lineares, aproveitada nas suas últimas conseqüências pela geometria de Cartan, a noção de transporte é uma das mais fecundas da geometria diferencial. A sua criação seria bastante para tornar imperecível a memória do ilustre Professor.

Mas há, na obra de Levi-Civita, outros monumentos de alta valia. O problema da *regularização*, na teoria das equações diferenciais (principalmente, os seus comentários à obra de Painlevé e Sundman, respeitante ao problema dos três corpos); a teoria das características dos sistemas diferenciais, aplicada à propagação das ondas e à

interpretação da dualidade onda-corpusculo da mecânica atômica; as teorias da luz, do potencial, dos invariantes adiabáticos; a aerodinâmica, a teoria ergódica; quasi todos os domínios da Análise, da Mecânica, da Física Matemática foram enriquecidos, nalgum incidente ou nalgum capítulo fundamental, pela originalidade dos seus conceitos, pela nitidez da sua exposição, ou pela agudeza da sua crítica. Na sua obra, não se encontra nunca (e o deslize podia ser involuntário) o disfarce duma obscuridade, ou a imposição insegura duma idéia. Não se sabe que mais deva admirar-se nos seus escritos: se a capacidade de criar, se o dom de esclarecer; nem que mais deva louvar-se no seu discurso: se a segurança e clareza do raciocínio, se o poder de intuição. Familiar de quasi todos os domínios do pensamento matemático, revela-se na sua obra o prazer de relacionar doutrinas aparentemente estranhas, num salutar anseio de unidade do conhecimento; e o desejo de iluminar, com a certeza duma verdade incontrovertida, a possível dúvida duma idéia nova.

Dêscance em paz o grande Mestre.

<sup>(1)</sup> Conferência feita em Barcelona, em Janeiro de 1921.

<sup>(2)</sup> *Nozione di parallelismo in una varietà qualunque* — Palermo — 1917.

## LES ORIGINES DES NOTIONS MATHÉMATIQUES

*Da conferência realizada no Instituto Francês de Lisboa, em Janeiro de 1942, pelo Prof. M. Fréchet*

*Monsieur le Ministre, Monsieur le Directeur, Mesdames, Messieurs.*

Je ressens très vivement l'honneur qui m'a été fait en m'invitant à parler devant vous et j'en remercie M. le Directeur de l'Institut français. Je ne dois pas, toutefois oublier que cette invitation n'a été rendue possible que par l'initiative de l'Institut de Haute Culture du Portugal qui m'avait spontanément proposé de venir ici faire des conférences devant les trois Universités portugaises et qui a ainsi rendu ce voyage possible.

Votre Institut de Haute Culture est une très importante création qui joue ici le même rôle que le Conseil Supérieur des Investigations Scientifiques en Espagne et le Conseil Supérieur des Recherches Scientifiques en France ainsi que les Institutions analogues dans d'autres pays. Il faut reconnaître que la création de ces Institutions a contribué dans une large mesure à améliorer grandement l'état d'esprit du grand public vis à vis de la recherche. On considérait qu'un professeur d'Université pouvait si cela lui faisait plaisir faire de la recherche en dehors de son enseignement,

mais qu'il suffisait de l'encourager par de bonnes paroles. Grâce à l'action de ces Institutions nouvelles, on admet maintenant de plus en plus que si un professeur de Faculté doit avant tout comme auparavant, se consacrer à son enseignement, il ne remplit pas tout son devoir s'il ne contribue pas lui-même au progrès de la Science. Comme auparavant, le professeur doit conserver à l'enseignement un niveau correspondant à celui des élèves, et par suite, s'abstenir de faire allusion aux recherches les plus récentes devant les étudiants qui *commencent* leurs études, si ces récents résultats ne simplifient pas ou ne rectifient pas les résultats anciens. Mais on admet aussi que seul le professeur qui fait des recherches a établi sa supériorité intellectuelle par rapport à la moyenne de ses étudiants, que seul il est capable de se rendre pleinement compte de la valeur de ce qu'il enseigne.

Parlant des pays dont je connais le mieux l'organisation universitaire je puis dire qu'en France, en Allemagne, en Italie, par exemple il y a bien longtemps qu'aucune personne ne peut être

nommé professeur d'Université ou maître de conférences, sans avoir apporté une contribution originale aux progrès de la Science. Mais c'est grâce à la création récente de corps analogues à l'Institut de Haute Culture que la notion s'est répandue dans ces pays que cela ne suffit pas et que le professeur, une fois nommé doit *continuer* à faire des recherches.

Je sais d'ailleurs et je l'en félicite que le Gouvernement portugais ne s'est pas contenté de créer l'Institut de Haute Culture mais qu'il l'honore de sa confiance et est disposé à lui fournir tous les moyens dont il a besoin.

*Mesdames, Messieurs.*

Je ne connaissais pas le Portugal et je suis très heureux d'avoir eu cette occasion de contempler vos magnifiques paysages, de jouir de l'affabilité de ses habitants. Mais fallait-il, pour ce plaisir égoïste, quitter ma famille restée à Paris à un moment aussi difficile, où tant d'incertitudes l'entourent, où tant de dangers la menacent? Je n'aurais pu m'y décider si je n'avais eu la persuasion d'accomplir en même temps un devoir. En venant ici, je crois ajouter un témoignage de plus, bien faible, bien modeste mais réel cependant de la vitalité de la France, de sa présence partout où l'on travaille, de la continuation de son activité partout où celle-ci n'est pas entravée par les circonstances.

Certes nous avons traversé des heures désespérées, où tout paraissait s'effondrer, où un abîme semblait s'ouvrir devant nous. Mais si la France a eu bien souvent des heures de grandeur et de gloire, elle avait aussi connu plusieurs fois des heures d'angoisse. Sans remonter inutilement trop haut, sa situation en 1815, en 1870, n'était pas moins grave que maintenant. Et pourtant, chaque fois nous nous sommes relevés, nous avons retrouvé notre prospérité, nous avons reconquis notre place dans le monde. Cette fois encore, la France renaît à l'espoir, elle vit, elle travaille. Elle est prête à reconnaître que d'autres nations ont apporté d'immenses contributions aux progrès de l'humanité. Mais elle croit y avoir aussi participé et elle veut montrer par mille moyens et en particulier par la mission qui m'a été confiée, qu'elle n'entend renoncer à aucune activité féconde.

... je vais vous exposer mes vues personnelles sur les origines des notions mathématiques. Peut être certains esprits, d'avance d'accord avec moi, risqueraient-ils de considérer mon exposé comme superflu, comme ne faisant que répéter des véri-

tés évidentes. Je crois donc nécessaire de rappeler que des vues très différentes ou même opposées ont été soutenues par des esprits aussi éminents, disons par des génies, tels que Descartes et Kant et au sujet desquelles je vous renvoie aux citations figurant sur ce tableau.

Dans ce qui suit, j'aurai à employer quelques termes techniques dont je n'aurai pas le temps de rappeler les définitions. Je supplie ceux de mes auditeurs qui auraient oublié ces définitions de ne pas croire qu'ils seront arrêtés par une telle lacune. Ces termes techniques qui jouent un rôle essentiel dans mes autres conférences, ne sont ici que pour illustrer ma Thèse, à titre d'exemples qui peuvent être négligés sans que cesse d'être intelligible la ligne générale de mes explications.

Je commencerai pour vous en faciliter l'orientation, par un bref résumé de ma conférence.

#### Conférence du professeur Fréchet

M. Fréchet a rappelé qu'un certain nombre des plus illustres mathématiciens et philosophes, entre autres Descartes et Kant — mais non tous — ont soutenu que les notions mathématiques fondamentales étaient latentes dans notre esprit indépendamment de toute expérience.

M. Fréchet a défendu une thèse différente, en montrant par de nombreux exemples qu'on peut classer les notions mathématiques en deux grandes catégories: Les unes (comme le nombre entier, la droite, l'aire, le volume, la symétrie, le moment d'une force...) nous sont imposées par la technique par l'observation du monde sensible; mais ce sont des notions abstraites et simples que nous substituons à des réalités trop complexes pour donner prise à la Logique. Cette substitution ne sera d'ailleurs utile que si l'objet réel possède d'une façon suffisamment approchée les propriétés de son image mathématique.

Les notions mathématiques de la seconde catégorie reposent sur des artifices issus du génie de l'homme. Sans être indispensables, elles lui permettent des raisonnements directs plus simples (grâce, par exemple, à l'introduction des nombres négatifs des nombres imaginaires, etc.). Ou bien elles ramènent certaines démonstrations à d'autres, (grâce aux transformations par inversion, par dualité, etc.). Ou bien encore, elles évitent de répéter dans plusieurs applications de raisonnements identiques, et sont par exemple à la base de la théorie vectorielle, de celle des groupes abstraits, de l'Analyse générale, etc.

## A Q U A D R A T U R A D O C Í R C U L O

(De Marcel Boll — *Les étapes des Mathématiques* — Paris, 1942 — p. 79-80)

Os géometras da antiguidade foram todos atingidos pela fúria da quadratura; e *Aristófanés* <sup>(1)</sup>, no século V a. C., já os metia a ridículo!

Uma história dos *quadradores* foi publicada em 1754: «homens, na maioria apenas iniciados na geometria, que tentam quadrar o círculo e teimam em manter paralogismos absurdos para uma solução do problema».

A situação não mudara em 1831: «Sem cessar, novos *quadradores* assaltam as agremiações científicas e sustentam os seus erros com uma teimosia e uma jactância invencíveis».

Segundo uma maliciosa observação de *Francisco Arago* <sup>(2)</sup>, a quadratura do círculo é uma doença que grassa sobretudo na primavera <sup>(3)</sup>.

Todos os anos, *de pauvres esprits*, que não possuem decerto as primeiras noções das coisas de que falam <sup>(4)</sup>, anunciam às academias e ao público que encontraram (!) a *razão exacta* da circunferência para o seu diâmetro! Bem entendido, esta *razão exacta* difere dum inventor para outro e está errada geralmente a partir do segundo decimal <sup>(5)</sup>.

A *Academia das Ciências* <sup>(6)</sup> tomou, de há muito, a decisão de não se ocupar mais das memórias que tratam deste problema, como das que prosseguem na investigação do moto contínuo.

Haverá mal nisso?

Não, evidentemente. Ela bem sabe que assumindo esta atitude não se arrisca a perder nenhuma descoberta séria.

A opinião dos seus membros resume-se mais ou menos no seguinte: «comparámos a probabilidade de que um sábio ignorado descubra um resultado contrário àquilo que é sabido de há muito, com a probabilidade de que exista mais um louco na Terra; a segunda probabilidade pareceu-nos maior» <sup>(7)</sup>.

(tradução de A. S. C.)

(1) *Aristófanés* (450-386? a. C.) o mais célebre poeta satírico grego. (N. T.).

(2) *Francisco Arago* (1786-1855) um dos mais ilustres sábios franceses do século XIX, deixou uma obra notável na física e na astronomia. Foi o primeiro aluno da École Polytechnique que votou contra o consulado vitalício de Napoleão Bonaparte. (N. T.).

(3) O tradutor deveria ter posto outono em vez de primavera, se tomasse em consideração a mudança de coordenadas geográficas. (N. T.).

(4) O caso é igual ao dos que inventam sistemas de jogo para vencer na roleta e no *trente-et-quarante*.

(5) *Pierre Boutroux*, *L'idéal scientifique des mathématiciens*, 1920.

(6) Deve esclarecer-se que o autor do texto se refere à Academia das Ciências de Paris. (N. T.).

(7) *Henri Poincaré*, *La science et l'hypothèse*, 1902.

## APLICAÇÃO DO CÁLCULO DAS PROBABILIDADES À RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE BIOLOGIA

por A. QUINTANILHA (I), H. B. RIBEIRO [Centro de Estudos Matemáticos] (II), L. W. STEVENS (III)

## I

Nos Basidiomicetos, fungos superiores de cuja genética nós vimos ocupando, desapareceram todos os vestígios de órgãos sexuais. A conjugação é *somátogâmica*, querêr dizer, realiza-se por fusão de filamentos somáticos que misturam os seus protoplasmas e formam a primeira parêlha de núcleos. Este primeiro *dicácion* multiplica-se agora por divisões conjugadas, dando origem a um *micélio secundário*, que vai produzir mais tarde, nas formas superiores, as frutificações ou chapéus. Aqui os *basídios*, células que vão dar os esporos, possuem dois núcleos de sexo diferente provenientes, por divisões sucessivas e conjugadas daquele primeiro dicácion que já vimos como se formava. Num dado momento estes dois núcleos conjugam-se e dão origem a um núcleo único diploide, isto é, com um número duplo de cromosomas.

A isto se reduz, nos Basidiomicetos, o acto sexual — uma *plasmogamia* (fusão de plasmas) seguida mais tarde de uma *cariogamia* (fusão nuclear). Agora cada um destes núcleos diploides divide-se duas vezes seguidas e produz os quatro núcleos haploides (com o número simples de cromosomas) dos quatro esporos que se vão formar.

Estes esporos são os órgãos de multiplicação dos Basidiomicetos; levados pelo vento ou pelas águas vão germinar, como as sementes das plantas superiores, e produzir uma nova geração de indivíduos.

Se semarmos agora os esporos isoladamente verificamos que em certas espécies estas culturas *monospóricas* produzem *micélios secundários*, com basídios binucleados e um ciclo sexual completo.