de H. Hopf [3], não pode ser vazia a intersecção C_i de n quaisquer dos conjuntos $B_j\ (j=1,\cdots n+1;\ j\neq i)$. Por outro lado, devem ser disjuntos dois quaisquer dos conjuntos $C_i\ (i=1,\cdots n+1)$, visto que de contrário a intersecção de todos os $B_i\ (i=1,\cdots n+1)$ seria não vazia e um dos conjuntos B_i deveria então ter um par de pontos antipódicos.

Existem portanto, sobre S, $n+1$ diferentes pontos P_i e C_i. Seja agora T_i a calote esférica de S cujos pontos estão separados dos P_i por uma distância (euclidiana) não inferior a p. Em virtude da hipótese $D^i<p$, será vazia a intersecção $T_i B_j$ para $j\neq i$, de maneira que T_i é recoberto apenas por B_i. Designando por ρ o raio esférico de T_i (as calotes são todas congruentes), podemos dizer que as distâncias esféricas de pares de pontos $P_i P_k\ (i\neq k)$ são todas superiores a 2ρ. Mas $\cos(\rho/2)=p$ e portanto $\cos 2\rho = 2(2p^2-1)^2=-1/n$. Ora, segundo um conhecido lema de K. Reinhardt [4] as distâncias esféricas de $n+1$ pontos da superfície duma esfera n-dimensional não podem ser todas superiores a $\arccos(-1/n)$.

A contradição acima referida fica pois assim em evidência.

Para poder escrever a relação (a) com o sinal de igualdade é necessário demonstrar inversamente que existe uma cobertura de K por $n+1$ conjuntos fechados de pontos tais que $D^i\leqslant p$ para qualquer i. Nos casos $n=2$ e $n=3$ obtemos efectivamente este resultado partindo da cobertura de S por $n+1$ simplexos B_i regulares, esféricos e congruentes de lado esférico $s=\arccos(-1/n)$ e formando A_i com a fronteira convexa de B_i e Z (centro da esfera). Desta forma K ficará recoberto por $n+1$ sectores esféricos A_i de diâmetro euclidiano p.

A questão aqui discutida está estreitamente ligada com outra questão, ainda não esclarecida para $n>2$, que aparece quando se considera, em lugar da esfera, um conjunto de pontos arbitrário. Mais exactamente: Existe um número mínimo C_n para o qual ainda é possível afirmar que todos os conjuntos n-dimensionais de pontos de diâmetro $D=1$ podem ser divididos em conjuntos parciais de diâmetro $D^i\leqslant C_n (i=1,\cdots n+1)$. Qual o valor de C_n?

Segundo uma suposição de K. Borsuk [5]

$$(d) \qquad C_n<1$$

para qualquer n. A relação entre estas constantes C_n de Borsuk e as constantes D_n de Knaster, consideradas no presente trabalho, é evidentemente

$$(e) \qquad D_n\leqslant C_n$$

A igualdade em (e) tem lugar, trivialmente, para $n=1$ e também para $n=2$ segundo um resultado de D. Gale [6].

Se o mesmo acontecesse para qualquer n, isso significaria que a esfera oferece, à divisão em partes mais pequenas, maior resistência que qualquer outro corpo não esférico.

Sobre a noção de distância em relatividade restrita

por *Ruy Luís Gomes*

Sejam x_i, t as coordenadas de um referencial admissível e

$$(1) \qquad x_i=u_i\,t,$$

com

$$(2) \qquad u^2<c^2,$$

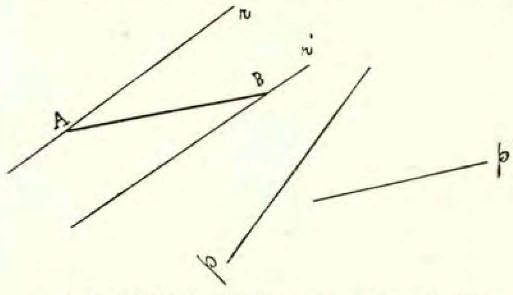
as equações correspondentes da linha de universo de um ponto material animado de movimento rectilínio uniforme.

Imaginemos agora outros dois pontos materiais, P, Q, animados de movimento rectilínio e uniforme de velocidades iguais, como acontece quando P e Q são as extremidades de uma régua em repouso num qualquer referencial admissível em Relatividade Restricta.

As suas linhas de universo são da forma

$$(3) \qquad \begin{cases} x_i=v_i\,t+a_i \\ x_i=v_i\,t+b_i \end{cases}$$

Definição. *Entende-se por distância dos pontos materiais* P *e* Q *segundo o espaço próprio do ponto* (1), *o valor* $\mathrm{d}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{v}}$ *dado pelo invariante fundamental*



r, r' representativas de (1), p representativa de (2); p' direcção *ortogonal* a p; AB paralela a p'

$$(4) \qquad (d_{\mathrm{u}}^{\mathrm{v}})^2=I_{\mathrm{u}}^{\mathrm{v}}=\sum \Delta' x_i^2-c^2\,\Delta' t^2,$$

em que $\Delta' x_i$, $\Delta' t$ *correspondem a posições de* P *e* Q