sitiva de $-\xi+\eta+1=0$ *existe um só valor de* p *para cada ponto, com* $|p|<1$. *Como quem diz uma só tangente à parábola.*

Em resumo:

Quando (ξ,η) *é um ponto da região do plano* $\xi O\eta$, *limitada pelos segmentos de recta* $(4,3)\,(0,-1)$ *e* $(-4,3)\,(0,-1)$ *e o arco da parábola* $\xi^2-8\eta+8=0$ *entre os pontos* $(4,3)$ *e* $(-4,3)$, *com inclusão dos segmentos de recta e exclusão do arco da parábola, a equação proposta tem dois sistemas de soluções dadas por* $\operatorname{sen} x=\zeta$ *e* $\operatorname{sen} x=\zeta'$ *ou* $x=k\pi+(-1)^k \operatorname{Arc\,sen}\zeta$ *e* $x=k\pi+(-1)^k \operatorname{Arc\,sen}\zeta'$.

Quando (ξ,η) *é ponto do ângulo* $(4,3)\,\widehat{(0,-1)}\,(4,-5)$, *ou do ângulo* $(-4,3)\,\widehat{(0,-1)}\,(-4,-5)$, *com exclusão dos segmentos* $(4,3)\,(0,-1)$ *e* $(-4,3)\,(0,-1)$, *ou do arco da parábola* $\xi^2-8\eta+8=0$ *entre os pontos* $(4,3)$ *e* $(-4,3)$, *a equação proposta admite só o sistema de soluções dado por* $\operatorname{sen} x=\zeta''$ *ou* $x=k\pi+(-1)^k \operatorname{Arc\,sen}\zeta''$.

Quando (ξ,η) *é qualquer outro ponto, a equação proposta não tem soluções.*

3608 — Foram recebidas soluções correctas dos Srs. Vinhas Novais e Machado Gil, publicando-se a do primeiro:

R: *Seja* $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$; *pelas condições do problema deve verificar-se a identidade*

$$ax^6+bx^4+cx^2+d=-ka^2x^6+k(b^2-2ac)x^4-$$
$$-k(c^2-2bd)x^2+kd^2$$

identidade que implica a igualdade dos coeficientes dos termos do mesmo grau:

$$a=-ka^2\,;\ b=kb^2-2kac\,;\ c=-kc^2+2kbd\,;\ d=kd^2.$$

A primeira equação, atendendo a que $a\neq 0$, *conduz à solução única* $a=-1/k$, *e a última às duas soluções* $d=0$ *e* $d=1/k$; *para* $a=-1/k$ *e* $d=0$ *vem, da terceira equação,* $c=0$ *e* $c=-1/k$; *para* $c=0$ *vem, da segunda equação,* $b=0$ *e* $b=1/k$; *para* $c=-1/k$, *vem* $b=2/k$ *e* $b=-1/k$. *Temos, pois, as seguintes soluções para o sistema:*

1.ª Sol.	*2.ª Sol.*	*3.ª Sol.*	*4.ª Sol.*
$a=-1/k$	$a=-1/k$	$a=-1/k$	$a=-1/k$
$b=0$	$b=1/k$	$b=2/k$	$b=-1/k$
$c=0$	$c=0$	$c=-1/k$	$c=-1/k$
$d=0$	$d=0$	$d=0$	$d=0$

Para $a=-1/k$ *e* $d=1/k$, *a 2.ª e 3.ª equações dão*

$$b=kb^2+2c \qquad e \qquad c=-kc^2+2b$$

e eliminando b *vem*

$$k^3c^4+2k^2c^3-kc^2+6c=0$$

equação que admite a raíz $c=0$ *a que corresponde* $b=0$. *Dividindo por* c *esta equação, vem a equação*

$$k^3c^3+2k^2c^2+6-kc=0$$

que admite a solução $c=-3/k$ *a que corresponde* $b=3/k$. *Dividindo agora esta última equação por* $c+3/k$ *obtem-se a equação* $k^2c^2-kc+2=0$, *que não admite soluções reais. Temos assim mais as duas últimas soluções reais do sistema primitivo:*

5.ª Sol.	*6.ª Sol.*
$a=-1/k$	$a=-1/k$
$b=0$	$b=3/k$
$c=0$	$c=-3/k$
$d=1/k$	$d=1/k$

Então os polinómios que satisfazem as condições impostas são

$$f_1(x)=-1/k\,x^3$$
$$f_2(x)=-1/k\,x^3+1/k\,x^2$$
$$f_3(x)=-1/k\,x^3+2/k\,x^2-1/k\,x$$
$$f_4(x)=-1/k\,x^3-1/k\,x^2-1/k\,x$$
$$f_5(x)=-1/k\,x^3+1/k$$
$$f_6(x)=-1/k\,x^3+3/k\,x^2-3/k\,x+1/k\,.$$

Nota — Dos n.os 3609 e 3610, não se receberam na Redacção soluções. As soluções destes últimos bem como as dos problemas do n.º 54 da G. M., serão publicadas oportunamente.

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

101 — PÉRÈS, Joseph — **Mécanique Générale** — Masson et C.ie, Paris, 1953.

A obra que apresentamos ao público português destina-se dum modo geral aos estudantes das faculdades de ciências, aos engenheiros, aos físicos, etc., em suma, a todo o estudioso que pretenda ficar ao corrente dos métodos da Mecânica Analítica.

O conteúdo do livro corresponde ao programa dos cursos de Mecânica Racional das faculdades de ciências francezas e é apresentado por uma forma interessante pela sua originalidade. Com efeito, a iniciação á Mecânica é feita, em França, num curso preparatório prè-universitário, destinando-se o presente livro a «um ensino de base que faça a transição entre os estudos preparatórios e os mais especializados».

É o alto nível científico das escolas superiores francezas — dirijo-me aos estudantes portugueses — que permite ao Autor, na apresentação do seu livro, tomar, com as palavras anteriores, um papel tão modesto. Realmente, para os alunos das nossas universidades, a Mecânica Geral acabada de editar pela casa Masson de Paris, constitui um precioso elemento de estudo, ultrapassando largamente nas matérias expostas todo e qualquer dos cursos de Mecânica Racional das nossas universidades.

Com efeito, o Autor aborda directamente a Mecânica pròpriamente dita, encarando sucessivamente (Cap.I-III) os dois métodos: o método elementar, baseado na aplicação do princípio que, segundo a denominação introduzida por HENRI BÉGHIN, constitui a lei fundamental da Mecânica, e o método dos trabalhos virtuais. Tanto num caso como noutro, trata imediatamente da aplicação à Mecânica dos sólidos perfeitos, que constitui o assunto principal do volume.

A discussão feita no Capítulo II mostra que de facto, no caso das ligações múltiplas por contacto, a Mecânica dos sólidos perfeitos só admite uma pequena extensão fora dos dois casos limites do atricto desprezável e do contacto com rugosidade perfeita.

Por outro lado, na aplicação do método dos trabalhos virtuais aos sólidos, o Autor retomou um ponto de vista que desenvolvera numa Memória já antiga («Journal de Mathématiques», série 9, t. VIII, 1928, p. 337). Para estabelecer que a condição dos trabalhos virtuais é suficiente para o equilíbrio, procura em geral demonstrar-se a impossibilidade de um movimento. Mas uma tal demonstração não pode ser inteiramente satisfatória, visto que pode acontecer, em casos que na realidade são muito particulares, que as condições iniciais dadas permitam a escolha entre o equilíbrio e um ou vários movimentos igualmente possíveis. A demonstração em questão perde de resto todo o significado no caso da dinâmica. Pelo contrário, encontramo-nos num terreno sólido se encararmos a eliminação das forças de ligação. A única dificuldade está em saber se os deslocamentos virtuais compatíveis, que eliminam as forças de ligação, esgotam realmente todas as condições de eliminação, assegurando assim que o cálculo dessas forças (que, em geral, ficam muito indeterminadas) não conduzirá a impossibilidades. Verifica-se fàcilmente que a resposta é afirmativa, se pusermos de lado certos tipos singulares de ligações, ao constatar-se que são «a priori» inadmissíveis na Mecânica do sólido.

O Capítulo IV é consagrado ao estudo da equação fundamental $(dq/dt)^2 = F(q)$. Nele são dadas algumas indicações sobre os desenvolvimentos trigonométricos que intervêm no caso de um integral periódico. No mesmo capítulo, introduzem-se as funções elípticas sn , cn , dn , não se indo além de algumas propriedades muito imediatas que se referem apenas ao campo real, mas que são suficientes para muitas aplicações na Mecânica.

Depois de dois Capítulos de aplicações tratadas pela via elementar dos teoremas gerais, são expostos os elementos da Mecânica Analítica: equações de LAGRANGE e de APPELL, princípios variacionais da Mecânica e equações canónicas, pequenos movimentos. Finalmente, são encarados o estudo analítico das ligações unilaterais e o dos fenómenos de choque, incluindo o caso de um contacto com atrito.

A Mecânica dos corpos deformáveis é abordada no último Capítulo, que constitui uma introdução a esse estudo. Neste domínio, do mesmo modo que na Mecânica dos sólidos, as teorias põem em jogo elementos heterogéneos: por um lado, os princípios, que são bem fundamentados enquanto permanecemos no campo da Física macroscópica; e, por outro lado, leis de origem empírica, por vezes bastante grosseiras, que não tomam em consideração a complexidade dos corpos ou a interdependência de fenómenos classificados em domínios diferentes da nossa Ciência. O Autor desenvolveu particularmente a Estática dos corpos lineares e algumas questões importantes da dinâmica dos fios. Por outro lado insiste na maneira de calcular o trabalho dos esforços interiores de um corpo contínuo: é a equivalência necessária dos dois métodos, o elementar e o dos trabalhos virtuais, que intervém essencialmente na determinação do cálculo em questão.

A Mecânica Geral de PÉRÈS é, em nossa opinião, pelo conteúdo, pela exposição, em suma, por todas as boas qualidades inerentes a uma obra de tal Autor, altamente recomendável aos estudiosos portugueses de Mecânica Racional.

É com vivo interesse que esperamos a publicação do Vol. II em preparação — Cinemática e Mecanismos.

J. G. Teixeira