

verificações experimentais, mas apenas admitindo ver-las elementares *evidentes* e desenvolvendo raciocínios — é um momento grandioso, de súbita e luminosa revelação, comparável ao momento histórico em que o espírito grego descobre o racionalismo — em que a razão toma conhecimento de si mesma. A partir de então, o ensino deve encaminhar-se rapidamente do intuitivo para o racional, embora, no curso dos liceus não seja possível a racionalização completa. *Deveria contudo aludir-se então à possibilidade de lá chegar, mediante uma axiomática conveniente.*

Não pretendo com isto insinuar que, no ensino superior, o racional deve substituir por completo o intuitivo (o que mesmo, de resto, seria metafisicamente impossível). Muito pelo contrário, tanto na teoria como na prática do ensino, o ideal que me norteia é: *conciliar o máximo de racionalidade com o máximo de intuitividade.*

No ensino superior, pode e deve fazer-se um largo

emprego dos métodos axiomáticos; mas perderá sentido e vitalidade o ensino que não se apoiar em sólidas intuições, criadas pelos problemas reais que ao ser humano se levantam, nesta árdua luta pela existência à superfície da Terra.

Nota — Tenho o dever de lembrar que a introdução dos modernos métodos axiomáticos em Portugal se deve ao Professor António Aniceto Monteiro, cuja acção no domínio das matemáticas, entre nós, foi notoriamente profunda e renovadora, apesar de se ter desenvolvido num período infelizmente tão breve. É sobretudo na perspectiva do tempo (apenas são passados uns dez anos), que o alcance da sua obra pode ser devidamente apreciado. O que há de essencial nas ideias acima explanadas, dele o recebi, transmitido com o cunho da sua personalidade, com aquele fervor comunicativo que o situa, fundamentalmente, no campo da actividade científica pura e desinteressada.

José Sebastião e Silva

MOVIMENTO CIENTÍFICO

CONTRIBUIÇÃO LATINO-AMERICANA AO PROGRESSO CIENTÍFICO

O Centro de Cooperação Científica da Unesco para a América Latina publicou recentemente um fascículo da série *Latin American Contribution to Scientific Progress* dedicado à Matemática. Este fascículo, único no género, constitui um guia às contribuições mais importantes, anteriores a 1951, a esse ramo da ciência.

A sua preparação foi confiada ao matemático espanhol Dr. LUIZ A. SANTALÓ, que se encontra radicado na Argentina há vários anos, contando também com a colaboração dos Drs. GODOFREDO GARCIA (do Perú), RAFAEL LAGUARDIA (do Uruguai), e MÁRIO O. GONZÁLEZ (de Cuba). Das 32 páginas do texto, 4 são dedicadas a aspectos comuns aos países latino-americanos, 15 à Argentina, 3 ao Brasil, 2 a Cuba, 2 ao México, 3 ao Peru, 3 ao Uruguai e 3 conjuntamente ao Chile, Venezuela, Porto Rico e Paraguai. As pessoas e instituições que desejem obter um exemplar desse fascículo devem se dirigir ao referido Centro, Bulevar Artigas 1320, Montevidéu. O Centro de Cooperação da Unesco pretende suplementar o presente fascículo com outros, publicados de dois em dois anos e relativos aos períodos em questão.

L. Nachbin

A Redacção da *G. M.* aproveita a oportunidade para apresentar a tração do capítulo referente ao Brasil, que nos dá ideia da natureza desta publicação

da Unesco, ao mesmo tempo que fornece elementos acerca do trabalho dos matemáticos brasileiros e da acção do professor DR. ANTÓNIO MONTEIRO durante a sua estadia no Brasil.

*
* *

Há no Brasil duas escolas de matemáticas: uma em S. Paulo outra no Rio de Janeiro. A primeira recebeu o seu inicial impulso dos matemáticos italianos contratados e, mais tarde, do francês ANDRÉ WEIL e do norteamericano O. ZARISKI, entre outros; ela publica o *Boletim da Sociedade Matemática de São Paulo*. No Rio de Janeiro, a Fundação G. Vargas iniciou, em 1942, a publicação da excelente *Summa Brasiliensis Mathematicae* e em 1948, publicou sob a direcção de A. MONTEIRO numa série de monografias intitulada *Notas de Matemáticas*, importante colecção sobre diversos tópicos das matemáticas modernas de carácter não meramente exposicional, mas onde cada capítulo contém, também, contribuições originais ao assunto desenvolvido. Outro jornal brasileiro, duma natureza mais geral, mas onde se encontram muitos trabalhos de matemática, são os *Annaes da Academia Brasileira de Ciências*.

Nos últimos anos, o trabalho do português A. MONTEIRO exerceu uma influência fundamental na escola

do Rio. Aparte os seus primeiros trabalhos, os publicados por MONTEIRO depois da sua chegada ao Brasil (1945) devem ser considerados como produção Latino-Americana. É além disso pertinente a menção aqui dos seus trabalhos sobre filtros e ideais, *Notas de Matemáticas*, N.º 2 e 5, sobre a aritmética dos números primos, *C. R. Acad. Sci.*, Paris 1947, e em geral na aritmética dos espaços topológicos, que são uma contribuição de singular significado no campo da topologia geral.

Um brilhante discípulo de MONTEIRO é L. NACHBIN, um jovem expoente da moderna matemática no Brasil, autor de numerosos trabalhos sobre topologia geral, álgebras de BOOLE e análise funcional. Escreveu, entre outros, os seguintes artigos: «Combinação de Topologias» e «Espaços vectoriais topológicos», *Notas de Matemáticas*, N.º 1 e 4 (1948), «On linear Expansions» *Summa Brasil. Math.*, 1946, «Une propriété caractéristique des algèbres Booléennes» *Port. Math.* 1947, três comunicações intituladas «Sur les espaces uniformes ordonnés» *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 1948, «Sur les algèbres denses des fonctions différentiables sur une variété» *C. R. Acad. Sci.*, Paris 1949, «A characterization of the normed vector ordered Spaces of continuous Functions over a compact Space» *American Journal of Mathematics*, 1949.

No campo da teoria dos conjuntos, espaços abstractos e funções reais deve mencionar-se o livro de Lelio I. Gama, Introdução à Teoria dos Conjuntos e vários artigos originaes e comunicações: «Sur l'additivité du contigent» *C. R. Acad. Sci.*, Paris 1938. «Sur l'additivité de l'accumulatif» *C. R. Acad. Sci.*, Paris 1938, «Limites d'ensemble dans les espaces abstraits» *Summa Brasil. Math.*, 1947, «Sobre uma integral imprópria» *An. Acad. Bras. Ci.*, 1941, contri-

buindo para um problema discutido por B. LEVI e B. GROSS e «Notion de proximité et espaces à structure sphéroidal» *Amer. J. Math.*, 1945.

São também no campo das funções reais os trabalhos de M. MATOS PEREIRO particularmente aqueles que dizem respeito a noção de «convexidade» nos quais põe em evidência a importância e aplicações desta noção dando, também, diferentes generalizações da mesma: «Convexidade das curvas» *Notas de Matemática*, N.º 6, 1948, «On the Existence of Derivatives of generalized convex Functions» *Summa Brasil. Math.*, 1948, «Generalized convex Functions and second order differential Inequalities» *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1949.

Outro representante da Escola do Rio é J. ABDELHAY com o seu trabalho sobre «Reticulados vectoriais» *Notas de Matemáticas*, N.º 3, 1948.

Um notável trabalho tem sido realizado por OMAR CATUNDA na Escola de S. Paulo no campo da Teoria das Funções e cálculo das variações: Sui sistemi di equazioni alle variazioni totali in più funzionali incogniti» *Atti della reale Accademia d'Italia*, 1941, «Sobre uma modificação da fórmula de CAUCHY» *Summa Brasil. Math.*, 1944.

C. DA SILVA DIAS tem desenvolvido trabalhos de investigações sobre a teoria das funções analíticas e sobre a teoria dos grupos e espaços topológicos: «Sobre el concepto de funcional analítico» *An. Acad. Bras. Ci.*, 1943, «Aplicaciones de la teoria de los funcionales analíticos al estudio de la solución de las ecuaciones diferenciales de orden infinito», *An. Acad. Bras. Ci.*, 1943. F. FURQUIM DE ALMEIDA tem trabalhado em análise algébrica e outros campos: «Sobre una fórmula de Cipolla» *Summa Brasil. Math.*, 1946.

NOTICIÁRIO

UNIVERSIDADE DO RECIFE

Mais um Amigo que a vida nos leva para longes terras.

O Dr. Manuel Augusto Zaluar Nunes foi contratado professor catedrático para a cadeira de *Geometria Analítica*, da Faculdade de Ciências e Letras, e para a cadeira de *Cálculo das Probabilidades — Teoria dos Erros — Aplicações* (curso do 2.º ano), da Faculdade de Engenharia, da Universidade do Recife.

A «G. M.» congratula-se pelo facto, na medida em que ele representa a justa consagração de um valor que à causa do desenvolvimento dos estudos da matemática tem dedicado o seu melhor esforço.

Esse esforço é bem patente no seu trabalho na «Ga-

zeta de Matemática», e na «*Portugaliae Mathematica*» o qual garantiu, quase desde o início, a continuidade destas publicações; trabalho ingrato, sem brilho, mas tão útil e necessário que, podemos mesmo dizer, sem ele, de há muito que quer a «*Gazeta*» quer a «*Portugaliae*», teriam deixado de se publicar.

A «*Gazeta*», sentindo bastante a falta do seu mais esforçado trabalhador conta, no entanto, com a sua necessária colaboração e espera que o seu exemplo seja estímulo que nos auxilie a vencer as dificuldades inevitáveis em publicações desta natureza. Só o seu afastamento de Portugal, que nos enche de tristeza, nos obriga a tomar a tarefa que o Dr. Manuel Zaluar conseguiu sempre levar a termo com animo que desejamos bem, não nos faleça a nós.

*
* * *

Outro Amigo e colaborador da Gazeta igualmente contrata-lo para professor catedrático das mesmas Faculdades da Universidade do Recife, é o Dr. Alfredo Pereira Gomes que, desde há anos, trabalhava em França como Attaché de Recherches du Centre National de la Recherche Scientifique.

Na Faculdade de Ciências e Letras vai reger a Cadeira de *Análise de Matemática I*, e na Faculdade de Engenharia a cadeira de *Cálculo Infinitesimal* (cadeira do 1.º ano).

A «G. M.», regosija-se com o facto que atesta suficientemente o valor do Dr. Pereira Gomes como investigador e professor, e deseja-lhe, no seu novo cargo, as maiores felicidades.

CONGRESSOS E CONCURSOS

Como foi resolvido no último congresso de Málaga de 1951, o próximo Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências celebrar-se-á de 27 de Setembro a 4 de Outubro do corrente ano na cidade de Oviedo. A Sociedade Portuguesa de Matemática enviou aos seus associados uma circular solicitando a apresentação de trabalhos para a participação na referida reunião.

M. Z.

A General Reinsurance Company Ltd. of Amsterdam, no sentido de dar incentivo ao estudo do Tratado de Resseguro conhecido por *Excess of Loss* estabeleceu uma competição onde serão concedidos prémios aos autores das três melhores contribuições ao problema da tarificação, sob o ponto de vista actuarial ou estatístico.

Para particularidades e condições poderão os interessados escrever para:

«General Reinsurance Company Ltd. — Competition Secretary — 388, Herengracht — Amsterdam-Holanda».

Em 1954 realiza-se em Madrid o XIV o Congresso Internacional dos Actuários. Segundo informação do Instituto dos Actuários Portugueses, damos a seguir indicação de alguns temas que ali poderão vir a ser discutidos:

a) Condições que devem concorrer num risco para se tornar segurável.

b) Sobre os problemas actuariaes do resseguro, em particular do que respeita ao Ramo Vida.

c) Sobre os meios de obter o equilíbrio financeiro do organismo segurador (privado, público, etc).

d) Inquérito documentário sobre o ensino actuarial nos diversos países representados no Comité Permanente dos Congressos Internacionais de Actuários.

ACTIVIDADES DO INSTITUTO DOS ACTUÁRIOS PORTUGUESES

Foi criado neste Instituto um Núcleo de Estudos de Cálculo das Probabilidades e Estatística Matemática que se propõe promover uma actualização de conhecimentos sobre alguns problemas fundamentais e estimular, na medida do possível, uma participação nacional na sua investigação. Adopta de começo como forma de actividade a exposição histórica e critica das contribuições fundamentais para o avanço dos problemas, seguida de troca de esclarecimentos e discussão.

Iniciou-se o estudo do problema das «Leis dos Grandes Números» com algumas exposições do Dr. Gustavo de Castro que se prolongarão. O Prof. Sebastião e Silva fez uma exposição sobre «Axiomáticas». Prevê-se o tratamento duma axiomática do Cálculo das Probabilidades e uma introdução ao estudo dos Processos Estocásticos, visando as aplicações actuariaes.

MANIAC

Um grupo de matemáticos e engenheiros electro-técnicos dirigidos por JOHN VON NEUMANN idealizou e construiu um cérebro electrónico, o *MANIAC* (Analizador matemático, integrador numérico e calculador), capaz de realizar em meia hora cálculos complicados que o seu antecessor ENIAC (Integrador e calculador numérico, electrónico), leva um dia a efectuar. Tem ainda a vantagem de um tamanho pequeno e peso reduzido. Foi construído pelo laboratório de Los Alamos, Universidade de Berkeley (Califórnia, U. S. A.).

INSTITUTO DE MATEMÁTICA DE S. PAULO

O professor CÂNDIDO LIMA DA SILVA DIAS, do Instituto da Engenharia de S. Paulo, projectou a criação de um Instituto de Matemáticas, a formação de uma biblioteca especializada, publicação de livros e revistas, contrato de especialistas estrangeiros, introdução de um regime de bolsas para estudantes e de investigadores «full-time». A ideia central é a de um instituto destinado exclusivamente à investigação matemática pura, de grande interesse para os investigadores de física, estatística, aerodinâmica e outros ramos de matemática aplicada. E salienta que já existem institutos similares, nomeadamente: Institut for Advanced Study, Princeton (U. S. A.); Colégio de França, Paris; Instituto de Alta Matemática, Roma; Instituto de Matemáticas, Rosário (Argentina).

CENTRO INTERNACIONAL DE CÁLCULO
MECÂNICO

No dia 6 de Dezembro fundaram as Nações Unidas, por iniciativa da Unesco, um Centro Internacional de Cálculo, cuja sede é em Roma.

Este Centro tem três funções principais: investigação, educação e serviço de consulta e cálculo.

Para isso criará e manterá um ou mais laboratórios de diferentes tipos de máquinas de calcular; dirigirá investigações relacionadas com a utilização e aperfeiçoamento dos meios de cálculo; fomentará a colaboração entre os institutos de cálculo de todo o mundo, coordenando os seus trabalhos e estimulando

as suas actividades; elaborará um programa de estudo, no plano internacional, de problemas de ciência pura vinculados com o cálculo; assegurará a publicação e distribuição dos resultados das suas investigações e a de outros trabalhos de carácter análogo; procurará formar especialistas; procurará assegurar o funcionamento de um serviço de consultas e instituirá e manterá um serviço de cálculo.

NOTA—As últimas três notícias foram transcritas da «Revista de la Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas», Vol. 3, N.º 1, Janeiro de 1953—HABANA. (R. L. G.)

MATEMÁTICAS ELEMENTARES

PONTOS DE EXAME DO 3.º CICLO DO ENSINO LICEAL E DE EXAMES DE APTIDÃO ÀS ESCOLAS SUPERIORES

Ensino Liceal—Ano de 1952—Exame do 3.º ciclo—
Prova escrita de Matemática—2.ª época.

ATENÇÃO—Se não souber resolver qualquer alínea duma questão, não deixe de tentar as seguintes. A resposta a cada uma delas não depende das anteriores.

As respostas só são válidas com as respectivas justificações.

3611—Dados os pontos $A(4, -1)$ e $B(2, -5)$ determine: a) A equação da recta que passa por A e é perpendicular a AB .

b) A equação da circunferência cujo diâmetro é o segmento AB definido pelos dois pontos dados.

R: A equação da recta AB é dada pela equação $(y+1):(-1+5)=(x-4):(4-2)$ ou seja $y=2x-9$; a recta que lhe é perpendicular e passa pelo ponto A será $y+1=-1/2(x-4)$.

b) O centro da circunferência tem de coordenadas $x=(4+2):2=3$ e $y=(-1-5):2=-3$. O raio da circunferência é dado por $r=1/2\sqrt{(4-2)^2+(-1+5)^2}=1/2\sqrt{4+16}=\sqrt{5}$. A equação pedida é por isso $(y+3)^2+(x-3)^2=5$.

3612—Determine R de modo que o polinómio $P(x)=2x^4+6x^3-2kx+3k$ admita a raiz $x=-2$.

R: Para isso deverá ser $2 \times 16 - 6 \times 8 + 4k + 3k = 0$ ou $7k - 16 = 0$ e $k = 16/7$.

3613—Considere a equação $(2c-1)x^2-2(c+1)x+1=0$ em que c é um parâmetro real. a) Justifique que, para qualquer valor de c , as raízes da

equação são reais e diferentes. b) Determine c de modo que o número -1 fique compreendido no intervalo das raízes da mesma equação.

R: a) Como $\Delta=(c+1)^2-(2c-1)=c^2+2$ é sempre positivo as raízes da equação são reais e diferentes para qualquer valor de c . Note-se no entanto que para o valor $c=1/2$ a equação não é do 2.º grau, mas sucede que quando c tende para $1/2$, uma das raízes tende para ∞ e a outra para $1/3$.

b) Quando o coeficiente de x^2 é positivo, isto é, quando $c > 1/2$ o trinómio tomará para $x=-1$ o sinal contrário ao do coeficiente de x^2 , isto é, deverá ser negativo, quer dizer $(2c-1)+2(c+1)+1 < 0$ ou seja $4c+2 < 0$ ou $c < -1/2$, incompatível com $c > 1/2$. Quando for $c < 1/2$ deverá ser $c > -1/2$; isto é, deve ser $-1/2 < c < 1/2$.

3614—Dois números, cada um dos quais menores que 100, tem respectivamente oito e doze divisores. Determine esses números sabendo que o seu m. d. c. é 20.

R: Como m. d. c. é $20=2^2 \cdot 5$, dois e cinco são os factores primos comuns aos dois números. Assim $a=2^m \cdot 5^p$ e $b=2^r \cdot 5^q$ onde r e m são iguais ou maiores que dois. Tendo a oito divisores, e por ser $8=2 \cdot 2 \cdot 2=4 \cdot 2$, vê-se facilmente que 1º) a só tem dois factores primos portanto 2 e 5; 2º) que o expoente de 5 não pode ser 3 por ser $a < 100$, logo $a=2^3 \cdot 5=40$.