

I — Différence entre la logique et les mathématiques

II — Les Mathématiques et la Réalité (*)

par Luiz Freire

La Logique est la forme pure ou vide des théories, sans laquelle il ne peut y avoir de science.

Elle donne à la science sa structure et son sens organique.

Cette forme-là reçoit le contenu réel ou objectif — directement ou indirectement réel — spécifique de chaque science, et ils s'ajustent d'autant plus que le degré de progrès de la science respective est avancé.

Dans un certain sens on peut dire avec HUSSERL : la Logique est une théorie de la science.

C'est vrai comme théorie structurelle mais pas comme explication des faits mêmes.

La forme, c'est une chose, et le contenu ou substance, en est une autre.

C'est par leur contenu que les sciences se différencient de la logique et même se différencient l'une de l'autre.

Dans les mathématiques ce contenu est très riche et en apparence très diversifié.

Le progrès incessant des mathématiques a conduit à des réductions de branches irréductibles en apparence.

A la fin celles-ci sont apparues comme équivalentes et échangeables.

C'est cela qui a fait écrire à M. BENNO ECKMANN devant la difficulté de séparer l'origine algébrique (discontinue) de l'origine topologique (continue) d'une propriété : «malgré les apparences, on est loin d'avoir séparé effectivement le schéma du continu de celui du discontinu sous leur forme de structure topologique ou algébrique. Si différentes qu'elles soient, elles peuvent se remplacer mutuellement dans une si large mesure qu'on est presque tenté d'y voir deux manifestations d'une seule chose que je ne saurais guère préciser» (*Continu et Discontinu*, texte d'une communication faite en octobre 1949 au Congrès international de Philosophie des Sciences de Paris, paraissant également dans les «Études de Philosophie des Sciences» en hommage à FERDINAND GONSETH à l'occasion de son soixantième anniversaire).

Et encore : «on constate simplement que deux structures, deux schémas mathématiques, d'origine et de nature entièrement différentes, peuvent apparaître comme équivalentes et échangeables une fois superposées.

Ce n'est pas la première fois que les mathématiques font preuve d'une telle harmonie et d'une telle stabilité impressionnantes, qui dépassent en somme les intentions du formalisme; je me contenterai d'y voir une expression de l'esprit mathématique qui, dans ses innombrables nuances, reconstruit toujours l'unité des mathématiques».

J'ai choisi un exemple relatif à la topologie parce que l'on considère la topologie comme une branche indépendante des sciences mathématiques.

A ceux qui aiment les études de philosophie naturelle, l'expression employée par FOURIER : «l'objet de l'Analyse est un élément préexistant de l'ordre universel», est très chère.

Ils croient en une espèce d'«harmonie préétablie» qui «éclaire la route du géomètre».

Je crois davantage en une harmonie établie que préétablie.

Je n'appartiens pas à l'école des logiciens qui veulent une mathématique construite sur des principes absolument logiques, dépourvus de tout résidu intuitif, cherchés dans une logique préexistante, aprioristique, qu'il ne m'a pas encore été possible d'atteindre.

Si nous adoptions l'hypothèse même qu'il eût été possible de donner à notre organisation une autonomie par rapport à tout ce qui la conditionne, intrinsèquement et extrinsèquement, et pourtant de rendre faisable la construction de cette mathématique avec laquelle rêvent les logiciens, ce ne serait pas la mathématique que nous avons jusqu'à maintenant appliquée aux sciences de la nature.

Cette dernière que nous étudions et appliquons, nous présente ses notions fondamentales «non comme des synthèses de données abstraites, mais comme des abstractions dégagées d'une intuition», intuition qui, d'ailleurs, «n'est pas le simple résultat de la sensation, elle est l'acte intelligible qui transforme la sensation en perception ou en conception. C'est l'appréhension de l'être par l'intelligence dans ce qu'elle a d'immédiat. Le raisonnement rend explicite son intel-

(*) Pontos de vista defendidos por ocasião da «Discussão Geral sobre a Lógica e a Matemática no Congresso de Lógica Matemática de Paris — Agosto de 1952.

