mediante a transformação $\xi = e^{iz}$, e é portanto convergente sempre que $|r| < 1$ e $z \neq 0$.

Nestas condições, fixado um r, a série de LAURENT converge sempre que

$$a \leqslant |\xi| \leqslant b$$

(dependendo a e b do valor atribuído a r). Como $|\xi| = e^{-y}$, a série proposta é convergente desde que

$$\log a \leqslant -y \leqslant \log b$$

isto é, numa faixa do plano dos z, contida entre duas rectas paralelas ao eixo real.

J. G. Teixeira

3441 — Apresentou solução correcta que damos a seguir, o Sr. J. Vinhas Novais.

Uma homografia que conserve a recta do infinito no plano $x0y$ é uma afinidade.

As equações da transformação afim são

$$\begin{aligned} x &= a_1 x' + a_2 y' + a_3 \\ y &= b_1 x' + b_2 y' + b_3 \end{aligned} \qquad \text{com} \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = J \neq 0$$

e $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ constantes.

Representando por ξ e η as coordenadas do centro de gravidade da área S e por ξ' e η' as do centro gravidade da área S', temos

$$\xi = \frac{\int_S x\,dx\,dy}{\int_S dx\,dy} \qquad \xi' = \frac{\int_{S'} x'\,dx'\,dy'}{\int_{S'} dx'\,dy'}$$

e expressões análogas para η e η'.

Pretendemos demonstrar que

$$\begin{aligned} \xi &= a_1 \xi' + a_2 \eta' + a_3 \\ \eta &= b_1 \xi' + b_1 \eta' + b_3 \end{aligned}$$

Vamos demonstrar para a coordenada ξ:

$$\xi = \frac{\int_S x\,dx\,dy}{\int_S dx\,dy} = \frac{\int_{S'} (a_1 x' + a_2 y' + a_3)\,J\,dx'\,dy'}{\int_{S'} J\,dx'\,dy'} =$$

$$= \frac{\int_{S'} (a_1 x' + a_2 y' + a_3)\,dx'\,dy'}{\int_{S'} dx'\,dy'} =$$

$$= \frac{a_1 \int_{S'} x'\,dx'\,dy' + a_2 \int_{S'} y'\,dx'\,dy' + a_3 \int_{S'} dx'\,dy'}{\int_{S'} dx'\,dx'} =$$

$$= a_1 \xi' + a_2 \eta' + a_3 .$$

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

95 — CURRY, HASKELL B. — **Leçons de Logique Algébrique,** Gauthier-Villars, Paris, 1952.

A Universidade de Lovaina convidou, em 1951, o Professor HASKELL CURRY a fazer um curso sobre Lógica da Matemática.

As lições do Professor CURRY foram editadas em volume pela Livraria Gauthier Villars em 1952, com o título *Leçons de logique algébrique.*

Também há anos, em 1942, a convite da Universidade de S. Paulo, o Professor W. QUINE fez um curso de Lógica da Matemática e as suas lições foram reunidas em volume, editado pela Livraria Martins (S Paulo), com o título *O Sentido da nova lógica.*

É assim que procedem os países que desejam eliminar ràpidamente o seu desfasamento num dado ramo da ciência.

Quando será que uma universidade portuguesa, ou o Instituto para a Alta Cultura, se resolverá a convidar um destes dois eminentes professores, ou outro de igual categoria, a fazer, em Portugal, um curso de lógica da Matemática no intuito de eliminar o nosso desfasamento (digo desfasamento por eufemismo) neste importantíssimo ramo da ciência?

Se se reconhece que em Portugal os estudos sobre Lógica da Matemática são incipientes e que se torna necessário iniciá-los com rapidez e vigor, julgo que o único processo será convidar um professor da categoria dos eminentes professores que citei para reger um curso frequentado pelas pessoas que se devem interessar pelo assunto, como sejam os assistentes de matemática e filosofia das escolas superiores e os professores de matemática e filosofia dos liceus. É uma sugestão que infelizmente eu sei que não será aproveitada.

Algumas conferências realizadas no nosso país sobre Lógica da Matemática não eliminam as nossas deficiências. Numa conferência, a assistência está separada do conferente pela sua passividade de ouvinte, ao passo que num curso os alunos estão em contacto com o professor por meio do trabalho que lhes é distribuído, pelas dúvidas que surgem e troca de impressões que daí resulta.

Enquanto que as conferências seriam de resultado muito precário ou nulo, o curso seria uma sementeira de ideias e de métodos de trabalho o que produziria necessàriamente os seus frutos.

As belezas naturais do nosso país e a benignidade do seu clima talvez contribuissem para que um desses nomes de categoria internacional na Lógica da Matemática se resolvesse a aceitar o convite de uma das nossas universidades ou do Instituto para a Alta Cultura e, numa estadia de seis ou sete meses, fazer a sementeira de ideias e de métodos de trabalho de que temos tanta carência.

Voltemos às *Leçons de logique algébrique* do eminente Curry.

O volume é constituído pelo seguintes capítulos: Os sistemas formais (capítulo I); As álgebras lógicas (capítulo II); As estruturas (Lattices) (capítulo III); A teoria da implicação (capítulo IV); A negação (capítulo V); e as álgebras mais complicadas (capítulo VI).

O volume contém ainda um apêndice, referente às notações usadas em Lógica da Matemática e termina por uma lista bibliográfica de tratados e artigos de revistas ([1]) que parece ser exaustiva.

Curry estabelece um conceito muito geral de sistema formal e, pela introdução sucessiva de postulados, submete as estruturas (lattices), a teoria da implicação e a da negação a esse conceito geral, simplificando e generalizando os processos da álgebra da lógica.

O conceito de sistema formal proposto por Curry é tão geral e fecundo que «on peut adopter la notion de système formel comme idée centrale de la mathématique. La mathématique peut être définie comme la science des systèmes formels.

La logique mathématique est donc l'étude de ces systèmes formels qui ont vis-à-vis de la logique philosofique le même rapport que la géométrie vis-à-vis de l'espace» ([2]).

O Professor Curry é autor de uma obra vasta e que é constantemente citada por todos os tratadistas da Lógica Moderna e *Leçons de logique algébrique* é outra das suas obras que tem de ser estudada por todos aqueles que se interessem por este ramo da ciência.

Para principiantes destes estudos, como eu sou, alguns capítulos de *Leçons de logique algébrique* são de leitura difícil, mas todo o esforço feito no sentido de penetrar no pensamento generalizador do eminente Curry é bem compensado pelos novos horizontes que são abertos.

Eu permito-me aconselhar a leitura de *Leçons de logique algébrique* aos professores de filosofia e de matemática dos liceus.

Maria Teodora Alves

([1]) Os tratados e artigos de revistas que pretendi consultar, infelizmente, não existem nas bibliotecas portuguesas em que os procurei.

([2]) *Leçons de logique algébrique*, p. 27.

96 — FORDER, H. G. — **Geometry** — Hutchinson's University Library, n.º 19, London, 1950.

Conhecíamos já na mesma colecção o maravilhoso livro do Prof. Littlewood intitulado *The skeleton key of Mathematics*. O livro do Prof. Forder não se lê com menos interesse e encanto e não podemos deixar de admirar a arte com que são tratados e apresentados sob forma moderna alguns dos principais ramos da Geometria. Não se trata evidentemente duma exposição didáctica para principiantes ou de divulgação; apesar de se darem vistas de conjunto e se omitir um grande número de demonstrações não se descura o rigor dos conceitos apresentados sob um ponto de vista rigoroso e moderno (cf., por exemplo, os primeiros números do Cap. IV e o Cap. VI).

A obra em questão compreende onze capítulos. Os três primeiros tratam de Geometria Elementar e de Geometria Analítica Plana necessàriamente por forma, por vezes, muito sucinta. No 4.º capítulo, a Geometria Projectiva Plana é desenvolvida a partir dum sistema de axiomas e apresentados alguns dos seus teoremas fundamentais. Prepara-se assim o tratamento adoptado nos capítulos seguintes: Geometria Não-Euclideana e a estrutura lógica das geometrias. O Cap. VII compreende elementos de geometria analítica no espaço ordinário. O Cap. VIII trata da geometria diferencial das curvas e das superfícies dedicando-se uma maior atenção às linhas notáveis das superfícies e aos pontos notáveis bem como às superfícies de curvatura constante e mínimas. Os três últimos de leitura mais difícil e tratados bastante ràpidamente abrangem as curvas algébricas planas, a geometria em espaços euclideanos n-dimensionais e em espaços mais gerais. Uma pequena bibliografia e um índice analítico terminam o volume.

Manuel Zaluar

97 — THÉBAULT, Victor — **Les Récréations Mathématiques** — Gauthier-Villars — Paris-1952.

Trata, este livro de Recreações Matemáticas, exclusivamente de propriedades dos números e o autor dá-lhe mesmo como sub-título «Parmi les nombres curieux». É um trabalho que requere uma paciência de «beneditino», mas que, pelo imprevisto de certos resultados, deve compensar suficientemente o investigador. Muitas destas propriedades têm para o leigo um carácter rebarbativo por, aparentemente, serem *casos* acidentais não obedecendo a nenhuma lei geral, no entanto o estudo teórico delas abre, por vezes, novos horizontes a certas questões da teoria dos números. É o caso das propriedades dos números primos em progressão aritmética de que pouco se conhece e parece ser um campo rico em propriedades. O livro é constituído por problemas, alguns revistos, publicados pelo autor em diversas revistas, em especial na *Mathesis*. Constitue um repositório de propriedades de certos números, de que alguns títulos de parágrafos podem dar ideia:

Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 tomados uma só vez.

Quadrados e cubos notáveis.

Através dos diferentes sistemas de númeração.

Sobre os quadrados das formas *aabb*, *abba*, *abab*.

Sobre os números que terminam quadrados.

Sobre as sucessões infinitas de potências de inteiros.

Sobre os números de Pitágoras.

Nota sobre a equação de Peel-Fermat.

Contém ainda o livro tabelas dos quadrados dos números inteiros de 1 a 1000 nos sistemas de numeração de base B = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 e 12.

O livro é, portanto, e para muitos cheio de curiosidades.

J. S. Paulo

98 — REY PASTOR, PI CALLEJA y TREJO, C. A. — **Analisis Matemático** — Editorial Kapelusz — Buenos Aires, 1952.

É bem conhecido o labor de investigador e publicista do matemático espanhol Prof. REY PASTOR. A vizinha Espanha tem a felicidade de o possuir e a sua influência nos estudos matemáticos e na literatura pedagógica espanhola, pelo seu exemplo e pela actividade dispendida em revistas, livros e no professorado, faz-se sentir há boas dezenas de anos. Os seus livros pedagógicos, em especial, influenciaram decididamente os estudos matemáticos em todo o mundo espanhol. Mas apesar do seu valor, que não perderam ainda, o movimento renovador que atravessa toda a Matemática, a *maneira nova* pela qual a Matemática se está reorganizando aceleradamente, criou a necessidade, no dizer do próprio Prof. REY PASTOR, da publicação de livros que tenham em conta esses novos rumos.

O Prof. REY PASTOR foi assim levado a organizar, de colaboração com os professores argentinos da Universidade de La Plata, PEDRO PI CALLEJA e CÉSAR A. TREJO, e com base no seu conhecido livro *Elementos de Analisis Algebraico*, um quase totalmento novo tratado, de que este livro em referência é o volume I, e onde se encontra tudo o que *há de bom no clássico e no novissimo*. Não poderíamos melhor definir o que é o livro do que servirmo-nos das palavras de REY PASTOR, na introdução, quando presta homenagem aos seus colaboradores e ao seu extraordinário esforço. O livro é *ao mesmo tempo introdução, texto e enciclopédia*.

Conseguiram os autores o fim que se propuseram: fazer um livro que servisse de base a cursos formativos de iniciação universitária e preparatório de estudos superiores, fornecendo, com o rigor necessário e exaustivamente, os elementos para o estudo das diversas questões de Álgebra que apresentam. Esse estudo é feito tendo em conta, mesmo quando se trata de teorias elementares, a evolução da matemática nos últimos anos, mas a introdução de novos conceitos é sempre precedida duma *exemplificação concreta e familiar*, de modo a não pedir ao aluno abruptamente um esforço para o qual se requer sempre tempo e adaptação.

Não se julgue no entanto que os métodos clássicos são abandonados, pelo contrário, eles são ainda bem usados mas pondo em evidência, sempre, as influências com que os marcou cada época. Não é por isso um livro de *Álgebra Moderna*, no sentido que ùltimamente se dá a esta expressão, mas é sem dúvida um livro de Álgebra onde as teorias modernas são tidas na devida conta em especial na construção de uma teoria com todo o seu rigor lógico, aproveitando do formalismo todas as suas vantagens de economia do esforço e de aprofundamento do conhecimento das questões nas suas bases. É mesmo, e por isso dos livros de Álgebra, de que ùltimamente temos conhecimento, aquele que melhor serve como livro de consulta sobre todas as questões fundamentais da Álgebra.

Um resumo do índice dará ideia dos assuntos versados:

Fundamentação dos números racionais.
O número real e o complexo.
Combinatória. Álgebra linear (determinantes e matrizes).
Algoritmo Algébrico (Polinómios).
Limite aritmético.
As funções reais e a continuidade.
As funções transcendentes elementares.
Funções deriváveis.
Teoremas do valor médio e consequências.
Fórmula de Taylor. Equações Algébricas.
Séries de potências.
Interpolação e diferenças finitas.
A área e a Integração.
Cálculo de primitivas e aplicações.
Aplicações geométricas e físicas.
Integração aproximada.

No fim de cada capítulo além de muitos e bem escolhidos problemas, é dada uma bibliografia seleccionada onde o estudo de cada assunto pode ser aprofundado.

As notas finais de cada capítulo versando casos de que no texto se aflorou o estudo, ou a que simplesmente se fez referência, tornam o livro de facto uma enciclopédia.

É um livro que aconselhamos vivamente.

J. S. Paulo