BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

93 — HASSE, HELMUT und KLOBE, WALTER — **Aufgabensammlung zur höheren Algebra**, zweite, verbesserte und vermehrte Auflage; Sammlung Göschen, Band 1082, Walter de Gruyter & C.°, Berlin, 1952.

Esta 2.ª edição «melhorada e aumentada» é a do livro companheiro de *Höheren Algebra*, I e II, do 1.° autor, revisto no Boletim Bibliográfico da *Gazeta de Matemática* n.° 49 — uma revisão que inclui comentários de natureza geral que se aplicam também ao presente volume.

As diferenças que notamos ao comparar com a edição anterior não são muito sensíveis: alguns exercícios foram substituidos, algumas indicações para os resolver foram substituidas ou melhoradas, e acrescentaram-se duas páginas de um útil índice de nomes e de assuntos.

Para os que não conhecem este livrinho de algibeira de exercícios (não de exercícios de algibeira!) mencionamos que contem umas seis centenas de questões ordenadas tal como as correspondentes ideias dos dois volumes de texto, cada uma delas imediatamente seguida de indicações para a solução. Trata-se de verdadeiros exercícios; trata-se de dar ao estudioso, e de uma maneira organizada, oportunidades bastantes para que ele possa, por si próprio, esclarecer, controlar, completar as ideias, os resultados e as estruturas das teorias que encontra na leitura do texto, para que ele participe de uma maneira activa, esforçada, eficaz, na formação da sua cultura matemática; e aprenda como aprender.

Mas o que é especialmente notável nesta obra é o número das questões e é o nivel delas, sobretudo das que se referem aos últimos capítulos do texto: excedem nitidamente o que encontramos nos textos mais modernos (e em certo sentido mais completos) de Álgebra. Por isto é uma obra preciosa não só para os leitores de *Höhere Algebra*; e é, provàvelmente, indispensável a uma preparação bem orientada de qualquer algebrista. O seu uso nas nossas Universidades, a sua divulgação entre os nossos estudantes de Matemática afiguram-se-nos altamente recomendáveis. Acreditemos que ao nosso país faltam uma estrutura económica e social, um desenvolvimento técnico que, de uma maneira natural, suportem e fomentem as Ciências puras e o ensino no nível que atingem em obras como esta de colecções estrangeiras tão acessíveis como a colecção Göschen; mas não esqueçamos, nem por um momento, que os nossos jovens devem, como todos os outros, ter o direito, inalienável, a oportunidades de acesso às Ciências puras no seu mais alto nível.

Hugo Ribeiro (Univ. of Nebraska, U. S. A.)

94 — CASTRO, F. M. DE OLIVEIRA — **Ondas em Linhas de Transmissão** — Rio de Janeiro, 1949.

Se bem que os problemas que conduzem a equações às derivadas parciais possam ser consideradas como extensão de problemas que conduzem a equações diferenciais ordinárias, a teoria geral das primeiras equações não se apresenta como uma generalização da teoria geral das segundas. Há uma diferença fundamental entre as duas teorias.

Assim, por exemplo, dentro das conhecidas condições de existência (Cauchy-Lipschitz), uma equação diferencial ordinária de ordem n possue um integral que assume, com as suas $(n-1)$ primeiras derivadas, valores dados para um dado valor da variável.

Não há teorema análogo para as equações às derivadas parciais, e se apenas considerarmos as equações de 2.ª ordem, por exemplo

$$R\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2S\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}+T\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+U=O,$$

$$R, S, T, U\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right),$$

as propriedades da equação e do respectivo integral dependem da circunstância de o discriminante $\Delta = S^2 - RT$ ser negativo (equação do tipo elíptico), nulo (parabólico) ou positivo (hiperbólico).

Para a determinação (quando possível) do integral relativo a um domínio, de uma equação do tipo elíptico, basta conhecer os valores da função a determinar sobre o contorno desse domínio (Problema de Dirichlet); para uma equação do tipo hiperbólico, o conhecimento do integral $z(x, y)$ e das respectivas derivadas parciais $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ ao longo dum arco rectificável (método de Riemann); se a equação é do tipo parabólico, basta conhecer o integral sobre um determinado arco de curva.

Os integrais das equações do tipo elíptico são determinados em relação a um domínio dado; a existência dos integrais das equações dos tipos hiperbólico ou parabólico é assegurada apenas localmente, na vizinhança do arco sobre o qual se fixam os dados.

Assim, a determinação do estado de equilíbrio dum contínuo bi-dimensional conduz-nos a uma equação do tipo elíptico; se o contínuo é uni-dimensional e o meio é dotado de inércia a equação respectiva é do tipo hiperbólico; se o meio é desprovido de inércia, a equação é do tipo parabólico.

Na «Dissertação apresentada à Congregação de Escola Nacional de Engenharia da Universidade do Brasil» — *Ondas em Linhas de Transmissão* — o A. pretende fundamentalmente «tornar mais conhecidos alguns resultados obtidos em 1930 por A. Korn, sobre a aplicação do método de Riemann, ao estudo da propagação de ondas em linhas de transmissão».

Partindo de uma interpretação elementar das leis da circulação do vector campo eléctrico, e da conservação da carga eléctrica, estabelece o A. o sistema de equações diferenciais que conduz à equação dos telegrafistas.

Esta equação pode ser do tipo hiperbólico — se o circuito tem indução e capacidade —, ou parabólico — caso sejam nulas, ou a indução ou a capacidade.

O A. em eguida aplica à equação de propagação por ondas amortecidas a fórmula generalizada de Green, extendida por Hadamard à equação geral do tipo hiperbólico — fórmula essa que representa, na integração das equações lineares de movimentos ondulatórios unidimensionais, o mesmo papel que a fórmula de Green na integração da equação de Laplace.

Antes de enunciar e estudar o Problema de Korn, refere-se ainda à função de Riemann que desempenha na integração da equação de ondas amortecidas papel semelhante ao da função de Green na integração da equação de Laplace.

O Problema de Korn, enuncia-se: Determinar a solução regular da equação geral dos telegrafistas no quadrante $x>0$, $t>0$ com as condições $V(x,0)=0$, $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_{t=0}=0$ para $x\geqslant 0$ e $V(0,t)=F(t)$ para $t>0$.

Para a sua resolução segue-se de perto o método de Riemann-Volterra, aplicação do método das imagens de Thompson na resolução de problemas de Física Matemática com certas condições limites.

Nesta exposição, clara e bem ordenada, encontrarão os engenheiros electrotécnicos exemplo de como o estudo teórico das equações às derivadas parciais tem interesse fundamental em problemas de técnica.

É pena que a mesma exposição não seja mais ilustrada com considerações de ordem física e técnica, o que permitiria uma melhor compreensão de outros fenómenos, não abrangidos alíás no objectivo deste trabalho, como os de absorpção nas vizinhanças de superfícies de separação de meios tridimensionais.

José Gaspar Teixeira

Nos próximos números *Gazeta de Matemática* publicará:

Matemática Pura e Matemática Aplicada, por A. Pereira Gomes

Forjar Matemática para Engenheiros, por T. von Kármán

Sobre um teorema de Kakeya, por F. R. Dias Agudo

Problèmes de dépouillements — V, por Pierre Dufresne

além das habituais secções, Pedagogia, Movimento Científico, Antologia, Problemas, Boletim Bibliográfico, pontos dos exames de aptidão às Escolas Superiores e dos exames de frequência e finais de Matemáticas Gerais, Cálculo Infinitesimal, Mecânica Racional, etc.