3433 — a) Princípio de Hamilton da mecânica einsteineana; b) Verifique que as transformações especiais de Lorentz formam um grupo.

3434 — a) Classifique os movimentos dum fluido perfeito; b) Num movimento irrotacional, que propriedade deve ter o potencial das velocidades para que a velocicade seja um rotor?

Quais as consequências? R: *Se for* $v = \operatorname{grad} \varphi = \operatorname{rot} \alpha$ *será* $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \operatorname{lap} \varphi = \operatorname{div} \operatorname{rot} \alpha = 0$. φ *e função harmónica.*

3435 — Seja $L(q_1, q_2, \cdots q_n, z_1, z_2, \cdots z_n, t)$ uma função qualquer dos seus argumentos, admitindo derivadas. E seja $\varphi = L + \sum_1^n \frac{\partial L}{\partial z_h}(q'_h - z_h)$.

Verifique que as equações de estacionaridade do integral 1) $\int_{t_0}^{t_1} \varphi \, dt$ se reduzem às equações de Lagrange da função L, com $z_h = q'_h$. R: *As equações de estacionaridade de* 1) *são*

$$\text{a)} \qquad \frac{\partial L}{\partial q_i} + \sum \frac{\partial^2 L}{\partial z_h \partial q_i}(q'_h - z_h) - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial z_i} = 0$$

$$\text{b)} \qquad \frac{\partial L}{\partial z_i} + \sum \frac{\partial^2 L}{\partial z_h \partial z_i}(q'_h - z_h) - \frac{\partial L}{\partial z_i} = 0;$$

para $z_h = q'_h$ a) *reduz-se ao sistema de* Lagrange *e* b) *verifica-se identicamente.*

Soluções dos n.os 3429 a 3435 de J. Gaspar Teixeira

PROBLEMAS

No n.º 49, a Redacção da G. M. anunciou abrir, a partir do presente n.º, duas secções permanentes:

1 — Inquérito aos Leitores.

2 — Concurso de Problemas.

E, desde então, se pedia a todos os Leitores o auxílio de comunicarem à Redacção as suas impressões sobre a orientação actual e futuros melhoramentos a introduzir na nossa Revista — que essas impressões venham sob todas as formas, oral ou escrita, de todos os lados, Continente, Ilhas, Ultramar ou Estrangeiro, e de todos os sectores matemáticos, principiantes, alunos de cursos médios e superiores e professores de Matemática.

Particularmente se dizia: «Mais do que nunca se torna necessário que esses professores apontem qual o caminho a seguir, quais as modificações a fazer na nossa Revista».

Em resposta a este esboço de inquérito, a Redacção recebeu até a data da composição do presente n.º a opinião de dois leitores: JMF de Lisboa e LM dos Açores.

Este facto levanta um novo problema à orientação da *Gazeta*: o do esclarecimento perante os Leitores dos objectivos da Revista:

1 — A G. M. não tem quaisquer intuitos lucrativos; os anúncios não são pagos, os autores dos artigos publicados não recebem um «centavo», quase todos os colaboradores pagam as respectivas assinaturas.

2 — A G. M. «pretende ser um instrumento de trabalho e um guia» para todos os estudiosos de Matemática. Este facto exige uma perfeita e íntima colaboração entre os seus Leitores e Redactores, por forma que estes possam, efectivamente, imprimir a mais útil orientação. Em resumo: A G. M. vive exclusivamente dos seus Leitores e para os seus Leitores; *é necessário pois que sejam estes,* através da Redacção, *os verdadeiros orientadores da Revista.*

E este, na realidade, o problema fundamental da G. M.: resolvido, estarão implicitamente solucionados os restantes, incluindo o da grave situação financeira.

A Redacção agradece reconhecida as duas cartas recebidas em resposta ao inquérito iniciado e *pede insistentemente* a atenção dos Leitores para a necessidade do desenvolvimento do mesmo inquérito.

Serão apresentados à apreciação dos leitores resumos das sugestões recebidas.

Inicia-se no presente n.º o Concurso de Problemas anunciado no n.º 49, cujo regulamento é o seguinte:

Regulamento do Concurso de Problemas

1 — É aberto um concurso, entre os leitores da G. M., de problemas propostos pela Redacção, dividido em 3 secções: *a)* Elementar, *b)* Média e *c)* Superior.

2 — Cada solucionista poderá concorrer a uma ou a todas as secções.

3 — O Concurso, em cada secção, consistirá na resolução de seis problemas publicados em números sucessivos da G. M., dois em cada número.

4 — As soluções devem ser apresentadas até ao fim do trimestre a que respeita o número da G. M. em que saíram os problemas, afim de serem publicadas as melhores no mais próximo número em que for possível (em geral no segundo número posterior à publicação do problema).

5 — As soluções deverão ser apresentadas em folhas

soltas e escritas de um só lado e cada folha só conterá um problema, e indicará o nome do solucionista.

a) Os símbolos deverão ser escritos à mão.

b) Os desenhos deverão ser apresentados em folhas separadas e cobertos a tinta da China, com indicação do problema a que se referem e o nome do autor da solução.

6 — Serão atribuídos os seguintes prémios ao melhor solucionista que, em cada secção apresentar um mínimo de 5 soluções certas:

Secção elementar — 1 assinatura dum ano da G. M. e 1 exemplar dos *Conceitos Fundamentais de Matemática* por Bento de Jesus Caraça.

Secção média — 1 exemplar do Vol 1, fascs. 1 e 2 da *Álgebra Moderna* por L. van der Waerden e 1 exemplar do Vol. I do *Boletim da S. P. M.*

Secção superior — um exemplar do *Integral de Riemann* por Ruy Luís Gomes e 1 exemplar do último volume publicado da *Portugaliae Mathematica*.

Problemas propostos

Secção Elementar:

3436 — Existe um só triângulo em que os três lados e uma altura são números inteiros consecutivos. Determine um tal triângulo.

3437 — Mostrar que não há base de sistema de numeração na qual um número de três algarismos iguais seja o cubo desse algarismo, isto é, $\overline{aaa}=a^3$.

Secção Média:

3438 — Demonstrar que $\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7}+\operatorname{sen}\frac{4\pi}{7}+\operatorname{sen}\frac{8\pi}{7}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

3439 — Determinar o lugar geométrico do centro de uma circunferência variável que passa por um ponto fixo e que corta uma recta fixa segundo um ângulo constante.

Secção Superior:

3440 — Determinar a região de convergência da série $1+r\cos z+r^2\cos 2z+\cdots$.

3441 — Mostrar que uma homografia que conserva a recta no infinito do plano $x0y$ (eixos cartesianos rectangulares) conserva ainda o centro de gravidade de toda a área homogénea S contida no mesmo plano $x0y$.

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

92 — LESPINARD, V. et PERNET, R. — **Arithmétique,** Classe de Mathématiques Elémentaires (et Technique), 2.ª éd., Lib. André Desvigne, Lyon.

Trata-se de um manual destinado a estudantes dos cursos preparatórios das Escolas Superiores.

Nesses cursos, os programas de Aritmética são sensìvelmente os mesmos, em Portugal e França, pelo que se torna útil a professores e estudantes portugueses o conhecimento de livros como este. Da sua leitura e do confronto consequente com os nossos livros congéneres devem resultar, em geral, alguns ensinamentos.

Embora, no prefácio, os Autores se refiram à simplicidade de uma construção axiomática da Aritmética e tudo pareça indicar que vão fazer uma exposição desse tipo, da leitura do livro conclui-se que é totalmente diferente a orientação seguida. Esta é a vulgarmente utilizada nos livros elementares de Aritmética; trata-se, no entanto, de uma exposição clara e, de forma geral, precisa (dentro do quadro utilizado).

Excepcionalmente, os autores dão um desenvolvimento pouco usual a um ou outro ponto (por ex., a divisão de números naturais) e renovam, num ou noutro capítulo, a exposição. De forma particular, referimo-nos à teoria da divisibilidade que é exposta, neste livro, com base no conceito de congruência. Tanto entre nós como em França, só há pouco, em *livros elementares*, começou a ser utilizado este processo.

Só excepcionalmente, também, aparecem aspectos grosseiros como o seguinte:

Definido produto de um número a por um número b como soma de b números iguais a a: $a\times b=a+a+{}+\cdots+a$ (b vezes) (1) concluem os autores que $a\times 0=0$ «porque no 2.º membro da igualdade (1) não figura nenhum número a».

Os exercícios propostos, embora pouco numerosos, constituem uma colectânea interessante quer pela variedade quer pelo nível (superior, em geral, ao encontrado nos nossos livros didáticos, mesmo em livros de exercícios). Só por isso valerá a pena ser consultado pelos nossos estudantes, embora conheçamos outros compêndios franceses da «Classe de Mathématiques», em que a extensão e variedade dos problemas propostos é incomparàvelmente maior (por ex., Arithmétique de Brachet et Dumarqué).

Laureano Barros