

dos axiomas e principais resultados da teoria abstrata, e para a sua aplicação às teorias matemáticas que aquela engloba. Por outro lado, poupar-se-lhe-ia a impressão de aridez que tantas vezes as exposições dogmáticas deixam no espírito do leitor não iniciado — e desconfiado da «utilidade» da matemática «mais abstrata» do que aquela que lhe é familiar... As vantagens duma larga generalização tornar-se-iam evidentes até aos mais cépticos em tal matéria. Estamos certos de que o autor não deixará de obviar a esta deficiência nos tomos que a este se seguirão.

Para terminar, um rápido resumo pode ser feito do conteúdo deste livro: aí se estudam, com pormenor variável mas sempre com notável clareza, diferentes

tipos de estruturas sobre um conjunto abstrato: *estruturas topológicas* (de espaço topológico), *algébricas* (de corpo, de espaço vectorial) e *mixtas* (de corpo topológico, de espaço vectorial topológico). Aesterespeito, esta publicação — continuando a linha dos Cadernos de Análise Geral lançados em Portugal pela Junta de Investigação Matemática, quando da passagem de A. Monteiro pelo Porto, em 1944 — subiu um importante degrau que a estas publicações não foi dado franquear, por razões que não importa agora analisar aqui. Por isso ainda, este trabalho é de recomendar a todos quantos naquelas publicações fizeram a sua iniciação no domínio da Análise Geral.

Alfredo Pereira Gomes (Bolseiro do C. N. R. S. — Paris)

## BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

**87 — GREEN, S. L. — Dynamics** — University Tutorial Press Ltd., London, 1948, 264 págs.

Em prefácio, o Autor destina o presente livro aos estudantes, candidatos ao «General Degree in Arts or Science», da Universidade de Londres ou «Degree in Engineering»; ou ainda aos estudantes do primeiro ano, candidatos ao título «Mathematical Honours».

Por um lado, verifica-se que estes candidatos possuem conhecimentos elementares de cálculo integral, com prática suficiente de integração das mais correntes equações diferenciais ordinárias. Por outro lado, não devem ainda ter adquirido os instrumentos de Análise como por exemplo o cálculo variacional, que lhes permitam atitude mais crítica e exame mais profundo dos problemas da mecânica racional.

Realmente, a ideia de explicar os fenómenos mecânicos dentro dum «princípio de economia» — atitude que começou a manifestar-se com Euler (1744) e Maupertuis, concretizando-se com Hamilton (1835), Gauss, Lipschitz, Hertz, etc. — não pode ser apresentada numa obra com o objectivo da presente. Nem as equações gerais do movimento, estabelecidas primeiramente por Lagrange (1760 e 1788), generalizadas ultimamente por Appell (1900), Maggi e M. Fernandes (*Portug. Math.*, vol. 2, 1941) entram no âmbito deste livro. Mesmo os simples teoremas gerais da dinâmica que nos permitem em muitos casos estabelecer os integrais primários das equações diferenciais do movimento, reduzindo assim o *problema analítico* ao *problema mecânico*, não aparecem sob forma sistematizada que caracterize um livro de dinâmica analítica.

Não compreendemos mesmo por que razão o Autor termina o Cap. I, destinado ao estudo dos vectores (16 págs.), com um parágrafo (2 págs.) intitulado Newtonian Dynamics. Neste começa por definir dinâmica, velocidade e aceleração dum ponto, quantidade de movimento (momentum) duma partícula material; apresenta as leis de Newton (3) como axiomática da mecânica; e termina por definir as unidades de comprimento, tempo, velocidade, aceleração, força nos sistema C. G. S. e britânico.

Este aglomerado de axiomas, conceitos e definições não nos parece justificável num livro que, nas restantes 250 págs., pretende ter um aspecto essencialmente prático. Com efeito, esses axiomas, conceitos e definições deveriam ser apresentados sob forma clara e acessível, mostrando a pessoas não iniciadas as próprias relações e independências. Só depois, com exemplos e aplicações, se deveria iniciar o estudo prático dos problemas abordados.

Os Caps. II e III são dedicados ao estudo do movimento rectilíneo do ponto. Com um mínimo de noções teóricas — de resto é o que acontece em todo o livro — o movimento rectilíneo é estudado sob a forma de vários exercícios resolvidos. No Cap. IV estabelecem-se nos diversos tipos de coordenadas (cartesianas, polares, intrínsecas) as equações do movimento plano. Seguidamente faz-se o estudo do movimento dos projecteis no vazio e em meio resistente. O pêndulo simples e o movimento dum ponto sobre a cicloide aparecem como casos particulares ou relacionados com o movimento sobre a circunfe-

rência. O estudo do movimento do ponto termina com um capítulo pormenorizado sobre forças centrais.

A teoria dos centros de gravidade e momentos de inércia antecede o estudo da dinâmica dos sistemas materiais. Só nesta altura se estabelecem os teoremas fundamentais da mecânica — conservação da quantidade de movimento, etc. — e a noção de impulsão.

Segue-se, como aplicação, o estudo do movimento plano sobre um plano, o movimento dum corpo com um eixo fixo, em particular o pêndulo composto, e o movimento plano dum sólido. O livro termina com dois capítulos onde são estudados vários exemplos de aplicação dos capítulos anteriores e um apêndice sobre o estudo geométrico elementar das cónicas.

Como já dissemos, os conceitos mecânicos surgem através dos problemas resolvidos. Por um lado, não julgamos este o melhor processo de ensinar uma disciplina: as noções vão aparecendo, subordinadas à necessidade duma «analogia da prática» e não à duma sequência lógica da teoria. Assim, por exemplo, o Cap. XI — Motion of a Rigid Lamina in its Plane — tratando apenas duma geometria de movimento, está intercalado entre o estudo dinâmico dum sistema material e o do movimento dum sólido com um eixo fixo, assuntos nitidamente mecânicos.

Por outro lado, os três capítulos mais ricos em ideias são os mais ilustrados por noções teóricas — Vectors, Centre of Masses and Coefficients of Inertia of a System of Particles, Motion of a System of Particles.

Além disso, o desenvolvimento do estudo dos momentos de inércia, com que concordamos, aliás, não é acompanhado nos capítulos onde se deveria aplicar. Aos teoremas fundamentais da mecânica não se dá a importância que realmente possuem, podendo mesmo parecer ao leitor desprevenido, que só se aplicam aos sistemas materiais. Ao próprio Princípio de d'Alembert não se dá o realce que merece, restringindo-se-lhe mesmo o significado.

Enfim, admitindo que o aspecto prático do livro se destina a melhor servir as técnicas — opinião que não compartilhamos — parece-nos que o Autor poderia ter escolhido exemplos mais frequentes nas próprias técnicas.

Em resumo: o estudante encontra neste livro elementos muito valiosos para a sua preparação prática em mecânica racional. Os conhecimentos são transmitidos através de 128 problemas bem escolhidos, como exemplos, e resolvidos com muita clareza; há além disso 336 problemas de aplicação, propostos e com as respectivas soluções.

É essencial, na verdade, encontrar-se a noção através da aplicação prática; mas não é suficiente a noção adquirida por meio duma atitude de espectador em face dum problema resolvido.

Temos, por acaso, presente o livro de Borel — «La Mécanique et la Gravitation Universelle». Destina-se a um público com o mesmo nível de conhecimentos de matemática; mas é rico e sugestivo nos conceitos e noções teóricas apresentados. É um pequeno «Cours de Mécanique» — simplesmente lhe falta... a prática do presente livro.

J. Gaspar Teixeira

88—MILLER, W. H. — The Symbolic Method of Vector Analysis — 3 sh, pag. 28.—GROVER, C. A. — Hyperbolic Functions — 4 sh, 40 pag. Classifax Publications.

Os livrinhos destinados a fornecer a técnicos noções científicas ficam, na maioria das vezes, muito longe dos objectos visados. Realmente, torna-se difícil apresentar em meia dúzia de páginas as bases e ideias que estruturam determinados conhecimentos. A colecção a que os presentes cadernos pertencem, pretende fornecer a um público não iniciado em matemáticas superiores, as noções de matemática fundamentais ao domínio da electrotecnia.

Julgamos que os presentes exemplares atingem plenamente os seus fins.

No primeiro, o Autor estuda a teoria elementar dos números complexos, relacionando-a com a álgebra vectorial e trigonometria plana.

Com estes conhecimentos, o técnico estará apto a resolver «praticamente» certas equações diferenciais relativas a circuitos eléctricos.

É bem conhecida a revolução feita no final do século passado em electrotecnia pelo eng. STEINMETZ: representando vectorialmente certas grandezas eléctricas, como a tensão, densidade de corrente, etc., a derivação ou a integração duma dessas grandezas faz-se por uma «quadratura» em avanço ou em atraso do respectivo vector.

Deste modo, complicadas equações diferenciais que regem os fenómenos que se passam nesses circuitos, reduzem-se a simples equações vectoriais escritas sob a forma complexa. O segundo fascículo expõe de uma maneira surpreendentemente simples as funções hiperbólicas, relacionando-as e mostrando as suas semelhanças com as funções circulares. Todas as noções, visando a aplicação prática imediata, são seguidas de exemplos numéricos, algumas tabelas e respectivo formulário.

Não conhecemos outros volumes da mesma colecção, mas supomos que, pela orientação nestes apresentada, serão um valioso elemento de estudo dos técnicos que não tiveram oportunidade de fundamentar teoricamente os seus conhecimentos.

Tivessemos na nossa literatura elementos como estes, à disposição dos técnicos portugueses.

J. Gaspar Teixeira