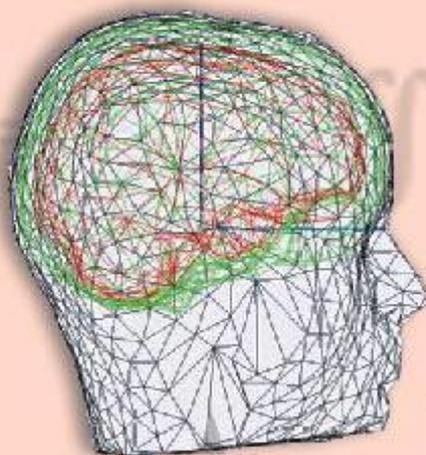


GAZETA DE MATEMÁTICA

Publicação bianual da Sociedade Portuguesa de Matemática Ano LXVII | Janeiro 2006

nº 150

A Matemática e a Física



Um olhar matemático sobre o cérebro
por Natasha Maurits

A Física em Portugal no tempo de Einstein
por Fernando Bragança Gil

Entrevista com Carlos Fiolhais

4,20 Euros

A Física em Portugal à volta do “Annus Mirabilis”

Fernando Bragança Gil¹

Departamento de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Durante o ano de 2005 foi internacionalmente comemorado o centenário daquele que tem sido expressivamente designado por *Annus mirabilis*, em que o ainda muito jovem e desconhecido Albert Einstein publicou decisivas memórias que se revelaram fundamentais para a abertura de caminhos de investigação conduzindo à nossa actual visão da Natureza: a explicação do efeito fotoeléctrico através da introdução dos quanta de Max Planck sob a forma de fotões, a explicação do efeito browniano, a teoria da Relatividade restrita, a descoberta da equivalência massa-energia através da mais divulgada equação da Física $E=mc^2$.

Penso que um dos exemplos mais significativos da mudança radical que tomou a investigação em Física e, com ela, a nossa visão do Mundo, foi a opinião expressa, poucos anos antes, por Lord Kelvin - um dos “gigantes” da chamada Física clássica - que consistiu em afirmar o esgotamento da investigação fundamental em virtude de já se encontrarem descobertos e explicados, por meio de teorias completas e coerentes, todos os fenómenos essenciais. Foi estrondoso o desmentido desta visão do futuro da investigação em Física logo a partir dos anos finais do século XIX e dos primeiros do seguinte e uma das maiores inflexões nesse sentido proveio justamente dos trabalhos de Albert Einstein.

Não podia o nosso país - aliás um dos proponentes para que o ano de 2005 fosse declarado *Ano Mundial da Física* - deixar que essas comemorações “passassem ao lado” do nosso meio cultural e, assim, vieram a lume diversas iniciativas assinalando aspectos do *Annus mirabilis*. Para

isso, contribuíram, naturalmente, a Sociedade Portuguesa de Física, bem como os departamentos de Física e os centros ou núcleos de História da Ciência das Universidades Portuguesas. Entre as iniciativas que foram avançadas, parece-me oportuno e interessante para o público não iniciado que, paralelamente aos seminários e outras actividades congéneres de natureza científica, se tenha organizado um ciclo de palestras² em que se procurou caracterizar a época - situada apenas há um século mas, sob muitos aspectos já muito longínqua - em que foi iniciada a revolução da mentalidade produzida a partir das descobertas do *Annus mirabilis*.

Entretanto, o que se passava no nosso país?

Tal como a entendemos hoje, a investigação científica em Portugal começou muito tarde, particularmente no que respeita à Física. Isso teve diversas causas que, obviamente, não poderemos analisar - nem mesmo superficialmente - no decurso de um simples artigo. Não quero, no entanto, eximir-me a assinalar como uma das mais determinantes a marginalidade em que, quase sempre, o nosso país tem vivido, a qual se reforça em épocas de autoritarismo político: ela tem travado uma saudável actividade científica, provocando mesmo o seu retrocesso. Poder-se-iam apresentar vários exemplos desta afirmação mas fico-me apenas por um que diz respeito à Física; refiro-me ao *Centro de Estudos de Física* anexo à Faculdade de Ciências

¹ Professor Jubilado, ex-director do Museu de Ciência da Universidade de Lisboa.

² Ciclo realizado pelo Departamento de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

da Universidade de Lisboa, oficialmente criado em 1940 (mas cuja actividade tinha realmente começado em 1929) pelo *Instituto para a Alta Cultura*, organismo então coordenador da investigação científica que, em 1936, tinha sucedido nessas funções à *Junta de Educação Nacional*.

Embora naquele *Centro* se estivesse a desenvolver - sob o impulso de Armando Cyrillo Soares, professor e director a partir de 1930 do Laboratório de Física da Faculdade de Ciências - uma verdadeira "escola" de investigação, significando com isso um grupo organizado integrando jovens investigadores orientados por outros, que designamos por "seniores", tendo uma problemática científica própria, que desenvolvem de forma coerente e continuada. Ora bem: essa primeira "escola" portuguesa de investigação em Física foi abruptamente interrompida em 1947, devido ao afastamento compulsivo da Universidade dos seus investigadores seniores. Em rigor poder-se-á objectar que o *Centro* não foi formalmente extinto: ele continuou sob nova direcção (o Prof. Cyrillo Soares abandonou-a imediatamente e requereu a aposentação como professor, quando se viu privado dos seus principais colaboradores) ficando, da antiga actividade do *Centro*, apenas a desenvolvida por uma recém doutorada (Lídia Salgueiro), discípula de Manuel Valadares, um dos investigadores afastados e, até então, o principal impulsionador científico do *Centro*. O "grosso" da actividade deste foi totalmente modificada, sem o

dinamismo e projecção científica que se verificara sob a direcção de Cyrillo Soares³.

Penso ser significativo, a vários títulos, o facto - ocorrido em 1952 - do Laboratório de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (ao contrário dos existentes nas suas congéneres de Coimbra e Porto), não ter sido dotado com um *Centro* de Física Nuclear quando da criação, pelo Instituto de Alta Cultura, da *Comissão de Estudos de Energia Nuclear* ou, em alternativa, o *Centro de Estudos de Física*, já existente naquele laboratório, ter sido integrado nesta *Comissão*. Dir-se-ia que se tratava de uma herança "incómoda" cujo esquecimento seria "politicamente correcto"...

Indo um pouco atrás, podemos ter uma ideia da desconfiança - ou mesmo hostilidade - como era olhada em Portugal a investigação científica, em certos meios e por certas personalidades influentes, consultando as actas do *Congresso de História da Actividade Científica Portuguesa*, integrado no *Congresso do Mundo Português*, realizado em 1940, a propósito das *Comemorações Centenárias da Fundação e Restauração de Portugal*⁴. Aí podem encontrar-se certas posições em que se procura justificar o atraso científico português, no contexto internacional, depreciando aquilo que é considerado como "cópia do estrangeiro" e defendendo posições do tipo "orgulhosamente sós", por várias vezes invocadas na propaganda do auto-denominado "Estado Novo" em diversas situações de crise, com gravosas consequências para a sociedade portuguesa. Esta atávica desconfiança perante o intercâmbio cultural com o estrangeiro constituiu um excelente "caldo de cultura" para menosprezar e, mesmo, difamar as realizações daqueles que, com árdua persistência, procuravam concretizar, entre nós, trabalho válido acompanhando as correntes internacionais de actividade científica. Os seus detractores ignoravam - ou fingiam ignorar - que a investigação científica é, pela sua própria natureza (sobretudo nas ciências fundamentais), de carácter internacional, pautando-se por critérios universais de qualidade.

³ Está por fazer a história circunstanciada do *Centro de Estudos de Física anexo ao Laboratório de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa*. Entretanto, poder-se-á consultar, entre outros, os seguintes trabalhos: A. Cyrillo Soares, *Os raios de Röntgen e a Física Atómica*, Memórias da Academia das Ciências de Lisboa, tomo VIII, Lisboa, 1954, pp.133 a 141; M. Valadares, *O Laboratório de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa sob a direcção do Prof. Dr.A. Cyrillo Soares (1930-1947) e a investigação científica*, *Gazeta de Física*, vol.II, fasc. 4, 1950, pp. 93-106; F. Bragança Gil, *O estudo dos raios X e o início da investigação em Física nas Universidades Portuguesas*, *Gazeta de Física*, vol.18, fasc.3, 1995, pp.11-17; Amélia Pereira e Isabel Serra, *A Gazeta de Física e a Física em Portugal*, *Gazeta de Física*, vol. 21, fasc. 1, 1998, pp.7-11.

⁴ - Congresso da História da Actividade Científica Portuguesa, VIII: Discursos e Comunicações, Lisboa, Comissão Executiva dos Centenários, 1940 (Congresso do Mundo Português, Publicação XII).
- Congresso do Mundo Português, Lisboa, 1940. Volume XIX: Programas, Discursos e Mensagens.

Por outro lado, adormeciam a consciência das suas incompetência, preguiça, incompreensão e inveja, procurando fazer acreditar que, em Portugal, a investigação científica - sobretudo a de carácter experimental - estaria condenada ao fracasso devido a inultrapassáveis carências.

O *Centro de Estudos de Física* anexo à *Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa* veio, com o seu exemplo, desmentir claramente esta "mítica" afirmação tomada frequentemente como verdade adquirida mostrando que, para além dos meios materiais - e mesmo antes deles - é imprescindível haver pessoas vocacionadas para a investigação experimental e com o empenhamento e tenacidade que o trabalho científico exige. Aquele *Centro* de investigação, surgido da clarividência e vontade do Prof. Cyrillo Soares, começou pacientemente, após o regresso de Manuel Valadares de Paris - onde, no Instituto do Rádio dirigido por Marie Curie, tinha aprofundado aquelas qualidades e adquirido uma sólida formação de investigador - começou a desenvolver um programa de investigação em espectrografia das radiações ionisantes (*X* e as provenientes dos elementos radioactivos) então domínio de ponta de investigação experimental em microfísica. O modo como Manuel Valadares, assistido por Francisco Mendes, iniciou essa actividade num laboratório desprovido de meios, é exemplar de como a concepção criteriosa de programas de trabalho convenientemente estruturados, o labor afincado, a humildade científica e a imaginação são condições indispensáveis de sucesso e que permitem, em geral, contornar dificuldades que começam por surgir como aparentemente inultrapassáveis.

Entre 1934 (ano do início da actividade de Manuel Valadares no *Centro de Estudos de Física*) e 1947 (trágico ano do afastamento da função pública de um destacado grupo de universitários, no qual estava incluído), o *Centro de Estudos de Física* anexo à *Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa* mostrou, clara e exuberantemente, a veracidade do que acabei de afirmar, pois aí se procedeu, durante aquele período, a uma actividade científica realisticamente adaptada aos meios de que foi possível dispor, mas que, apesar de modesta, enquadrava-se numa

investigação de "ponta" nos domínios atrás referidos e, por isso, de projecção internacional. Uma das consequências mais relevantes dessa actividade foi a preparação das primeiras teses de doutoramento em física realizadas em Portugal. O trabalho feito no *Centro de Estudos de Física* e as ligações científicas internacionais a que deu origem justificaram que se publicasse a revista especializada PORTUGALIAE PHYSICA iniciada durante a 2ª Guerra Mundial, com os centros de produção científica do resto da Europa gravemente afectados. Refira-se, como nota esclarecedora da importância que teve esta publicação, o facto de ter sido a única revista da Península Ibérica a ser incluída na lista bibliográfica publicada por Robert Beyer no seu livro *Foundations of Nuclear Physics*, editado em 1949⁵ e recentemente traduzido para português pela Fundação Calouste Gulbenkian, integrado na colecção "Textos Fundamentais de Física Moderna"⁶.

Lembremos que o título do presente artigo indicia que deveria tratar da situação da Física em Portugal à volta de 1905 e até aqui só me referi a aspectos dessa situação a partir do final da segunda década do séc. XX.

Qual era, então, a situação da Física em Portugal, no início do século passado? O seu ensino, a nível superior, limitava-se à então existente Faculdade de Filosofia da Universidade, por essa ocasião ainda apenas limitada a Coimbra, e às "Politécnicas" - Academia Politécnica, no Porto e Escola Politécnica, em Lisboa - ambas criadas em 1837. Desde o início, o curriculum destas instituições previu, obviamente, a existência de disciplinas de Física - *Física e Mecânica Industriais* (8ª cadeira) na primeira e *Física Experimental e Matemática* (5ª cadeira) desdobrada em duas a partir de 1898 - *Física Experimental* e *Física Matemática* - na Escola Politécnica. As designações distintas das disciplinas nas duas instituições são indicativos da diferença de orientação que elas tomaram (pelo menos no

⁵ Editor: Dover Publication, Inc., New York.

⁶ *Textos Fundamentais de Física Moderna - III Fundamentos da Física Nuclear - Colectânea de artigos tais como foram originalmente publicados em revistas científicas*, com uma introdução e bibliografia por Robert T. Beyer. Nota de abertura de Fernando Bragança Gil. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2004.

início): mais aplicada na primeira e mais científica na segunda⁷. Na Faculdade de Filosofia o desdobramento da Física deu-se em 1861, criando-se a cadeira curiosamente designada por *Física dos fluidos imponderáveis (calor, luz, electricidade e magnetismo)*. Note-se que, na Universidade, a *Física-Matemática* era professada noutra escola, a Faculdade de Matemática, desaparecida - como a Faculdade de Filosofia - com a reforma republicana da Universidade, em 1911.

Era esta a visibilidade, assaz pobre, do ensino da Física a nível superior; a ele devemos, talvez, acrescentar o que se processava numa escola técnica - o Instituto Industrial e Comercial de Lisboa, onde era lente de Física, desde 1854, Francisco da Fonseca Benevides (1835-1911) que se destacou, pela sua actividade, no árido panorama do domínio da Física então existente em Portugal. Manteve-se sempre neste Instituto que, após 1911, foi desdobrado em duas escolas superiores: o Instituto Superior Técnico e o Instituto Superior de Comércio, antecessor do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras, hoje Instituto Superior de Economia e Gestão. Fonseca Benevides foi director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa e nele organizou um *Museu Tecnológico*, para o qual redigiu o respectivo catálogo. Publicou numerosos artigos em diversos domínios literários e científicos, destacando-se, no que respeita à Física, livros de texto e artigos, alguns dos quais devem ser considerados, com toda a propriedade, como tratando temas de investigação. É o caso de diversos

trabalhos dedicados ao estudo dos vapores, como *Descrição de um novo aparelho para a demonstração das propriedades físicas dos vapores*, publicado em 1869. Este instrumento, assim como outros inventados por Fonseca Benevides, passou a ser conhecido por "*de Benevides*". Estudioso das propriedades das chamas, publicou, em 1874, um trabalho intitulado *Memória sobre o poder iluminante de algumas substâncias*. Fonseca Benevides destacou-se ainda da maioria dos seus pares porque não se limitou ao reduzido e provinciano ambiente científico português dessa época, procurando ligações com meios científicos internacionais. Daí resultou a sua colaboração nos *Annales de Chimie et de Physique* de Paris, bem como nas revistas *Cosmos*, também publicada nesta cidade, e *Eco de las Ciencias*, de Madrid.

Cabe aqui referir que, nessa época, a Espanha já se encontrava, do ponto de vista científico, mais próxima da Europa do que o nosso país e essa situação manteve-se (e mesmo, ampliou-se) até à agressão, iniciada em 1936, à República Espanhola (cujo governo tinha sido democraticamente eleito) pelas facções mais retrógradas da sociedade desse país, comandadas pelo general Franco e francamente apoiadas pelos regimes de Hitler, Mussolini e Salazar.

Na realidade, enquanto em Portugal, a Junta de Educação Nacional só foi criada em 1929, a Espanha já dispunha de uma instituição equivalente - *Junta para ampliación de estudios y investigaciones científicas* - desde 1907. Apenas três anos mais tarde, surgiu o Instituto Nacional de Ciências que incluía o Instituto Nacional de Física e Química, de que foi o principal animador Blas Cabrera⁸, considerado o "pai da Física espanhola". Nascido em 1878 em Lanzarote (Ilhas Canárias), licenciado em Física na Universidade de Madrid 20 anos depois, doutorado em 1901 e professor de electricidade e magnetismo, sempre nesta Universidade, até que o exílio político o atirou para o México, onde foi professor na Universidade da capital de 1941 a 1945, ano em que faleceu. Blas Cabrera teve uma intensa actividade de investigação no domínio do magnetismo desenvolvida, em

⁷ A este respeito, cf. Fernando Bragança Gil, *O Liberalismo e a Institucionalização do Ensino Superior Científico em Lisboa*, Actas do 1º Congresso Luso-Brasileiro de História da Ciência e da Técnica, Universidade de Évora e Universidade de Aveiro, 22 a 27 de Outubro de 2000, Évora, Universidade de Évora, 2001, pp. 346 a 358.

⁸ Dois outros físicos ligados a este Instituto devem aqui ser recordados: Miguel Catalán que dirigiu a secção de Espectroscopia e teve como discípulo o português Manuel Telles Antunes (que veio a ser professor de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa), tendo sido seu orientador da tese com que se doutorou na Universidade de Madrid; Júlio Palácios, director da secção de raios X. Este professor espanhol foi também professor de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e director do Centro de Estudos de Física, atrás referido neste artigo, após a retirada de A. Cyrillo Soares.

parte, em colaboração internacional com eminentes especialistas, como Pierre Weiss (com quem trabalhou na Escola Politécnica federal de Zurique, entre 1910 e 1912) e Aimé Cotton que em 1928 fez construir, em Bellevue (arredores de Paris), um íman gigante⁹, utilizado por Blas Cabrera em 1936.

Durante a sua estadia na Escola Politécnica de Zurique, Blas Cabrera conviveu com Einstein (que então era aí professor) tendo sido seu anfitrião na viagem que, em 1923, ele fez a Espanha; foi também grande divulgador da sua obra. Curiosamente, aquela viagem não teve, que eu saiba, qualquer repercussão em Portugal, apesar da teoria da Relatividade já ter entrado no nosso ensino universitário, não pela via da Licenciatura em Física - ou melhor em Ciências Físico-Químicas que era a que então existia - mas da Licenciatura em Matemática, tendo sido seu introdutor o professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa António dos Santos Lucas (1866-1939), na sua cadeira de Física-Matemática, no ano lectivo 1922-23¹⁰. Nesse curso referem-se as então recentes observações do eclipse total do Sol que constituíram a primeira prova da Relatividade Generalizada. Essas observações, realizadas em 1919, trouxeram a Einstein e à sua teoria da Relatividade, em todo o mundo culto, o mais destacado protagonismo, mesmo junto do público em geral. Elas foram realizadas simultaneamente na Ilha do Príncipe, então sob administração portuguesa, e em Sobral, no Estado do Ceará (norte do Brasil). Enquanto a comunidade científica brasileira promoveu o esforço necessário para uma participação sua nos trabalhos efectuados em Sobral, as observações na Ilha do Príncipe não tiveram qualquer participação portuguesa.

Na realidade, o interesse da nossa reduzida comunidade científica pela Relatividade Generalizada - e apenas entre os matemáticos - só se deu após a confirmação dessa teoria. Referimos atrás a introdução do seu ensino na Universidade portuguesa em 1922-23; ainda nesse ano de 1922, outro professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - Pedro José da Cunha (1867-1945) - fez uma

descrição sumária dos princípios da Relatividade Restrita com breve referência à Relatividade Generalizada e, ainda nessa Faculdade, Vítor Hugo de Lemos (1894-1959), futuro professor de Mecânica Racional, apresenta, em 1925, como dissertação de doutoramento, uma tese no domínio do Cálculo Tensorial, lembrando a sua fundamental importância para o estudo da Relatividade Generalizada. Outros matemáticos portugueses, como Aureliano Mira Fernandes (1884-1958), professor da Universidade Técnica, e Ruy Luís Gomes (1905-1984), professor da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, contribuíram com trabalhos originais em Geometria Diferencial, enquadramento matemático da Relatividade Generalizada, publicados em revistas científicas de grande prestígio: a italiana "Rendiconti da Accademia dei Lincei" e a francesa "Journal de Physique et le Radium". As publicações no primeiro foram patrocinadas pelo notável matemático italiano Levi-Civita que contribuiu, de modo notável, para a construção da estrutura matemática da teoria da Relatividade Generalizada.

Diga-se de passagem que o prof. Mira Fernandes apresentou, em 1932, a proposta à Academia das Ciências de Lisboa para que Einstein e Levi-Civita fossem convidados para seus membros. Embora aceite, esta proposta não teve qualquer repercussão, para além de formais cartas de agradecimento. Ignoro se Einstein chegou a ser convidado a vir a Portugal mas, após a visita à América do Sul (Argentina, Uruguai e Brasil) em 1923¹¹, ele tinha tomado a decisão de só aceitar convites estritamente científicos...

Quanto a Ruy Luís Gomes, deve ainda referir-se que, mais tarde, participou com um curso de Relatividade (que

⁹ Este íman foi posteriormente utilizado por Solomon Rosenblum em trabalhos de espectroscopia da radiação alfa emitida pelos núcleos radioactivos que se revelaram de grande importância na compreensão da estrutura nuclear; Manuel Valadares foi um dos colaboradores de Rosenblum nesses trabalhos.

¹⁰ *Lições sobre a teoria da Relatividade*: apontamentos de física-matemática de António dos Santos Lucas, compilados por Francisco de Paula Leite Pinto, Lisboa, Ed. de autor, 1922-23 (texto manuscrito).

¹¹ A este respeito, cf. Alfredo Tiomno Tolmasquim, *Einstein o viajante da relatividade na América do Sul*, Rio de Janeiro, Vieira & Lent casa editorial, 2003.

veio a ser publicado) na infelizmente efémera realização, designada por “Núcleo de Matemática, Física e Química”, iniciativa de ex-bolseiros no estrangeiro onde fizeram a sua preparação científica. Essa iniciativa, sobretudo destinada à elevação científica de jovens licenciados, durou apenas de 1936 a 1939, acabando por abortar desta vez não por perseguições de natureza política mas devido a desinteligências entre os seus membros mais activos¹².

Com esta referência a Einstein e primeiras repercussões da Teoria da Relatividade na Península Ibérica, afastei-me do tema central deste artigo, isto é, o panorama da Física em Portugal no início do século passado.

Já atrás fizemos referência à exiguidade do seu ensino a nível superior que se limitava a duas cadeiras em cada uma das três escolas superiores em que esse ensino era então ministrado entre nós. Apenas com o advento da República, a reforma universitária de 1911 veio alterar profundamente esta situação que veio pôr fim à exclusividade universitária coimbrã - existente desde os meados do século XVIII - reconstituindo-se a Universidade de Lisboa (continuidadora do Estudo Geral criado nesta cidade, nos finais do século XIII, por D. Diniz) e estabelecendo uma terceira universidade no Porto.

Nas três universidades criaram-se, pelo decreto de 12 de Maio de 1911, faculdades de ciências com a mesma estrutura e idênticos planos de estudos, tendo as suas cadeiras sido reunidas em *secções* e estas subdivididas em *grupos*: a Física constituiu o 1º grupo da 2ª secção - Ciências Físico-Químicas. O número de cadeiras de Física beneficia, logo desde o início, de um aumento substancial relativamente àquele que até então tinha havido no nosso ensino superior, passando a existir cinco cadeiras de Física: Física (curso geral); Física dos sólidos e dos fluidos; Acústica, Óptica e Calor; Electricidade; Física Biológica. Este elenco de disciplinas manteve-se praticamente inalterado - à excepção do surgimento de uma cadeira

semestral de Termodinâmica na década de 30 - até ao fim da Segunda Guerra Mundial! Assim, a preparação em Física que era ministrada pelo nosso ensino superior ignorava toda a revolução científica iniciada nos finais do século XIX. Os nossos responsáveis pelo ensino superior continuavam aparentemente a pensar que a Física não tinha valor em si própria, só se justificando o seu ensino como disciplina preparatória para cursos de carácter técnico, como engenharia ou medicina, ou para fornecer bases necessárias à formação de professores, sobretudo do ensino secundário, através da licenciatura em ciências físico-químicas.

Em 1946, a situação geo-estratégica do nosso país, responsável por uma área considerável do Atlântico norte, impunha que as nossas Universidades formassem meteorologistas. Novas necessidades *técnicas* vieram trazer um aprofundamento - se bem que mitigado - aos estudos de Física nas nossas Faculdades de Ciências, através da criação da licenciatura em ciências geofísicas que trouxe também ligeiras modificações positivas na velha licenciatura em ciências físico-químicas. Como a formação de *técnicos* em meteorologia e geofísica não necessita de preparação em Física moderna, esta continuava a ser ignorada em qualquer das licenciaturas e apenas, por vezes, introduzida por iniciativa de um ou outro professor como um fugaz capítulo da sua cadeira. Só em 1964 surgiu uma substancial alteração à organização das Faculdades de Ciências, surgindo então a licenciatura em Física, trazendo uma radical alteração, em quantidade e qualidade, no ensino desta ciência.

Mas voltemos à época que se situa entre os anos finais do século XIX e os iniciais do seguinte para tecer algumas considerações sobre a situação da investigação em Física nessa época. Assim, em 1895 Röntgen descobre radiações de comportamento algo estranho que, por esse facto, designou por raios X; no ano seguinte, como consequência indirecta dessa descoberta, Antoine-Henri Becquerel descobre o fenómeno a que Marie Curie deu a designação de radioactividade, primeiro capítulo desse imenso domínio da Física alguns anos mais tarde designado por Física

¹² Cf. Fernando Bragança Gil, *Núcleo de Matemática, Física e Química, uma contribuição efémera para o movimento científico português*, Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, nº 49, Out. de 2003, pp. 77 a 92.

Nuclear; em 1898, J.J. Thomson descobre a natureza corpuscular da electricidade. Foram estas, penso eu, as três descobertas cruciais, no que respeita à Física experimental, que vieram abrir o nosso conhecimento da Natureza para além do que era acessível aos nossos sentidos. Que repercussões tiveram estas descobertas no nosso meio universitário e cultural?

No que respeita aos raios X, eles rapidamente se difundiram devido às suas extraordinárias potencialidades no diagnóstico médico, chegando quase imediatamente a este extremo da Europa. Assim, a 3 de Fevereiro de 1896, apenas cerca de três meses após a descoberta de Röntgen, o professor de Física da Universidade de Coimbra Álvaro Teixeira Bastos obtinha as primeiras radiografias em Portugal. O facto não passou despercebido à imprensa, tendo o jornal *O Século* dado-lhe o destaque da 1ª página da sua edição de 1 de Março. Ainda em 1896, Teixeira Bastos publicou no volume 43 (p.38) de *O Instituto* - revista cultural publicada em Coimbra - um artigo descrevendo os aspectos físicos então conhecidos dos raios X, referindo experiências realizadas nesta cidade com a colaboração de um fotógrafo de nome Adriano da Silva.

Em 1897, surge o primeiro laboratório português de radiologia montado pelo célebre fotógrafo Augusto Bobone (1858-1910), onde os pacientes eram observados com a assistência dos seus médicos. Um ano depois, em 1898, os raios X chegam à prática hospitalar portuguesa, através de um serviço de radiologia montado no Hospital de São José, em Lisboa, ao qual se seguiram dois outros, um em Coimbra quatro anos depois, e outro no Porto, em 1908. Entretanto, logo em 1897, as aplicações médicas dos raios X já figuravam entre os temas de teses académicas no ensino superior português.

Também a radioactividade foi desde relativamente cedo objecto do interesse de *O Instituto* que, nos volumes 53 e 54, correspondentes aos anos de 1906 e 1907, publica um conjunto de artigos, assinados por João Magalhães, descrevendo o essencial do que então se conhecia sobre aquele fenómeno.

Julgo ser oportuno lembrar a este propósito que os primeiros trabalhos experimentais sobre radioactividade realizados por um físico português foram os realizados por Marques Teixeira, então assistente na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto que, em 1914, estagiou em Paris durante um semestre, sob a orientação de Marie Curie. Esses trabalhos não tiveram relevância aparente sobre a posterior actividade de Marques Teixeira: eles serviram apenas para redigir uma memória apresentada em concurso para progressão na carreira académica, o que era corrente na produção científica portuguesa.

Para uma avaliação da produção científica nacional numa dada época, podemos recorrer às revistas da especialidade que então se publicavam. No que respeita às ciências exactas e naturais, o periódico então existente era o *Jornal de Sciencias Matematicas, Physicas e Naturaes*¹³, editado pela Academia de Ciências de Lisboa, cuja publicação se iniciou em Novembro de 1866. Na nota de apresentação assinada por José Manuel Latino Coelho (1825-1899), Secretário Geral da Academia, traça-se um panorama (algo "optimista") da Ciência em Portugal, desde os finais do século XVIII até à época em que escreve, no que se refere à matemática, à química e às ciências naturais. De física, apenas se cita a *meteorologia*, escrevendo Latino Coelho a seu respeito: "*a meteorologia é uma ciência recente. Não admira que os observatorios meteorologicos regulares e bem dotados de instrumentos e aparelhos sejam também de recente data em Portugal. O Observatório do Infante D. Luiz, na Escola Polytechnica, tem sabido, em poucos anos elevar-se ao nivel dos mais insignes institutos d'esta ordem, e póde afirmar-se que por elle se enlaça honrosamente a sciencia portugueza com os progressos scientificos das outras nações cultas, e não fica Portugal ocioso nem esquecido nesta cruzada, cujos fructos para a sciencia especulativa e para as applicações da vida pratica se não podem por ora prophetizar*".

Foi o Observatório do Infante D. Luiz fundado em 1853

¹³ Desta revista publicaram-se 24 tomos, sendo o último correspondente ao ano de 1927.

por Guilherme José de Oliveira Pegado (1803-1885), primeiro professor titular (Lente proprietário como então se dizia) de Física da Escola Politécnica, onde desenvolveu intensa actividade, o mesmo sucedendo com os seus sucessores. Entre estes, deve-se destacar Joaquim Henriques Fradesso da Silveira (1825-1875) que, a par do desenvolvimento dos trabalhos do Observatório que dirigia na Escola Politécnica, bem como da instalação de estabelecimentos congêneres nos Açores, exerceu assinalável influência noutros domínios da sociedade portuguesa, de que se deve destacar a sua decisiva acção na “ Comissão Central de Pesos e Medidas” no sentido da implementação, a partir de 1852, do Sistema Métrico Decimal no nosso país, bem como dos estudos que empreendeu, iniciados dez anos depois, sobre a situação e melhoria da indústria portuguesa.

Nesta rápida evocação da física nos anos finais da Escola Politécnica deverá citar-se ainda Adriano Augusto de Pina Vidal (1841-1919) que aí teve uma intensa actividade como professor, incluindo o fomento do ensino prático dessa disciplina, criado na Escola por sua iniciativa.

Uma vez substituída, em 1911, a Escola Politécnica pela então criada Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Pina Vidal - juntamente com dois outros lentes daquela Escola, Carlos Augusto Morais de Almeida (1843-1919) e João Maria de Almeida Lima (1859-1930) - ocuparam lugares de professor do grupo de Física da Faculdade. É digna de nota, para a época, a actividade científica do último professor citado, como organizador dos novos cursos de física na recém criada Faculdade de Ciências, como colaborador da Academia das Ciências, onde apresentou numerosas comunicações, como autor de diversos artigos científicos, que publicou nas *Actas* das sessões da 1ª classe da Academia das Ciências e no *Jornal de Ciências Mathematicas, Physicas e Naturaes*. Almeida Lima foi director do Laboratório de Física da Faculdade de Ciências até 1929, antecessor imediato de Armando Cyrillo Soares que, como atrás referi, criou o *Centro de Estudos de Física*, primeira “escola” de investigação em Física na Universidade Portuguesa.

Tal como sucedeu com os seus antecessores que dirigiram o Instituto Geofísico do Infante D. Luís, figuram, entre os trabalhos de Almeida Lima, publicações de meteorologia, tendo-se dedicado particularmente ao estudo do clima de Lisboa. Mas não ficaram por aí as suas preocupações científicas, figurando na sua bibliografia outros trabalhos de física entre os quais um afigura-se-me como particularmente curioso pois constitui um exemplo de investigação experimental realizada no Laboratório de Física da Escola Politécnica: trata-se do trabalho, publicado em 1900, que tem por título *Exposição da theoria das pilhas, segundo as experiências feitas no laboratorio da Escola Polytechnica de Lisboa*.

Almeida Lima dedicou-se com denodo à actividade de professor à qual sempre procurou associar a contribuição que lhe era possível no domínio da investigação científica através do seu próprio labor, bem como da difusão e discussão dos resultados de que tomava conhecimento. Foi o físico português da sua época que mais comunicações apresentou à Academia das Ciências de Lisboa e mais artigos da sua especialidade publicou no *Jornal de Ciências Mathematicas, Physicas e Naturaes*. Ele foi um dos poucos físicos - juntamente com Fonseca Benevides - que, no alvorecer do século XX, desenvolveu, de forma continuada, actividade científica em Portugal, embora afastada e desenquadrada do movimento europeu de criação da ciência. O último trabalho publicado por Almeida Lima é revelador dessa situação. Trata-se de *A Física perante as teorias de Einstein*, apresentado em 1923, em que mostra não dispor da ambiência científica e da versatilidade de espírito que lhe permitiriam desprender-se das concepções clássicas não admitindo, por exemplo, que se negasse a existência do éter, sem o qual, dizia, não poderia conceber a propagação da luz.

Na realidade, uma actividade científica com alguma relevância no domínio da física - ao contrário do que sucedeu com as ciências naturais e mesmo com a matemática e a química - só assaz tardiamente se conseguiu implementar no nosso país.

PARÁBOLAS E PARABÓLICAS . Nuno Crato

Os 100 anos de Ruy Luís Gomes

A Sociedade Portuguesa de Matemática tem viva a memória de um associado ilustre, um dos mais ilustres que se orgulha de ter tido nas suas fileiras. Foi um professor respeitado na Universidade do Porto. Um homem que fez conferências por todo o país e por várias universidades do mundo. Um mestre recordado com carinho em Portugal e no Brasil. E mais do que um mestre, um investigador activo e um promotor incansável da cultura matemática e da investigação matemática.

Ruy Luís Gomes, pois é evidentemente dele que falamos, foi um matemático, mas foi também um resistente tão respeitado que a oposição ao regime de Salazar o escolheu como candidato à presidência da República. No entanto, ao contrário do que se poderia esperar de um homem politicamente tão activo, a sua actividade científica foi continuada, séria e profunda. Os seus trabalhos são ainda hoje citados nas bases de dados internacionais. Os seus livros são ainda hoje lidos.

Os que o conheceram tinham por ele uma imensa admiração. E os que com ele privaram, como acontece com alguns matemáticos ainda activos, recordam-no com respeito e carinho. Este homem, que por alturas do 25 de Abril encarnava, para muitos, a figura do intelectual impoluto resistente, era certamente uma figura maior da vida política e da cultura portuguesa. Foi um dos associados mais ilustres da S.P.M. e um associado que não punha obstáculos a dar o seu nome e a sua colaboração em empreendimentos que para a sua estatura eram modestos. Um dos mais significativos achados recentes foi a sua assinatura nos registos da S.P.M., assumindo ele, já depois do 25 de Abril, a responsabilidade da direcção regional norte. A Sociedade homenageou-o em 5 de Dezembro passado, na altura dos 100 anos do seu nascimento.

Ruy Luís Gomes nasceu no Porto em 5 de Dezembro de 1905, filho de António Luís Gomes, um político da primeira república. Dedicou-se muito cedo ao estudo, onde revelou uma extraordinária capacidade para o raciocínio matemático. Licenciou-se na Universidade de Coimbra, onde se doutorou logo depois, em 1928, com 22 anos. No seu doutoramento analisou problemas de mecânica e manteve sempre o gosto pela física-matemática.

Deslocou-se para a Universidade do Porto, onde entrou como Assistente de Álgebra Superior e de Geometria Projectiva, regendo depois a cadeira de Física-Matemática. Em 1933, com 28 anos, atingiu o lugar de catedrático. Pouco a pouco, entrou em contacto com alguns grandes cientistas do mundo, a quem deu a conhecer os seus trabalhos.

Louis de Broglie (1892-1987), a quem tinha enviado um dos seus artigos, refere-se-lhe numa lição na Sorbonne. Um bolseiro português presente toma nota. De volta ao país, relata o facto a matemáticos de Lisboa que desconheciam a existência desse activo colega portuense. Ruy Luís Gomes é convidado a vir a Lisboa proferir uma série de conferências sobre a Teoria da Relatividade, que têm lugar em 1937. Mais tarde, essas conferências seriam reunidas no volume *Relatividade Restrita*.

Em Portugal nascia na altura uma nova geração de matemáticos que fervilhavam de ideias, projectos e actividades. Animados por Aniceto Monteiro e outros, começaram a organizar-se. Em 1936 criava-se em Lisboa o Núcleo de Matemática, Física e Química. No ano seguinte fundava-se a revista *Portugaliae Mathematica*. Um ano depois surgia o Centro de Estudos de Matemáticos Aplicados à Economia. Em 1940 seria fundada a Sociedade Portuguesa de Matemática.

Do contacto entre Aniceto Monteiro e Ruy Luís Gomes

nasceria a ideia de criar também no Porto um centro de matemática. O objectivo era reunir condições para o trabalho de investigação, mas também fazer com que os jovens interessados começassem a tomar contacto com as matemáticas modernas. É célebre uma missiva da época em que Monteiro escreve «O Ruy podia já fundar o Núcleo de Matemática aí no Porto. Não há tempo a perder.» Ruy Luís Gomes não perdeu tempo. Em 1941 o núcleo estava formado.

Uma das ideias que essa geração procurou introduzir no país foi a do trabalho colectivo em matemática, promovido através de seminários para troca de ideias, conferências, cursos breves, centros de estudo e investigação e sociedades científicas. Outra das ideias dessa geração foi a da aliança sistemática entre o ensino e a investigação, deixando os professores de ser meros transmissores das teorias aprendidas através dos compêndios estrangeiros e passando a ser agentes activos da investigação. A grande preocupação de Ruy Luís Gomes e dos seus companheiros era que os matemáticos portugueses se tornassem parceiros do esforço internacional para o progresso das ciências.

No Porto, Ruy Luís Gomes teve alguns anos de vida científica muito activa. Tão activa quanto as condições da guerra o permitiam. Mas entre 1946 e 1947 o governo desencadeou uma ofensiva contra todos os que nas universidades se opunham à política de Salazar. Como se

sabe, muitos dos jovens matemáticos foram perseguidos e expulsos. Ruy Luís Gomes foi preso várias vezes por ter aderido ao Movimento de Unidade Democrático (MUD), sendo demitido da Universidade em 1947.

Nos anos que seguiram, dedicou-se à vida política, tendo sido escolhido em 1951 como candidato da oposição às eleições para a Presidência da República. No entanto, o regime impediu-o de concorrer, o que constituiu, segundo o próprio ironizava, a única reprovação da sua vida.

Entretanto, as condições de vida no país tornavam-se cada vez mais difíceis. Na esteira de Aniceto Monteiro e de outros matemáticos portugueses emigrou para a América do Sul, tendo estado em Bahia Blanca, Argentina, e depois no Recife, Brasil, onde criou uma escola matemática e onde deixou raízes que ainda hoje perduram.

Só após o 25 de Abril regressaria ao país. A Universidade que servira nomeou-o reitor, mas a idade pesava e no ano seguinte passou à reforma. Assistiu ainda ao reviver da Sociedade Portuguesa de Matemática e viu serem criados ou renovados núcleos de investigação pelo país, entre os quais o Centro de Matemática da sua universidade, e ser reeditada a *Portugaliae Mathematica*, revista para que tanto contribuiu. Teria muitas razões para ver sucesso em objectivos a que tinha dedicado a existência, mas nos seus últimos anos levou uma vida discreta. Faleceu em 1984 na cidade que o vira nascer.

Einstein foi uma espécie de pirilampo, uma das raras pessoas a possuir luz própria num século onde a maioria tacteava no escuro.

Jorge de Sousa Braga
(publicação gentilmente autorizada pelo autor)

Um olhar matemático sobre o cérebro¹

Natasha Maurits²

Hospital Universitário de Groningen, Países Baixos

O Centro de Matemática e Informática (CWI) organiza todos os anos, sob os auspícios da Associação Neerlandesa de Professores de Matemática, um curso de férias para professores de matemática e outros interessados. O programa dos cursos, contendo os textos das aulas, pode ser solicitado exclusivamente ao CWI. A revista *Nieuw Archief voor de Wiskunde* tem vindo a publicar textos seleccionados de cursos recentes. O presente artigo tem origem no programa do curso de 2002, subordinado ao tema "Matemática e Saúde", e incide sobre a detecção e possível localização das fontes de actividade eléctrica no cérebro. Natasha Maurits é informática biomédica e professora auxiliar do Departamento de Neurologia do Hospital Universitário de Groningen.

O funcionamento do cérebro é um dos grandes mistérios por resolver dos nossos tempos. Como se explica, por exemplo, que a actividade colectiva de milhares de milhões de células nervosas nos permita pensar ou dormir? Em que partes do cérebro residem a alma e a razão? Por que motivo lesões muito localizadas produzem alterações do comportamento e das capacidades das pessoas? Temos actualmente à nossa disposição um número crescente de técnicas para observar e caracterizar quantitativamente o

cérebro, com as quais se fazem progressos lentos, mas seguros, no sentido de desvendar os mistérios do cérebro e de nos aproximarmos cada vez mais das respostas às perguntas acima formuladas. Os métodos matemáticos desempenham um papel importante na interpretação dos resultados de técnicas como a (f)MRI (imagiologia de ressonância magnética (funcional)), a PET (tomografia de emissão de positrões) ou a EEG (electroencefalografia).

Em geral, os modelos matemáticos são utilizados para extrair mais informação de um dado sistema e assim ficar a compreendê-lo melhor. Um exemplo é a sua aplicação como auxiliares da interpretação dos electroencefalogramas.

O electroencefalograma

O electroencefalograma é um registo da actividade eléctrica do cérebro, gerada pelos neurónios (células nervosas) e medida através de eléctrodos (pequenos discos metálicos) colocados sobre o escalpe. É uma técnica já com quase um século; os primeiros electroencefalogramas de seres humanos foram publicados por Hans Berger em Jena, em 1929. Na figura 1 mostra-se um exemplo do chamado ritmo alfa (8-13 Hz).

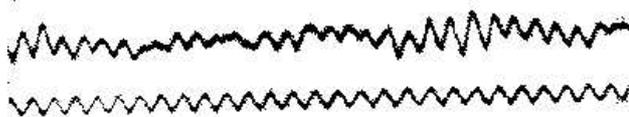


Figura 1: Um dos primeiros electroencefalogramas.

¹ Tradução de *Een wiskundige kijk in de hersenen*, publicado originalmente em *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/4, nr. 3, Setembro 2003.

Traduzido do neerlandês por Paulo Ivo Teixeira.

Direitos de autor atribuídos à autora, Natasha Maurits. Todos os direitos reservados.

A Gazeta de Matemática agradece à autora a gentileza de ter permitido esta publicação.

² Academisch Ziekenhuis Groningen, Afdeling Neurologie, V4, Postbus 30.001, 9700 RB Groningen, Países Baixos.

Num electroencefalograma, o fraco sinal eléctrico proveniente do cérebro começa por ser amplificado electronicamente várias centenas de vezes, sendo em seguida impresso em papel; ou, o que é mais comum hoje em dia, guardado em formato digital. O sinal é sempre um registo da diferença de potencial entre dois eléctrodos, reproduzido num canal. Um registo electroencefalográfico utiliza normalmente entre 20 e 32 eléctrodos, embora já se chegue actualmente aos 64, ou até mesmo aos 128.

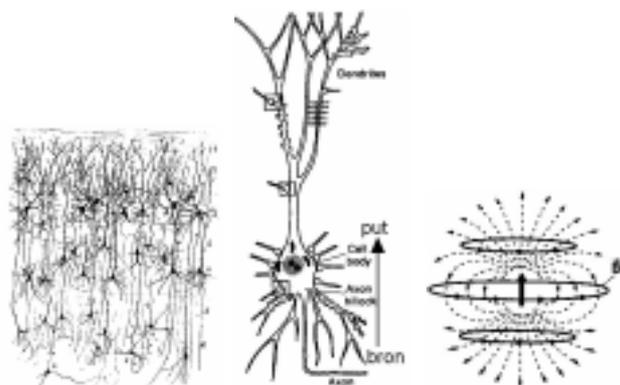


Figura 2: Da esquerda para a direita: a) neurónios na matéria cinzenta; b) neurónio e dipolo; c) campos eléctrico e magnético de um dipolo (bron: fonte, put: sumidoiro).

Sabe-se desde os primórdios da electroencefalografia que certos estados clínicos, como por exemplo a epilepsia, problemas de sono, tumores cerebrais ou demência se manifestam nos electroencefalogramas. Durante muitos anos, a análise dos electroencefalogramas foi por isso feita com base no reconhecimento de padrões associados a certas patologias. A chegada dos computadores veio alterar esta situação. Através do uso de técnicas de filtragem digital, da análise de frequências e de amplitudes, bem como da representação a cores dos campos de potencial, tornou-se mais fácil ao médico ou ao investigador identificar regularidades ocultas na enorme quantidade de dados fornecida por um electroencefalograma. Já há alguns anos que se faz uso clínico dos chamados métodos de localização das fontes.

A localização das fontes e o problema inverso

Com estes métodos procura-se identificar em que partes do cérebro se dá a actividade eléctrica responsável pelos vários componentes do electroencefalograma (expresso em termos de diferenças de potencial). Pode-se assim tentar identificar, a partir de picos de onda associados à epilepsia, qual o local em que tem início um ataque epiléptico. Se a determinação for suficientemente precisa, é por vezes possível extrair cirurgicamente essa pequena porção do cérebro. Abordaremos mais adiante outras aplicações da localização das fontes. Por agora, vejamos como ela se processa.

Para localizar as fontes é preciso resolver um problema inverso: onde devem ser colocadas as fontes de modo a produzir uma dada distribuição de potencial eléctrico na cabeça? Em 1853, Helmholtz demonstrou que este problema não tem solução única, o que quer dizer que diferentes combinações de fontes eléctricas no cérebro podem dar origem ao mesmo potencial eléctrico à superfície. Felizmente, o problema directo tem solução única e em muitos casos calculável. Segue-se portanto que uma dada distribuição de fontes produz uma e uma só distribuição de potencial eléctrico na cabeça.

As leis de Ohm e de Maxwell exprimem matematicamente a relação entre a distribuição de potencial e as fontes.

A resolução do problema directo é, na verdade, equivalente à resolução de um problema de Poisson. O potencial V (ou seja, o electroencefalograma) pode em princípio calcular-se a partir da equação de Poisson, desde que sejam conhecidas a corrente primária \vec{J}^P (a corrente-fonte) e a condutividade da cabeça, σ . A equação de Poisson admite algumas soluções analíticas, mas na maior parte dos casos é necessário resolvê-la numericamente, recorrendo a computadores. Estes métodos de resolução são estudados em Teoria do Potencial.

As leis de Ohm e de Maxwell

As leis de Maxwell exprimem a relação entre os campos eléctrico e magnético produzidos por uma corrente (que pode ser fraca). Dado o muito elevado valor da velocidade de propagação das ondas devidas a variações de potencial no cérebro (da ordem de 10^5 m/s), é possível detectá-las praticamente ao mesmo tempo em qualquer ponto do crânio. Faz-se por isso a aproximação de se tratar de ondas estacionárias, ou seja, independentes do tempo. Para os determinar, utiliza-se a versão estacionária das equações de Maxwell para os campos eléctrico \vec{E} e magnético \vec{B} :

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \vec{E} &= \rho \epsilon_0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \vec{J},\end{aligned}$$

onde ρ é a densidade de cargas, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, ϵ_0 a constante dieléctrica do vácuo, e \vec{J} a densidade de corrente. Esta última grandeza é vectorial, tendo portanto direcção, sentido e intensidade. Como $\operatorname{rot} \vec{E} = 0$, segue-se que o campo eléctrico se pode escrever como o gradiente de um potencial V :

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V.$$

Segundo a lei de Ohm, a densidade de corrente compreende duas contribuições: uma devida à corrente de volume passiva, igual a $\sigma(\vec{r}) E(\vec{r})$; e outra devida à corrente primária \vec{J}^P :

$$\vec{J}(\vec{r}) = \vec{J}^P - \sigma(\vec{r}) \operatorname{grad} V(\vec{r}),$$

onde $\sigma(\vec{r})$ é a condutividade do meio (neste caso o cérebro, o crânio, o couro cabeludo, etc), a qual traduz a facilidade com que as correntes se propagam. É útil fazer esta separação porque a actividade dos neurónios é responsável pela corrente primária nas, ou junto das, células, ao passo que a corrente de volume flui passivamente em todo o meio. Localizar as fontes da actividade eléctrica medida corresponde então a localizar as correntes primárias. $V(\vec{r})$ é como que a "pilha" que dá origem ao electroencefalograma. Tomando a divergência da equação anterior e usando o facto de a divergência do rotacional ser nula (veja-se a última das equações de Maxwell acima), obtém-se

$$\operatorname{div} \vec{J}^P = \operatorname{div} (\sigma \operatorname{grad} V),$$

que é uma equação de Poisson para o potencial $V(\vec{r})$.

Resolução da equação de Poisson: teoria

É conhecida a solução analítica da equação de Poisson num meio infinito, isótropo e cuja condutividade σ não depende da posição:

$$\begin{aligned}V(\vec{r}_0) &= -\frac{1}{4\pi\sigma} \iiint_{\text{volume}} \frac{\nabla \cdot \vec{J}^P}{R} d\vec{r}, \\ R &= |\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}.\end{aligned}$$

Infelizmente, a cabeça não é infinita, nem isótropa, nem a sua condutividade é a mesma em todos os pontos, logo esta solução não é imediatamente utilizável. Para além do mais, o integral de volume representa a soma de todas as

fontes de corrente no meio e não é fácil calculá-lo. É portanto necessário fazer algumas hipóteses simplificativas quanto às fontes e quanto ao condutor.

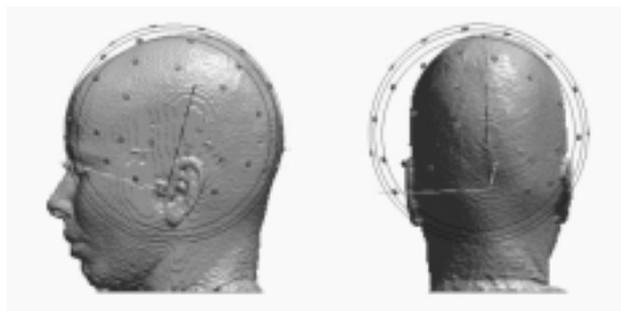


Figura 3. Cabeça e modelo da esfera concêntrica.

Começemos pelas fontes. Em geral, supõe-se que as fontes possam ser representadas por um ou mais dipolos. Um dipolo tem interesse físico uma vez que é possível demonstrar que o potencial devido a um volume contendo várias fontes, como por exemplo grupos de neurónios, se pode escrever como uma soma infinita de contribuições devidas a monopolos, dipolos, tripolos, etc. Felizmente, na maior parte dos casos é possível aproximar as fontes de corrente por um conjunto de dipolos. Um dipolo consiste em duas cargas iguais, mas de sinais contrários, situadas infinitamente próximas uma da outra. A densidade de corrente medida em \vec{r} devida a um dipolo de momento \vec{q} situado em \vec{r}_q é dada pela seguinte expressão matemática:

$$\vec{J}_{dip}(\vec{r}) = \vec{q}\delta(\vec{r} - \vec{r}_q),$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função delta de Dirac. Além de fisicamente interessantes, os dipolos são também fisiologicamente relevantes como modelos de populações de neurónios. Na matéria cinzenta do cérebro encontram-se nomeadamente neurónios piramidais (ver figura 2a). O que se mede num electroencefalograma é a actividade eléctrica destas células. Como elas são paralelas umas às outras, se várias forem activadas de forma suficientemente síncrona (tanto espacial como temporalmente), a corrente efectiva daí resultante será suficientemente intensa para poder ser medida à superfície. Eis, em poucas palavras, como funciona um destes neurónios: um estímulo exterior (por exemplo, calor junto a um dedo) causa movimentação dos iões, gerando assim uma corrente intracelular, que por sua vez produz uma corrente secundária, de volume, extracelular. Com esta segunda corrente, fecha-se o circuito iónico. Esta circulação de iões em grupos de neurónios (figura 2c) pode ser modelada por intermédio de um dipolo, a que se chama "dipolo equivalente". Um tal dipolo representa normalmente alguns cm^2 de córtex (a superfície do cérebro).

Uma solução analítica do Problema de Poisson

O potencial no ponto \vec{r} do interior de um condutor esférico homogéneo devido a um dipolo de momento \vec{q} situado noutro ponto, \vec{r}_q , do mesmo condutor tem a seguinte expressão:

$$V(\vec{r}; \vec{r}_q, \vec{q}) = V_r(\vec{r}; \vec{r}_q, \vec{q}) + V_t(\vec{r}; \vec{r}_q, \vec{q}),$$

$$V_r(\vec{r}; \vec{r}_q, \vec{q}) = \frac{q_r}{4\pi\sigma} \left[\frac{2(r \cos \gamma - r_q)}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3} - \frac{1}{r_q|\vec{r} - \vec{r}_q|} - \frac{1}{rr_q} \right],$$

$$V_t(\vec{r}; \vec{r}_q, \vec{q}) = \frac{q_t}{4\pi\sigma} \cos \beta \sin \gamma$$

$$\times \left[\frac{2r}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3} - \frac{|\vec{r} - \vec{r}_q| + r}{r|\vec{r} - \vec{r}_q|(r - r_q \cos \gamma + |\vec{r} - \vec{r}_q|)} \right],$$

onde se decompôs o momento dipolar em componentes radial e tangencial, $q_r = q \cos \alpha$ e $q_t = q \sin \alpha$, respectivamente. Grandezas cujos símbolos contêm $\vec{}$ são vectoriais; o mesmo símbolo sem $\vec{}$ representa o comprimento do vector. Por sua vez, β é o ângulo entre o plano definido pelos vectores \vec{r}_q e \vec{q} e o plano definido pelos vectores \vec{r}_q e \vec{r} . Está assim resolvida a forma mais simples do problema directo: conhece-se o potencial na superfície de uma esfera devido a um dipolo localizado no interior dessa mesma esfera.

Para resolver a equação de Poisson, somos obrigados a fazer suposições não só quanto às fontes, como também quanto à natureza do meio onde se encontram. Ou seja, temos de saber qual é a geometria da cabeça e qual a sua condutividade em cada ponto. A aproximação mais simples consiste em supor que a cabeça seja esférica, com a grande vantagem que, neste caso, o problema de Poisson tem solução analítica: o potencial eléctrico é aquele que é gerado numa esfera devido a um dipolo situado no interior dessa mesma esfera. É esta a mais simples de todas as soluções do problema directo, que ainda assim é muito útil.

O potencial devido a vários dipolos situados no interior de uma esfera obtém-se somando as contribuições de cada um, uma vez que a equação de Poisson é linear. Uma aproximação um pouco mais sofisticada consiste em tomar a cabeça como sendo constituída por camadas concêntricas: uma esfera central correspondendo ao cérebro e ao fluido cérebro-espinhal; uma camada correspondendo ao crânio; e outra correspondendo ao couro cabeludo (figura 3). Também este caso admite solução analítica, embora a mesma tenha uma forma matemática bem mais complexa.

Infelizmente, uma esfera não é um modelo suficientemente preciso para uma cabeça real, dadas as irregularidades que esta apresenta. Como se pode ver pela figura 3, a esfera é uma má aproximação para as regiões temporais e para a parte inferior da cabeça. Tanto o cérebro como o crânio são algo achatados por baixo. Embora já se soubesse deste problema há muito, não era possível resolvê-lo dadas as limitações do poder de cálculo disponível. Actualmente, porém, qualquer PC tem capacidades de cálculo muito apreciáveis, permitindo portanto modelar a cabeça de forma realista, mediante recurso à triangulação ou à divisão em elementos de volume (ver figura 5).

Na figura 5 mostra-se que é possível aproximar a forma da cabeça bastante bem utilizando triângulos. As triangulações revelam-se muito úteis porque o potencial na superfície da cabeça (bem como em qualquer das outras interfaces entre os diferentes condutores) é dado pela solução de uma equação integral sobre cada uma das superfícies. Isto sucede porque a solução da equação de Poisson se pode escrever como um integral de volume, o qual pode ser convertido num integral de superfície utilizando a identidade de Green. Por sua vez, a equação integral pode ser convertida numa equação matricial (discreta), uma vez que com a triangulação (ou com os elementos de volume) pretende-se apenas conhecer o valor do potencial num número finito de pontos. Pode-se então usar o *método dos elementos fronteira* para resolver o problema numericamente.

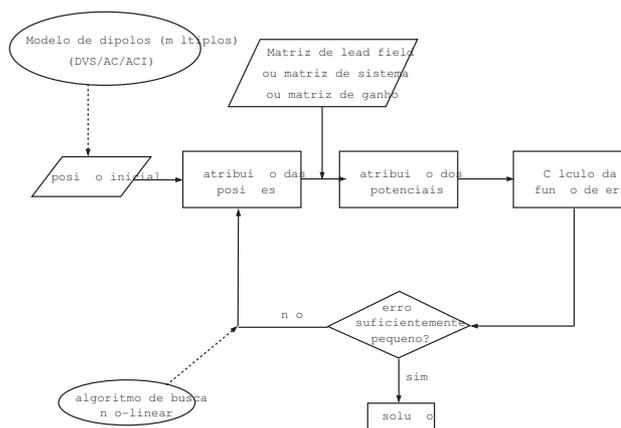


Figura 4: Diagrama de fluxo da resolução do problema inverso com auxílio do problema directo.

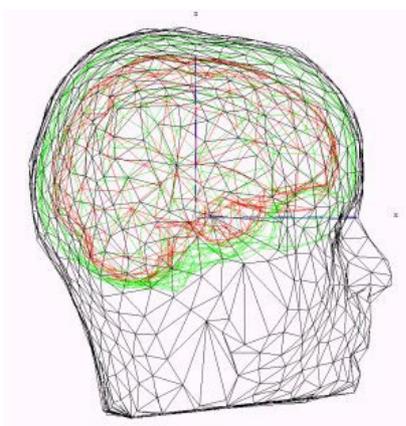


Figura 4: Cabeça e modelo realista (triangulação).

O problema inverso na prática

Agora que já sabemos como resolver o problema directo, vejamos como ele nos pode servir para resolver o problema inverso. Pretende-se, portanto, calcular as fontes responsáveis por um dado potencial medido sobre a superfície da cabeça.

Para tal, procede-se de forma “iterativa”: resolve-se o problema directo um grande número de vezes, comparando sempre a solução com o resultado obtido no electroencefalograma. A figura 4 resume este processo por meio de um diagrama de fluxo.

Resolução da equação de Poisson pelo método dos elementos fronteira

O potencial $V(\vec{r})$ numa superfície S_{ij} que separa os condutores i (por exemplo, o ar) e j (por exemplo, o couro cabeludo) é dada por:

$$(\sigma_i + \sigma_j)V(\vec{r}) = 2\sigma V_0(\vec{r}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} (\sigma_i - \sigma_j) \int_{S_{ij}} V(\vec{r}) d\Omega_r(\vec{r}'),$$

$$V_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\sigma_0} \iiint_{\text{volume infinito}} \frac{\nabla' \cdot \vec{J}^p}{R} d\vec{r}',$$

$$d\Omega_r(\vec{r}') = -\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dS'_{ij}.$$

Há que explicar a notação: a soma \sum_{ij} é tomada sobre todas as interfaces entre os condutores i e j (no caso de um modelo realista, entre ar e couro cabeludo, couro cabeludo e crânio, e crânio e encéfalo), σ_i é a condutividade do condutor i e σ_0 a condutividade do vácuo. $V_0(\vec{r})$ é o potencial gerado pela fonte \vec{J}^p situada num meio infinito e homogéneo, com condutividade σ_0 . $d\Omega_r(\vec{r}')$ é definido como o ângulo sólido segundo o qual o elemento de área dS'_{ij} contendo o ponto \vec{r}' é visto a partir do ponto \vec{r} . Após triangulação, estas equações integrais sobre as superfícies reduzem-se a equações matriciais, que podem ser resolvidas em computador para se achar o potencial devido a uma dada fonte num modelo de cabeça realista. No *método dos elementos fronteira* (MEF), decompõe-se cada superfície S_i , $i=1, \dots, m$ em n_i triângulos $\Delta_1^i, \dots, \Delta_{n_i}^i$. Numa primeira

aproximação, supõe-se que o potencial $V(\vec{r}) = V_k^i$ é constante em cada triângulo. Para maior precisão, utilizam-se interpolações lineares, ou de ordem mais alta, do potencial entre os vértices de cada triângulo. Efectuando os integrais que constam da equação acima sobre a superfície triangulada, obtém-se um sistema de n_i equações para V_k^i nos triângulos da superfície, com $i, k=1, \dots, n_i$:

$$\vec{V}^i = \sum_{j=1}^m H^{ij} \vec{V}^j + \vec{g}^i,$$

$$\vec{g}_k^i = \frac{1}{\mu_k^i} \frac{2}{\sigma_i^- + \sigma_i^+} \int_{\Delta_k^i} V_0(\vec{r}') dS'_i,$$

$$H_{kl}^{ij} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^- + \sigma_i^+} \right) \frac{1}{\mu_k^i} \int_{\Delta_k^i} \Omega_{\Delta_l^j}(\vec{r}') dS'_i,$$

onde \vec{V}^i e \vec{g}^i são matrizes coluna, H^{ij} é uma matriz, σ_i^- e σ_i^+ são as condutividades dentro e fora da superfície S_i , respectivamente, μ_k^i é a área do k -ésimo triângulo, Δ_k^i , da i -ésima superfície, S_i , e $\Omega_{\Delta_l^j}(\vec{r}')$ é agora o ângulo sólido discretizado. Na prática, esta última grandeza é comumente aproximada pelo valor que toma no centro de gravidade do triângulo correspondente, Δ_k^i . Os elementos de matriz H_{kl}^{ij} dependem apenas da geometria do condutor (a cabeça) e por isso necessitam de ser calculados apenas uma vez para cada condutor. A única coisa que muda é o termo de fonte, \vec{g}^i , que depende das fontes de corrente e tem de ser actualizado a cada passo.

Começa-se por supôr uma determinada distribuição das fontes e da forma dos condutores. Calcula-se então o potencial para estas geometria e configuração das fontes (ou seja, resolve-se o problema directo). O potencial assim obtido é em seguida comparado com o potencial medido no electroencefalograma. Se a diferença entre os dois for

pequena, está encontrada a solução. Caso contrário, altera-se de forma apropriada a posição das fontes e repete-se o cálculo. Expliquemos agora cada um dos passos deste processo.

Primeiro, há que encontrar uma maneira prática de determinar o potencial para fontes e condutor dados (isto

é, de resolver o problema directo) sem ter de repetir várias vezes os mesmos cálculos. Esta determinação tem de ser realizada em cada passo da iteração. Como se disse atrás, achar o potencial não constitui qualquer problema. No caso de dipolos numa esfera existe uma solução fechada, enquanto que para um modelo realista é necessário resolver uma equação matricial. Na prática, não se repete este cálculo para cada nova configuração das fontes (ou dos dipolos): em vez disso, efectua-se logo à partida um conjunto de cálculos criteriosamente escolhidos, cujos resultados podem ser re-utilizados no decurso do processo iterativo.

Vimos já que a equação de Poisson é linear; o potencial devido às fontes comporta-se linearmente. O potencial medido é por isso a soma das contribuições das diferentes fontes. O potencial do (par de) eléctrodo(s) i pode portanto escrever-se como função linear da densidade de corrente:

$$V_i = \int \vec{L}_i(\vec{r}) \cdot \vec{j}^p(\vec{r}) d\vec{r},$$

onde \vec{L}_i é o operador de *lead field*, o qual depende da condutividade do meio e da configuração dos eléctrodos. Se, como é costume admitir-se, a fonte for um dipolo de momento \vec{q} situado no ponto \vec{r}_q ($\vec{j}^p(\vec{r}) = q\delta(\vec{r} - \vec{r}_q)$), ter-se-á:

$$V_i(\vec{q}, \vec{r}_q) = \int \vec{L}_i(\vec{r}) \cdot \vec{q}\delta(\vec{r} - \vec{r}_q)(\vec{r}) d\vec{r} = \vec{q} \cdot \vec{L}_i(\vec{r}_q).$$

O *lead field* pode em princípio obter-se calculando o potencial gerado em cada ponto \vec{r} do modelo da cabeça por um dipolo de momento \vec{q} que ocupe sucessivamente todas as posições $\vec{r}_q \neq \vec{r}$ possíveis nesse mesmo modelo. Uma vez conhecido \vec{L}_i , pode-se utilizá-lo para calcular o potencial gerado no mesmo modelo por uma outra distribuição de fontes. Isto é relativamente fácil de fazer para um modelo esférico. Já para um modelo que reproduza de modo realista a forma da cabeça, o cálculo é muito mais difícil e potencialmente demorado. Existem felizmente processos mais inteligentes de calcular o *lead field* para modelos realistas da cabeça.

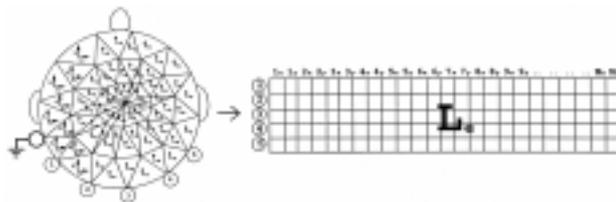


Figura 6: M dipolos (bidimensionais) nos elementos finitos e 5 eléctrodos (mais a massa) dão uma matriz de lead field com dimensões $5 \times 2M$ [4].

Na prática, a equação que dá o *lead field* para uma dada configuração \vec{s} das fontes e potenciais \vec{d} nos eléctrodos, num sistema com ruído \vec{n} , é

$$\vec{d} = \vec{L} \cdot \vec{s} + \vec{n}.$$

A matriz de *lead field* tem um número de linhas igual ao número de eléctrodos e um número de colunas igual ao número de posições possíveis das fontes. Este último número é finito, uma vez que as posições na cabeça estão discretizadas. Resolver o problema directo da forma habitual, calculando a matriz de *lead field* de uma cabeça composta por 16^3 elementos, sendo que em cada elemento reside um dipolo com três componentes ortogonais, demoraria mais de um dia. Ora um modelo de volume finito da cabeça razoável pode ter 300.000 elementos com 600.000 nodos: se se fosse colocar um dipolo em cada elemento, seria obviamente impossível calcular a matriz de *lead field* (pelo processo tradicional). Uma solução para este problema consiste em utilizar o princípio da reciprocidade (Helmholtz, 1853). Segundo este princípio, a diferença de potencial entre dois pontos (eléctrodos) A e B devida à presença de um dipolo \vec{p} (equivalente) é dada pelo produto interno de \vec{p} com o campo eléctrico \vec{E} gerado, no ponto onde o dipolo se encontra, por uma corrente unitária I entre A e B :

$$\frac{\vec{E} \cdot \vec{p}}{-I} = V_A - V_B.$$

Pode-se desta forma calcular facilmente \vec{L} . Colocando num dos eléctrodos uma fonte unitária e no outro um sumidoiro unitário, cria-se uma corrente unitária entre os dois e

acha-se o campo de potencial por ela produzido em todos os elementos. Tomando em seguida o gradiente deste potencial, obtém-se o campo eléctrico em cada elemento. As componentes do campo eléctrico em todos os elementos constituem as linhas da matriz de *lead field* [4]. Agora, há apenas que resolver tantos problemas directos quantos os eléctrodos (um dos eléctrodos de cada par está sempre ligado à massa), em vez de tantas quantas as posições possíveis do dipolo (figura 6). Por outras palavras: a resolução de cada problema directo dá origem a uma linha da matriz de *lead field*, em vez de a uma coluna. \vec{L} só precisa de ser calculado uma vez: em cada passo resolve-se a equação do *lead field*, mas em que \vec{L} é conhecido.

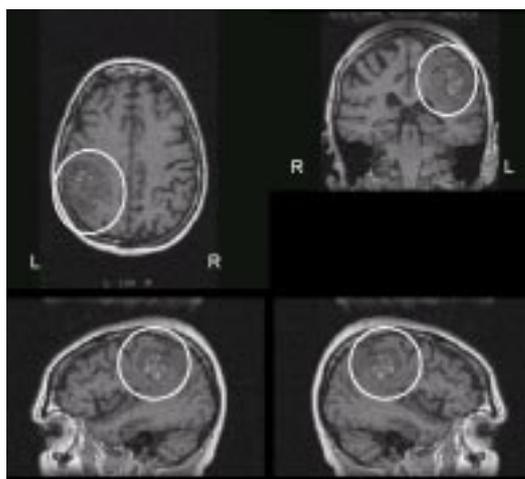


Figura 7: MRI de uma mulher de 65 anos com um tumor cerebral (delimitado pela circunferência).

O passo seguinte da resolução iterativa do problema inverso consiste na iteração em si. Quer isto dizer achar novas posições das fontes enquanto a diferença entre os potenciais medido e calculado for demasiado grande. Trata-se de um problema dito de optimização não linear, que se resolve em vários ramos da matemática. Há por isso muitos métodos que se podem utilizar [8]. Na localização das fontes é correntemente empregue o algoritmo de Marquardt, que é uma variante do método da descida mais inclinada (*steepest descent method*).

O algoritmo de Marquardt, uma variante do método da descida mais inclinada (*steepest descent method*)

Para perceber mais facilmente o algoritmo de Marquardt é conveniente pensar no resíduo que se quer minimalizar como uma paisagem montanhosa, na qual os vales representam valores pequenos do resíduo e os picos valores grandes. Pretende-se encontrar o vale mais profundo sem ficar preso num mínimo local. No método da descida mais inclinada procura-se o mínimo descendo sempre a "encosta", com origem no ponto de partida (isto é, dá-se passos na direcção do gradiente local da função), mas em sentido contrário. O tamanho do passo é escolhido de forma a ser o maior que nos permita descer a encosta sem atravessar todo o vale e começar a subir a encosta do outro lado. A determinação do tamanho do passo envolve um processo de busca, pelo que o método não é muito eficiente. Tem, além disso, a propriedade de a aproximação ao mínimo ser feita aos zigue-zagues, e não em linha recta (ver figura 8).

O algoritmo de Marquardt serve-se da curvatura local para ajudar a determinar o tamanho do passo que é preciso dar no sentido contrário ao do gradiente, o que constitui um melhoramento do método da decida mais inclinada. Quando o resíduo é aproximadamente uma forma quadrática, a minimização é feita utilizando a curvatura local; quando tal não sucede, o algoritmo recorre ao método da descida mais inclinada. Este último é, portanto, utilizado quando se está ainda longe do mínimo, e o método baseado na curvatura quando já se está próximo. No método de Marquardt não é costume iterar até se atingir a convergência, uma vez que o ponto representativo do sistema tende a oscilar em torno do mínimo. Em vez disso, interrompe-se o processo quando o resíduo começa a variar muito pouco.

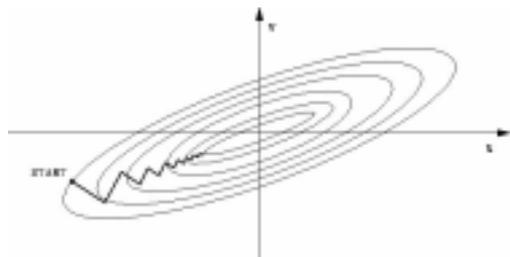


Figura 8: Curvas de nível e trajetória de busca da descida mais inclinada para um resíduo quadrado com um mínimo.

Por último, seja qual for o método de resolução que se escolha para o problema inverso, tem de se especificar o número de dipolos a incluir de forma a ter um modelo fidedigno. Aqui é necessário escolher tanto o número como o tipo de fontes e dar as respectivas posições iniciais para que o processo iterativo possa arrancar. A escolha das posições iniciais é feita recorrendo aos resultados de outros estudos, como por exemplo a fMRI. Além disso, sabe-se por vezes, com base em dados fisiológico-anatómicos, quais as partes do cérebro que têm actividade eléctrica.

Sucedem com frequência que a determinação do número de fontes se faz mediante apelo aos resultados de outras técnicas, como sejam a fMRI, EEG ou PET. Por vezes sabe-se antecipadamente, com base em dados fisiológico-anatómicos, quais as zonas do cérebro que deverão entrar (simultaneamente) em actividade. Em alternativa, o número de dipolos pode ser determinado por um processo puramente matemático, utilizando os métodos da DVS (decomposição em valores singulares), ACP (análise de componentes principais) ou ACI (análise de componentes independentes).

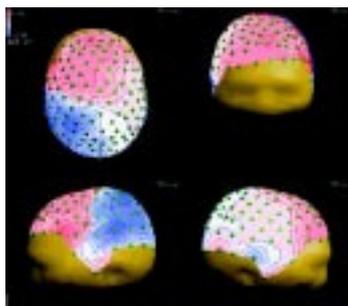


Figura 9: Distribuição de potencial correspondente à resposta N20 e obtido por PES do nervo mediano de uma mulher de 65 anos com um tumor cerebral.

No método da DVS calcula-se, com o auxílio dos maiores valores singulares da matriz das grandezas medidas, um conjunto de componentes, ou topografias, das quais a primeira contém a maior parte da variação espacial ou temporal. A segunda componente é perpendicular à primeira e contém a maior parte da restante variação, e assim sucessivamente. Uma desvantagem deste método é que as componentes são vistas como perpendiculares, o que fisiologicamente nem sempre é verdade. Acresce que em geral não existe uma correspondência unívoca entre as componentes da SVD e as fontes (dipolares) reais: sucede apenas que o número de componentes mais importantes (com valores singulares de maior magnitude) dá uma boa indicação do número de fontes activas. O método da ACP, em que as componentes são rodadas umas em relação às outras, é comparável ao da DVS. Quanto ao método da ACI, tem vindo a ser cada vez mais utilizado, uma vez que nele não se supõe que as componentes são perpendiculares: basta que sejam independentes umas das outras. Os resultados assim obtidos são em geral melhores [5].

Considerações práticas e uma aplicação

Nem sempre é fácil encontrar uma solução suficientemente precisa do problema inverso. As razões são que o potencial é medido num número pequeno de pontos (isto é, apenas onde estão colocados eléctrodos), que o potencial perde definição devido à presença dos ossos do crânio, e que há muito ruído eléctrico. A localização das fontes só é possível quando a intensidade do sinal é grande face à intensidade do ruído (ou seja, quando a razão sinal/ruído é grande). Há muitas maneiras de melhorar esta razão. Se for possível medir o sinal mais do que uma vez, como por exemplo no decurso de um ataque epiléptico, ou quando se trabalha com potenciais evocados (PEs), pode fazer-se a média. O método dos potenciais evocados consiste em estimular o cérebro um grande número de vezes (que pode ser da ordem das centenas), quer com picos de tensão isolados (PE somato-sensorial), quer visualmente (PE visual). A ideia

subjacente é que um tal estímulo é processado pelo cérebro sempre da mesma maneira e por isso dá sempre origem a sinais idênticos no electroencefalograma, ao passo que o ruído vai ser diferente para cada estímulo. Fazendo a média dos sinais que correspondem aos estímulos, consegue-se amplificar o sinal relativamente ao ruído e assim melhorar a razão sinal/ruído.

Decomposição em valores singulares

De um ponto de vista matemático, o método da decomposição em valores singulares (DVS) exprime uma matriz M contendo os resultados de medições como

$$M = U \Lambda V^T,$$

onde Λ é uma matriz diagonal contendo os valores singulares λ_k de M , M^T é a matriz transposta de M , e U e V são matrizes unitárias ($U \cdot U^T = I$, $V \cdot V^T = I$, sendo I a matriz identidade), construídas a partir dos vectores singulares de M . Pode-se então mostrar que a diferença S entre os valores medidos e os valores previstos com base num modelo dipolar com r graus de liberdade (um dipolo fixo tem 1 grau de liberdade), definida como

$$S = \|M - B\|_F^2,$$

$$\|A\|_F^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij}^2,$$

é sempre maior ou igual do que

$$\sum_{k=r+1}^{\text{característica de } M} \lambda_k^2,$$

onde A é uma matriz aleatória, B é a matriz que corresponde ao potencial gerado por um modelo dipolar com r graus de liberdade, e os valores singulares estão por ordem decrescente de magnitude. Segue-se então que o resíduo depende do número de valores singulares desprezados, mas também que existe um número óptimo de valores singulares, logo de graus de liberdade do modelo dipolar, acima do qual o resíduo já não diminui de forma apreciável.

No caso de alguns PEs, sabe-se que partes do cérebro processam os estímulos. É assim possível estabelecer, antes de uma operação de alto risco, quais as partes do cérebro responsáveis pelas funções mais importantes, de modo a evitar danificá-las. Como exemplo, veja-se o caso de uma senhora de 65 anos com um tumor cerebral.

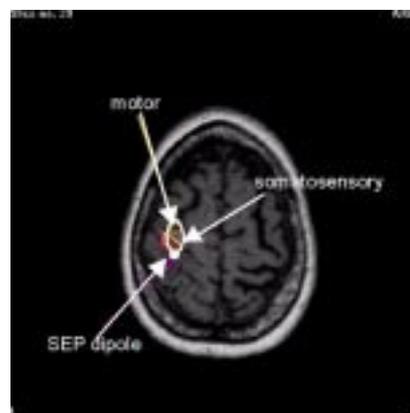


Figura 10: Resultados de fMRI e PES pré-operatórios.

A senhora tinha falta de sensibilidade e de mobilidade na mão direita, bem como dificuldades de fala. Face a estes sintomas, foi realizado um exame de MRI que acabou por revelar a presença de um tumor afectando precisamente as regiões do cérebro que controlam a mão direita e parte da fala (figura 7).

Impunha-se a remoção cirúrgica do tumor, mas o neurocirurgião desejava conhecer de antemão a posição relativamente ao tumor das regiões do cérebro responsáveis pelo tacto e pelo movimento. Fez-se por isso, entre outros exames pré-operatórios, um PES (PE somato-sensorial) do nervo do pulso. Consistiu este em aplicar 500 vezes uma descarga eléctrica ao nervo do pulso, a qual atinge uma região do cérebro conhecida por córtex somato-sensorial 20 mili-segundos mais tarde. A resposta eléctrica (PES) que corresponde a este estímulo chama-se N20; procedeu-se então à localização das fontes para os instantes em que esta resposta tinha amplitude máxima (figura 9). Como o córtex somato-sensorial é uma região bastante superficial do cérebro e o sinal dele proveniente sofre, portanto,

menor perda de definição do que no caso de fontes mais profundas, é possível localizar com bastante precisão a fonte da resposta N20. Para modelar esta fonte escolheu-se um dipolo com posição e orientação fixas, o qual representa assim uma região do cérebro que faz o processamento de um estímulo eléctrico dado ao nervo do pulso 20 milissegundos antes.

Utilizou-se um modelo da cabeça tendo por base o resultado do exame de MRI da paciente, fazendo uso de técnicas de segmentação para definir as três camadas (cérebro, crânio e couro cabeludo). A escolha das posições dos eléctrodos, essencial para uma localização fiável das fontes, foi igualmente determinada pelo resultado do exame SEP da paciente. A técnica de localização empregue serve-se, entre outros, do algoritmo de Marquardt. O resultado final pôde ser comparado com o *hot-spot* de um exame de fMRI pré-operatório durante o qual se estimularam mecanicamente os dedos, obtendo-se um bom acordo (figura 10). Durante a operação procurou-se preservar as regiões atrás identificadas com o auxílio de técnicas de neuronavegação, as quais permitem ao neurocirurgião ver a posição em que se encontra a trabalhar numa reprodução do registo MRI do paciente.

Conclusão

A localização das fontes de actividade eléctrica no cérebro envolve toda uma gama de técnicas matemáticas, tanto na modelação da cabeça e das fontes eléctricas, como para resolver as equações que daí resultam. Além das técnicas atrás descritas, foram concebidos muitos outros métodos para determinar de forma fisiologicamente fidedigna a fonte dos sinais medidos num electroencefalograma, os quais naturalmente não pudemos abordar aqui. Dados os

progressos das técnicas de medida e de análise, os métodos de localização das fontes vão ser cada vez mais utilizados nos próximos anos, certamente em combinação com outras técnicas imagiológicas, como sejam a fMRI e a MEG (magnetoencefalografia). Talvez assim o mistério do cérebro comece a desvendar-se um pouco e possamos continuar a compreendê-lo cada vez melhor.

Referências

- [1] R. N. Kavanagh *et al.*, "Evaluation of methods for three-dimensional localization of electrical sources in the human brain". *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **25**, 421-429 (1978).
- [2] J. C. Mosher *et al.*, "EEG and MED: Forward solutions for inverse methods". *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **46**, 245-259 (1999).
- [3] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics* (Wiley, New York, 1988).
- [4] D. Weinstein *et al.*, "Lead-field bases for electroencephalography source imaging". *Ann. Biomed. Eng.* **28**, 1059-1065 (2000).
- [5] J. Kastner *et al.*, "Comparison between SVD and ICA as pre-processing tools for source reconstruction". <http://biomag2000.hut.fi/papers/0865.pdf>.
- [6] R. Plonsey, *Bioelectric phenomena* (McGraw-Hill Series in Bioengineering, New York, 1969).
- [7] E. Niedermeyer *et al.*, *Electroencephalography* (Urban & Schwarzenberg, Baltimore, 1987), capítulo H3: "Biophysical aspects of EEG and magnetoencephalogram generation", por F. Lopes da Silva *et al.*
- [8] W. H. Press *et al.*, *Numerical Recipes* (Cambridge University Press, Cambridge, 1992).
- [9] M. Hämmäläinen *et al.*, "Magnetoencephalography - theory, instrumentation and applications to noninvasive studies of the working human brain". *Rev. Mod. Phys.* **65**, 413-497 (1993).

Livros contados

Paulo Ventura Araújo

Cartas entre Guido Beck e cientistas portugueses,

de Augusto J. S. Fitas, António A. P. Videira (colecção *Estudos e Documentos*, Instituto Piaget, 2004)
recensão crítica por Paulo Ventura Araújo, Universidade do Porto

A matemática e a física sempre mantiveram estreita relação, de tal modo que só no último século e meio emergiu claramente a especificidade de cada uma delas. A geometria euclidiana seria uma descrição exacta do mundo físico, e por isso um geómetra era também necessariamente um físico. Só quando a matemática se refugiou na abstracção é que se resolveram alguns velhos paradoxos, pois aí o teste decisivo passou a ser a consistência lógica e já não o confronto com a realidade. Até então os grandes cientistas da história (Arquimedes, Newton e Gauss, por exemplo) eram indiferenciadamente físicos ou matemáticos, e hoje tanto a física como a matemática os reivindicam orgulhosamente como seus.

Este livro regista a passagem de um meteoro pelo mundo científico e académico português no início dos anos quarenta, em plena segunda guerra mundial. Guido Beck (1903-1988), judeu austríaco, físico teórico, chegou a Portugal, vindo de França, em 28 de Dezembro de 1941, e embarcou com destino à Argentina em 29 de Março de 1943. Durante a sua estadia de quinze meses, os contactos mais assíduos e frutuoso que manteve, e se prolongaram epistolarmente por vários anos, foram, não com físicos, mas com matemáticos. Talvez em nenhuma outra época da vida portuguesa tenha havido tão profunda comunhão de interesses entre cientistas destas duas áreas.

As cartas propriamente ditas ocupam a segunda parte do livro; a primeira é preenchida com um ensaio em que se fala da carreira prévia de Beck, se descreve a traços largos mas sugestivos a universidade portuguesa na época, e se dá conta da intensa actividade desenvolvida por Beck, em precaríssimas condições, num rodopio entre Coimbra, Porto,

Lisboa, Sintra e Caldas da Rainha(!). Ficamos também a saber o que aconteceu àqueles com quem Beck trabalhou, e à ciência portuguesa, depois da sua saída do país. (A correspondência entre Beck e os seus contactos portugueses dura pelo menos até 1953.)

A universidade portuguesa dos anos trinta e quarenta era um mundo fechado, em que a investigação científica era hostilizada tanto pelo regime político como pelos representantes do sebentismo tradicional; mas foi também nessa época que cultores das mais variadas disciplinas convergiram em acções de vulto em prol da cultura científica e da investigação. Esse movimento ecuménico, que teve em Bento Caraça e Abel Salazar figuras de proa na acção cívica e pedagógica, foi assinalado por várias iniciativas marcantes: em 1933, a realização em Lisboa, pelo jornal *O Século*, de uma série de treze conferências em que ex-bolseiros da *Junta de Educação Nacional* no estrangeiro puderam expor a um público alargado os resultados do seu trabalho; e a fundação, no *Instituto Superior Técnico*, em 1936, de um seminal *Núcleo de Matemática, Física e Química* em que colaboraram, entre outros, Ruy Luís Gomes e Bento Caraça. Mas logo em 1935 o governo expulsou da universidade, por «*revelarem espírito de oposição*» (no dizer do Decreto-Lei n.º 25 317 de 13 de Maio de 1935, ao abrigo do qual se decretaram as expulsões), vários dos que publicamente se associaram a tais iniciativas: Rodrigues Lapa, de Lisboa; Aurélio Quintanilha e Sílvio Lima, de Coimbra; e Abel Salazar, do Porto. E, em Dezembro de 1944, num episódio caricato mas elucidativo da mentalidade dominante, o então presidente da *Academia das Ciências de Lisboa*, Júlio

Dantas, publica uma crónica n' *O Primeiro de Janeiro* com «o propósito claro de desacreditar e mostrar a inutilidade da investigação científica» (cf. *Cartas*, pág. 112).

Guido Beck doutorou-se em 1925, em Viena, com uma tese sobre a teoria da relatividade geral; posteriormente, entre 1926 e 1935, foi um dos físicos teóricos mais activos em física quântica e nuclear. Foi assistente de Heisenberg em Leipzig de 1928 até Fevereiro de 1932; desde então, com a crise económica que afligia a Europa, agravada, para um judeu como Beck, pela chegada de Hitler ao poder em 1933, teve dificuldade em conseguir emprego estável, iniciando uma peregrinação por universidades europeias que incluiu a República Checa, Suíça, Inglaterra, Dinamarca, URSS, França e terminou, onze anos depois, em Portugal. Imediatamente antes de vir para cá trabalhou como investigador no *Instituto de Física Atómica* de Lyon, na zona livre de França. Quando chegou a Coimbra, no final de 1941, com uma bolsa do *Instituto de Alta Cultura* (IAC), trazia um visto de permanência por seis meses. Em Coimbra proferiu cursos avançados; dinamizou uma série de conferências com o título geral *Introdução Física e Filosófica à Teoria dos Quanta*, em que colaboraram professores de matemática (Pacheco de Amorim, Manuel dos Reis e J. Vicente Gonçalves), de física (Mário Silva e João Almeida Santos), de química e de filosofia; conduziu trabalhos de investigação de que resultaram publicações em co-autoria na *Physical Reviews*; e iniciou a orientação daquele que viria a ser o primeiro doutorado em física teórica numa universidade portuguesa (José Luís Rodrigues Martins). Convidado para leccionar um curso introdutório à teoria dos quanta na Faculdade de Ciências de Lisboa, soube-se, já depois de matemáticos e físicos terem organizado um conjunto de lições preparatórias para esse curso, que Beck não seria autorizado a proferi-lo, pois o IAC considerou impróprio que alguém colocado em Coimbra colaborasse com outra universidade. Mas foi em Lisboa, por ocasião desse malogrado curso, que Guido Beck e Ruy

Luís Gomes, professor catedrático de física-matemática no Porto, se encontraram pela primeira vez.

Em Julho de 1942 terminou a colaboração de Beck com Coimbra e expirou o seu visto de residência. Depois de uma estadia em Sintra, e a convite de Ruy Luís Gomes, permaneceu no Porto de Outubro de 1942 a Fevereiro de 1943 para dirigir, no âmbito do *Centro de Estudos Matemáticos* (fundado pelo próprio R. L. Gomes em 1942 com o apoio do IAC), o primeiro *Seminário de Física Teórica* do país, em que participaram, além de Beck e R. L. Gomes, Rodrigues Martins e A. L. Fernandes de Sá, estudantes de doutoramento de Beck, e José Sarmento, do laboratório de Física da FCUP. A peculiaridade de ser um centro de matemática, e não de física, a acolher este seminário explica-se por haver à época maior tradição de ensino da física teórica na licenciatura em matemática do que na de físico-química. Ruy Luís Gomes foi aliás um dos introdutores das novas teorias físicas em Portugal, e o primeiro a publicar (em 1938) um manual em português sobre relatividade restrita. Depois de Beck, o *Seminário de Física Teórica* foi dirigido, entre Outubro de 1943 e Junho de 1944, pelo romeno Alexandre Proca. Posteriormente, sem a orientação de um físico, o seminário desviou-se para a física matemática, com participações de Almeida e Costa, Neves Real e Alfredo Pereira Gomes. As prisões e saneamentos políticos de 1946 e 1947, atingindo R. L. Gomes e tantos outros universitários, ditaram o fim do seminário e de muita da actividade científica que então decorria em Portugal.

O ensaio que abre o livro conta a história que acabámos de resumir; e, agora que conhecemos os personagens, podemos espreitar-lhes as cartas. Entre os correspondentes mais assíduos de Guido Beck figuram Bento Caraça (que com ele conviveu em Sintra), Ruy Luís Gomes, António Aniceto Monteiro, Manuel Valadares (físico experimental em Lisboa), Fernandes de Sá, Rodrigues Martins e Alexandre Proca. Os assuntos propriamente científicos quase não são tocados nessas cartas: acertam-se pormenores de visitas e

de cursos, pede-se ajuda na resolução de dificuldades financeiras ou burocráticas, lamentam-se vicissitudes profissionais ou pessoais. Há três ou quatro enredos que se entrelaçam e que podemos acompanhar, embora com lacunas, até à feliz ou amarga conclusão. O primeiro é a dificuldade de Beck em conseguir passagem para a Argentina:

«*Quanto a mim, estudo a equação $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$. Os três termos à esquerda correspondem às três parcelas do meu bilhete de passagem para Buenos Aires, a primeira delas encontra-se em Nova Iorque, a segunda em Lisboa, desconheço onde está a última, mas suponho que esteja na Irlanda*» (carta de Dezembro de 42 a Bento Caraça). Antes de embarcar, Beck esteve três dias preso no Aljube e um mês com residência fixa nas Caldas da Rainha, onde chegou a ser procurado por estudantes que buscavam a sua orientação.

O segundo enredo é a odisséia de António Aniceto Monteiro, um dos dois ou três maiores matemáticos portugueses do século XX, impedido de trabalhar no seu país por recusar o compromisso, obrigatório para funcionários públicos, de «*repudiar activamente o comunismo e todas as ideias subversivas*». Sobrevivendo em Portugal, com mulher e dois filhos, de explicações e da ajuda de amigos, viu aprovada em Agosto de 1943 a sua contratação pela Faculdade Nacional de Filosofia, no Rio de Janeiro; mas só em Março de 1945, depois de vencidos obstáculos de toda a ordem, pôde chegar ao Brasil. Em socorro do seu amigo, Guido Beck chegou a escrever, em Agosto de 1944, ao ministro brasileiro da Educação Nacional. Cinco anos mais tarde, quando Monteiro, insatisfeito com a sua situação, procurou sair do Rio, onde nem o salário lhe pagavam regularmente, foi ainda Guido Beck que o ajudou a conseguir colocação em San Juan, na Argentina.

O terceiro e mais trágico enredo tem como protagonista Rodrigues Martins, aluno de Guido Beck em Coimbra. Doutorou-se em 1945, depois de aguardar por mais de um

ano a nomeação do júri. Logo de seguida, teve que suportar umas incríveis 62 horas semanais de aulas, diminuídas no ano seguinte para 48. Incapaz de prosseguir investigação em tais condições, e receando o despedimento, exilou-se voluntariamente em Lourenço Marques. Aí foi professor liceal e esforçou-se, só com o apoio epistolar de Beck, por completar uma dissertação com vista a concorrer ao lugar de professor extraordinário no esperado regresso a Coimbra. As duas últimas cartas do livro, de 1953 e 1955, são de Rodrigues Martins para Guido Beck: os três anos de estadia previstos em África converteram-se em seis, no final dos quais foi mobilizado, como oficial miliciano, para o contingente incumbido de defender a Índia Portuguesa das «*ambições de Neru*»; em 1955, outra vez em Lourenço Marques, a dissertação ainda não estava concluída; e a ajuda que ainda e sempre implorava de Beck parece dessa vez não ter chegado.

O destino de Rodrigues Martins acaba por ser o resumo simbólico de uma época única na ciência portuguesa, em que uma vontade de renovação fervilhante acabou trucidada pelo poder político. Alguns dos protagonistas desse movimento prosseguiram com distinção carreiras noutros países, mas outros foram forçados a abandonar a ciência ou soçobraram às dificuldades. Muitos deles se cruzaram com Guido Beck, e daí que este livro, também por grande mérito dos seus organizadores, seja um valiosíssimo contributo para a história da ciência no nosso país.

No próximo volume 151 será publicada uma carta dos autores do livro *Contar e Fazer Contas*, em resposta à recensão crítica publicada nesta secção, no volume 149.

Esta secção propõe-se publicar recensões aprofundadas de livros de Matemática editados recentemente em português, dando preferência a livros que interessem a um público alargado. Agradecemos aos leitores da Gazeta de Matemática o envio de sugestões de livros que julguem merecedores da nossa atenção. Contacto do editor da secção: Paulo Ventura Araújo (FCUP); e-mail: paraujo@fc.up.pt

Annus Mirabilis de Einstein: artigos que revolucionaram a Física

Hélio Teixeira Coelho e Ricardo Ferreira

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil

Em 2005 comemoramos os cem anos da publicação dos primeiros cinco artigos, entre os mais famosos de Albert Einstein, relacionados com a teoria da relatividade restrita, efeito fotoelétrico e aspectos da teoria quântica. Assim o ano de 1905 é considerado para Einstein o seu *annus mirabilis* (ou seu *ano maravilhoso*), termo usado pelo poeta inglês John Dryden quando escreveu "*Annus mirabilis: the year of*



ALBERT EINSTEIN (1879-1955)

wonders, 1666" em alusão ao incêndio de Londres naquele ano e também aplicado a Newton no mesmo ano quando terminou sua mecânica. Einstein representa, certamente, um ponto de inflexão (mudança de direção; ponto de uma curva no qual a concavidade se inverte) na ciência moderna. Outros pontos de inflexão ocorreram no passado, com Sócrates na Grécia antiga, com Galileu e Newton no renascimento, Maxwell, Lorentz, Planck e Hertz no século XIX, e certamente, Einstein, no século XX, só para citar alguns exemplos.

Neste artigo daremos uma visão panorâmica das contribuições mais importantes de Einstein sob vários aspectos, algumas delas não tão bem conhecidas pelo público em geral.

Cronologia de Einstein

Einstein nasceu em 14 de Março de 1879 em Ulm, Alemanha. Sua família de classe média mudou-se para Munique onde

construiu uma pequena empresa não bem sucedida no ramo de eletricidade. Em Munique, Einstein começou sua educação. Um tio paterno despertou nele o interesse pelas ciências exatas, especialmente a matemática. A escola freqüentada por Einstein tinha métodos pedagógicos bastante rígidos e obsoletos tornando-o um aluno entediado. Como conseqüência, em 1895 ele é reprovado no vestibular para a Escola

Politécnica Federal de Zurique. Depois de sua família ter se mudado para Itália, Einstein continuou seus estudos em Aarau, Suíça. O mito de que Einstein foi um mau aluno é totalmente infundado. Suas notas foram em geral boas, quer na escola secundária, quer no ensino superior. Em 1896 ele finalmente entrou na prestigiosa Escola Politécnica Federal graduando-se em 1900. Nesse período de escola, achou bastante tempo para familiarizar-se com os trabalhos científicos de Boltzmann, Maxwell e de tantos outros. Seu doutoramento veio a acontecer em 1905 pela Universidade de Zurique já que naquela época a Escola Politécnica ainda não dava este título. Devido a sua natureza inquiridora e sua aversão à autoridade foi difícil encontrar uma posição acadêmica em Universidades suíças. Em 1902, através de indicação de seu amigo M. Grossmann, obteve uma vaga de Assistente no Departamento Suíço de Patentes, em Berna. Este trabalho deu-lhe bastante tempo para se dedicar à pesquisa científica. Como resultado, no ano de 1905, Einstein publicou cinco importantes artigos: a

relatividade restrita; o estabelecimento da equivalência massa e energia; a explicação teórica do movimento Browniano; e o efeito fotoelétrico. Um quinto artigo [2], não tão famoso, é baseado em sua tese de doutorado sobre a determinação das dimensões moleculares e não o discutiremos neste artigo.

Em 1909, já com uma reputação científica em alta, torna-se professor assistente da Universidade de Zurique. Em 1910 ele aceita o cargo de professor na Universidade Alemã em Praga, retornando em 1912 para Zurique como professor da Escola Politécnica Federal. Já famoso, em 1913 torna-se professor da Universidade de Berlin, membro do Instituto Kaiser Wilhelm e da Academia Prussiana de Ciências. Como uma generalização da relatividade restrita, ele concebeu uma teoria geométrica de gravitação, cuja versão final foi publicada em 1916 e ficou conhecida como a teoria geral da relatividade. Além deste artigo, ele deu contribuições na teoria da radiação e em problemas de mecânica estatística. Em 1921 recebeu o prêmio Nobel de física "pelo efeito fotoelétrico e seu trabalho no domínio da física teórica". A teoria da relatividade não é mencionada. Naquela época ainda havia muitas resistências, especialmente pelos positivistas na França, em aceitarem a relatividade.

Nos anos de 1920 Einstein interagiu com as duas correntes aparentemente divergentes da mecânica quântica, explicitamente, a forma ondulatória e a forma matricial. Devido à natureza probabilística da então nova mecânica quântica, Einstein se posicionou cético em relação ao sucesso desta teoria. Acreditava ele que a física deveria se desenvolver mais através de proposições geométricas. Foi neste período também que se envolveu com as teorias unificadas de campo, imaginando ele, por exemplo, ser possível unificar o campo gravitacional com o campo eletromagnético através de propriedades puramente geométricas do espaço-tempo. Isto se revelou mais tarde impossível, haja visto a natureza não-quântica da relatividade geral.

Com o advento do nazismo na Alemanha, ele foi forçado,

em 1933, a imigrar para o Estados Unidos tornando-se membro do Instituto para Estudos Avançados de Princeton onde lá permaneceu o resto de sua vida. Em 1940 tornou-se cidadão americano, sua terceira cidadania.

Einstein aposentou-se em 1945 de Princeton e faleceu no dia 18 de Abril de 1955.

Contribuições Científicas

Possivelmente, Einstein é considerado o Isaac Newton dos tempos modernos pela sua grandiosa contribuição na física. Como dito anteriormente, suas maiores contribuições residem na relatividade restrita, mecânica estatística, a teoria dos fótons da luz, além da teoria da relatividade geral. Daremos a seguir uma visão sobre quatro dos mais importantes artigos publicados por ele na prestigiosa revista científica *Annalen der Physik* em 1905. São eles: a teoria da relatividade restrita; a relação da massa- energia, $E = mc^2$; o efeito fotoelétrico; a interpretação teórica do movimento browniano. Além deles, comentaremos a relatividade geral e a estatística de Bose-Einstein, temas publicados mais tarde, mas igualmente importantes na física.

Relatividade restrita

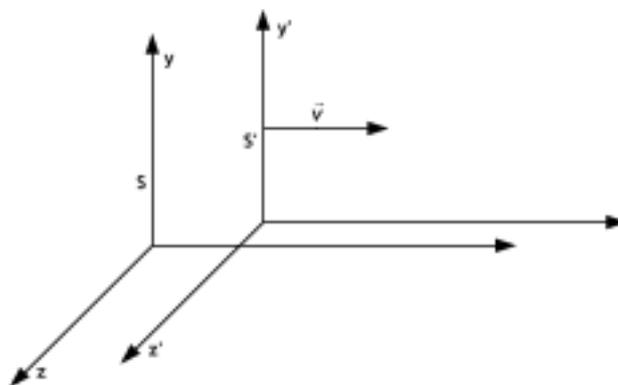


Fig. 1. Referenciais inerciais cartesianos

Esta teoria resultou de estudos profundos sobre a possibilidade de conciliar as leis da mecânica com as leis da electrodinâmica, teorias clássicas já bem conhecidas

no final do século XIX. Com efeito, consideremos a transformação de Galileu em coordenadas cartesianas, entre dois referenciais inerciais S e S' , a qual é dada por

$$\begin{aligned}x &= x' + v t' \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'.\end{aligned}\quad (1)$$

Para facilitar usamos a fig. 1 e assumimos que os eixos das coordenadas em S e S' são paralelos entre si e que suas origens coincidem num dado instante. Além disto, que o movimento é ao longo do eixo dos x , e que v é a velocidade de S' em relação a S . A transformação (1) satisfaz às leis da mecânica, mas não às da eletrodinâmica. Outro fato já reconhecido na época na eletrodinâmica era a constância da velocidade da luz, c , em todos os referenciais inerciais. Isto parecia incompatível com as transformações (1). A solução desse paradoxo começou a ser estudada pelo físico holandês Hendrik A. Lorentz (1853-1928) e ficou conhecida como a transformação de Lorentz. Ela relaciona as coordenadas de S e S' admitindo como invariante a velocidade da luz no vácuo. Esta transformação generaliza as eqs. (1) e é dada por

$$\begin{aligned}x &= (x' + v t') \gamma \\y &= y' \\z &= z' \\t &= (t' + vx'/c^2) \gamma,\end{aligned}\quad (2)$$

onde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ e $\beta = v/c$ [1]. No limite clássico de $c \rightarrow \infty$, obtém-se as eqs. (1).

QUADRO 1: Postulados da Relatividade Restrita

1. A VELOCIDADE DA LUZ, c , NO VÁCUO, É INDEPENDENTE DO MOVIMENTO DA FONTE OU DO MOVIMENTO DO OBSERVADOR.
2. QUALQUER FENÔMENO FÍSICO É INVARIANTE EM TODOS OS REFERENCIAIS INERCIAIS.

Certamente, foi através de Einstein que surgiu em 1905 a interpretação filosófica fundamental para a solução desse paradoxo, com a introdução do novo conceito de espaço

plano de Minkowski (espaço-tempo em quatro dimensões) e os postulados da relatividade restrita, mostrados no quadro 1. Foi também através dele que uma mecânica nova e mais abrangente surgiu, como mostrado em seu artigo famoso [2] do ano de 1905. Uma consequência muito importante da relatividade é a relação entre massa em movimento, m , e energia, E , dada pela equação

$$E = mc^2, \quad (3)$$

ou seja, uma dada massa m de um corpo em movimento pode se transformar em energia. Por exemplo, a reação $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ ilustra bem este fato. Um elétron ao se chocar com um pósitron, ambos se aniquilam, gerando luz, através da criação de dois fótons. Este processo foi um dos vários para o desenvolvimento da física nuclear criando a possibilidade da fabricação de armas nucleares, como previsto na carta assinada por Einstein ao presidente Roosevelt.

A eq. (3) é provavelmente a única equação da física reconhecida popularmente e consta do seu segundo artigo famoso sobre a teoria da relatividade publicado no ano de 1905 [2].

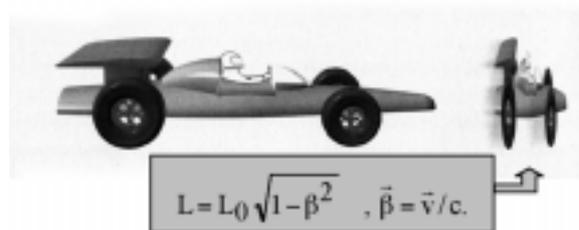


Fig. 2. Um objeto em repouso de comprimento L_0 encurtará na direção do movimento.

Outro fato marcante resultante desta teoria diz respeito a observadores em referenciais inerciais distintos. Um observador, em um referencial em repouso, verá que um objeto em movimento encurtará, conforme mostrado na fig. 2. Já os tempos medidos em um relógio em movimento serão atrasados. Ou seja, teremos contração dos espaços e dilatação dos tempos em referenciais inerciais relativísticos. O famoso paradoxo dos gêmeos ilustra bem



Fig. 3. No quadro *Batalha das Amazonas* do pintor flamengo renascentista Rubens (1577-1640), nota-se o movimento, influência da física da época.



Fig. 4. Pintura de Salvador Dalí, *A Persistência da Memória*, pintado no século XX, com aparente influência da relatividade restrita pela deformação do relógio.

a dilatação dos tempos. Dois gêmeos idênticos resolvem, um ficar na Terra, e o outro pilotar uma nave espacial a uma velocidade constante próxima à da luz, c . No seu regresso à Terra, ao mesmo ponto, encontra seu irmão envelhecido, enquanto ele permanece jovem! Este fato pode ser explicado utilizando as eqs. (2).

A arte imita a vida (ou seu inverso), já dizia o filósofo. Pois bem, através das figuras 3 a 5, elas parecem nos mostrar como a pintura evoluiu com o desenvolvimento da física, desde o renascimento até a fase moderna da arte de Salvador Dalí e Picasso.

Um debate filosófico importante

Em seu livro *Como vejo o mundo* [3], Einstein mostra como ele se envolveu em debates filosóficos importantes. Um deles é ligado à questão de se saber se uma dada teoria científica “verdadeira” poderia advir ou não da experimentação. “*Segundo nossa experiência, até hoje, temos o direito de estar convencidos de que a natureza é a realização do que podemos imaginar de mais simples matematicamente. Estou persuadido de que a construção puramente matemática nos permite encontrar esses conceitos e os princípios que os ligam entre si e que nos fornecem a chave da compreensão dos fenômenos naturais. Os conceitos matemáticos utilizáveis podem ser sugeridos pela experiência, mas não podem, em hipótese alguma, ser dela deduzidos*”. (A. Einstein, *Ideas and opinions*, pp. 273-274, Souvenir Press, Crown Publ., New York, 1954).

Esta é uma questão filosófica fundamental que remonta da Grécia antiga e foi levantada pela primeira vez por Platão. Por teorias científicas “verdadeiras”, entende-se como bons exemplos a geometria Euclidiana e a mecânica Newtoniana, ambas ligadas ao arcabouço da lógica formal.



Fig. 5. Pintura de Picasso na fase cubista. Note a deformação do espaço.

Este arcabouço exige uma sistematização para a construção de uma teoria científica, partindo de definições, seguidas de axiomas e postulados, tendo a matemática como ferramenta operacional. O quadro 2 ilustra a geometria Euclidiana como uma teoria científica “verdadeira”. Por conhecimento “verdadeiro” entende-se aquele que é fundamental e universal numa utopia a ser alcançada. Está claro que este “verdadeiro” tem suas limitações para cada teoria. Na geometria Euclidiana, por exemplo, o 5º postulado não é geral, bastando aplicá-lo sobre uma esfera. Outras geometrias mais modernas vieram a mostrar isto também. Mesmo assim, a geometria euclidiana não deixa de ser fundamental e universal para espaços planos

bidimensionais limitados. O mesmo pode se dizer para as famosas leis de Newton, desde que as velocidades envolvidas sejam $v \ll c$. A frase de Einstein a seguir aplica-se com maestria às teorias científicas verdadeiras: “*Não pode haver melhor destino para a teoria física do que abrir margem para uma teoria ampla, na qual sobreviva como caso limite*”. Certamente, o critério de refutabilidade e falseabilidade de Karl Popper (1902-1994) é aceito neste contexto, ou seja, “*uma teoria totalmente imune a teste não pode ser considerada uma teoria científica*”.

Finalmente, foi com a relatividade restrita e com a eletrodinâmica clássica que Einstein mostrou enfaticamente que uma teoria científica não pode advir da experimentação. Certamente, a observação experimental não deixa de ter sua importância fundamental na física, principalmente na sugestão de uma teoria científica verdadeira. Mesmo a criação da geometria euclidiana teve possivelmente, sua motivação na divisão agrária na antiguidade.

Um outro ponto importante discutido por este cientista na referência [3], refere-se à evolução do conceito de espaço. Na Grécia antiga este conceito ainda não aparece. Só com R. Descartes (1596-1650), na criação da geometria analítica, e Isaac Newton (1642-1727) na criação do cálculo infinitesimal e da mecânica clássica, é que este conceito toma um formato seguindo a seguinte seqüência lógica:

Descartes e Newton:

Objetos → **Posições Relativas** → **Intervalo** → **Espaço**.

O conceito de espaço evoluiu posteriormente, com os trabalhos de grandes matemáticos tais como Gauss (1777-1855), Riemann(1826-1866), Grossmann, ..., formando uma nova seqüência lógica:

Espaço → **Intervalo** → **Posições Relativas** → **Objetos**.

Note a inversão na posição da palavra **Espaço** que passa a ocupar o primeiro lugar em sua definição.

Uma associação mnemônica simples pode ser feita com este esquema. Podemos associar o **espaço** a um **palco**. Neste **palco** definimos as marcações (**intervalos**, **posições relativas**) para colocação dos **atores** (**objetos**).

QUADRO 2: Geometria Euclidiana, um bom exemplo de teoria científica

LÓGICA FORMAL (OU MENOR)

DEFINIÇÕES (23)

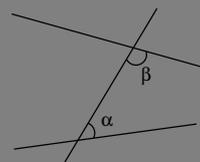
1. PONTO É O QUE NÃO TEM PARTES.
2. LINHA É UM COMPRIMENTO SEM LARGURA.
3. AS EXTREMIDADES DE UMA LINHA SÃO PONTOS.
4. UMA LINHA RETA É UMA LINHA QUE SE AJUSTA IGUALMENTE COM TODOS SEUS PONTOS SOBRE SI MESMA.
5. SUPERFÍCIE É O QUE SÓ TEM COMPRIMENTO E LARGURA.
6. AS EXTREMIDADES DE UMA SUPERFÍCIE SÃO LINHAS.
7. ...23.(ÂNGULOS, TRIÂNGULOS, CIRCUNFERÊNCIA, PARALELAS, ETC.).

AXIOMAS

1. DUAS COISAS IGUAIS A UMA TERCEIRA SÃO IGUAIS ENTRE SI.
2. SE COISAS SÃO ADICIONADAS A COISAS IGUAIS, OS RESULTADOS SÃO TAMBÉM IGUAIS.
3. SE COISAS SÃO SUBTRAÍDAS DE COISAS IGUAIS, OS RESULTADOS SÃO TAMBÉM IGUAIS.
4. COISAS QUE COINCIDEM SÃO IGUAIS.
5. O TODO É MAIOR QUE A PARTE.

POSTULADOS

1. DESENHAR UMA RETA DE UM PONTO QUALQUER A OUTRO PONTO QUALQUER.
2. PROLONGAR UM SEGMENTO DE RETA CONTINUAMENTE EM UMA RETA.
3. DESCREVER UMA CIRCUNFERÊNCIA COM CENTRO DADO E RAIO DADO.
4. TODOS OS ÂNGULOS RETOS SÃO IGUAIS.
5. SE UMA RETA CORTA OUTRAS DUAS RETAS E FAZ ÂNGULOS INTERNOS DO MESMO LADO MENORES DO QUE DOIS ÂNGULOS RETOS, AS DUAS RETAS SE PROLONGADAS INDEFINIDAMENTE SE ENCONTRAM DO LADO EM QUE OS ÂNGULOS SÃO MENORES DO QUE DOIS ÂNGULOS RETOS.



$$\alpha + \beta < 180^\circ$$

OBSERVAÇÃO: O 5º POSTULADO PODE TAMBÉM SER ASSIM ENUNCIADO: POR UM PONTO FORA DE UMA RETA PODE-SE SOMENTE TRAÇAR UMA ÚNICA LINHA PARALELA A ESSA RETA

Como ilustração, daremos dois exemplos do uso do último conceito de espaço para construir teorias físicas.

Relatividade Restrita

Supor válidos os postulados da relatividade restrita. Definimos agora o espaço (espaço-tempo físico de Minkowski) através da métrica de Riemann (**palco**):

$$ds^2 = \sum_{\alpha\beta} g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta. \quad (4)$$

Quais as leis mais simples deriváveis? Prova-se que são as da teoria da relatividade restrita [4]!

Eletrodinâmica Clássica

Considera-se válido os postulados da relatividade restrita. No espaço-tempo (Minkowski) (**palco**), coloca-se um campo de tensores anti-simétricos apropriados (**atores**) e as equações de Maxwell no vácuo são obtidas através de cálculos complicados [3]! (**espetáculo**).

Para o leitor não familiarizado com a física mais avançada, sugerimos pular para a eq. (10).

Com efeito, supor a invariância da carga:

$$\partial_\alpha J^\alpha = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0, \quad (5)$$

onde $J^\alpha \equiv (\rho c, \vec{J})$ corresponde ao quadrivetor corrente.

São válidas as equações de calibre de Lorentz para o quadrivetor potencial,

$$A^\alpha = (\Phi, \vec{A}): \quad (6)$$

$$\begin{cases} \square A^\alpha = \frac{4\pi}{c} J^\alpha & \text{ou} & \left[\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right] \begin{Bmatrix} \Phi \\ \vec{A} \end{Bmatrix} = \frac{4\pi}{c} \begin{Bmatrix} \rho c \\ \vec{J} \end{Bmatrix} \\ \partial_\alpha A^\alpha = 0 & \text{ou} & \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \end{cases}$$

Os campos eletromagnéticos \vec{E} e \vec{B} são obtidos de A^α pelas equações:

$$\begin{cases} \vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \end{cases} \quad (7)$$

Define-se, apropriadamente, o tensor (anti-simétrico) eletromagnético:

$$F^{\alpha\beta} \equiv \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha. \quad (8)$$

As equações de Maxwell (no vácuo), em forma tensorial, são então obtidas:

$$\begin{cases} \partial_\alpha F^{\alpha\beta} = \frac{4\pi}{c} J^\beta, \\ \partial^\alpha F^{\beta\gamma} + \partial^\gamma F^{\alpha\beta} + \partial^\beta F^{\gamma\alpha} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

As equações de Maxwell na forma vetorial são mais conhecidas e são dadas por

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (10)$$



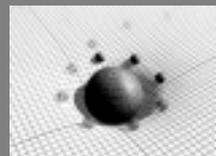
...Fiat lux !

Relatividade Geral

Em torno de 1907, Einstein chegou à conclusão que o campo eletromagnético deveria ser influenciado por campos gravitacionais. A teoria gravitacional de Newton previa que qualquer alteração num campo gravitacional seria sentida instantaneamente em todas as partes do universo. Isto estava em desacordo com o eletromagnetismo, já que lá, conforme visto, a velocidade da luz era o limite superior de qualquer velocidade. Para sanar este impasse, percebeu ele que se existisse uma forte correlação entre uma aceleração e um campo gravitacional, isto poderia ser resolvido. Einstein chamou esta correlação de princípio de equivalência. Admitindo que a geometria do espaço-tempo fosse curva, e não plana, como na relatividade restrita, a teoria da relatividade geral deveria emergir.

QUADRO 3: Postulados da relatividade geral

1. A VELOCIDADE DA LUZ, c , NO VÁCUO É INDEPENDENTE DO MOVIMENTO DA FONTE OU DO MOVIMENTO DO OBSERVADOR.
2. PRINCÍPIO DE EQUIVALÊNCIA: EM UMA ESCALA LOCAL, OS EFEITOS FÍSICOS DE UM CAMPO GRAVITACIONAL NÃO SÃO DISTINGUÍVEIS DOS EFEITOS FÍSICOS DE UM SISTEMA DE COORDENADAS ACELERADO.



O quadro 3 fornece os postulados da relatividade geral.

O trabalho de Einstein sobre a relatividade geral foi publicado somente em 1916. Na sua elaboração ele teve acesso aos trabalhos pioneiros de Gauss e de Riemann sobre espaços multidimensionais curvos [5]. Teve também a ajuda crucial do físico-matemático M. Grossmann, além de outros pesquisadores da época. Convém citar que, independentemente, o físico-matemático D. Hilbert (1862-1943) chegou também em 1915 às mesmas equações obtidas por Einstein em sua teoria. Tal teoria tem sido checada experimentalmente, desde sua publicação, com absoluto sucesso. Outras teorias de gravitação existem mas nenhuma tem tido o mesmo desempenho da relatividade geral. Sua aplicação em áreas como a astrofísica e a cosmologia tem se mostrado altamente promissora. Fatos experimentais, como o desvio da luz na presença de fortes campos gravitacionais, foram observados conforme previsto pela teoria. Vale aqui destacar a verificação experimental histórica através do eclipse do sol observado na cidade de Sobral, no estado do Ceará, em 29 de Maio de 1919. Uma placa alusiva ao evento foi lá colocada em Julho de 2005 pelo Conselho Britânico e a Sociedade Brasileira de Física com a presença oficial de um dos autores deste artigo (R. Ferreira).

Note que no limite $c \rightarrow \infty$, a relatividade geral reproduz a teoria gravitacional de Newton, como esperado.

Movimento Browniano

Antes da publicação dos seus quatro famosos artigos em 1905, Einstein publicou em 1902 artigos sobre fundamentos da mecânica estatística. Ele teve a idéia de aplicar sua teoria ao movimento browniano [1], já então conhecido heurísticamente. Em 1827 o botânico inglês Robert Brown observou que grãos de pólen flutuavam na água em movimento de zig-zag. Similar fenômeno ocorria em outros casos, tais como a poeira observada em uma fresta de luz num quarto escuro. Este movimento aleatório foi chamado de browniano. Einstein mostrou analiticamente que através do movimento térmico das moléculas do líquido (ou no ar,

para a poeira), choques delas com as partículas de pólen (ou as suspensas no ar) ocasionavam o observado zig-zag. Independentemente, o físico polonês Marian Smoluchowski (1872-1917) chegou ao mesmo resultado. Esta explicação teórica do movimento browniano foi publicada em 1905 por Einstein [2] como a primeira prova visível da constituição molecular da matéria.

Efeito fotoelétrico

As experiências de fendas duplas de Young tinham levado cientistas a acreditarem ainda mais na natureza ondulatória da luz. Um novo fenômeno, chamado de efeito fotoelétrico [1], veio perturbar este cenário. Tal efeito foi observado em final do século XIX pelo físico H. Hertz. Elétrons próximos à superfície de certos metais escapavam com a incidência de luz. Através de cálculos, utilizando a física clássica, observou-se uma inconsistência com as observações experimentais. Assim vejamos:

- a) não havia uma intensidade crítica da luz, contrariando o que apregoavam os cálculos da física clássica;
- b) a energia dos elétrons emitidos independia da intensidade da luz, contrariando a física clássica;
- c) a energia dos elétrons dependia da frequência da luz e crescia linearmente com ela, além de haver uma frequência limiar para o fenômeno acontecer. De novo, estava em desacordo com a física clássica.

Em 1900, o grande físico alemão Max Planck (1858-1947), vencedor do Nobel de Física de 1918, propôs um modelo físico para explicar o espectro de frequências da radiação de uma cavidade quente, o qual é gerado pelas oscilações dos átomos em suas paredes. Tal modelo consistia de osciladores harmônicos lineares representando os átomos em oscilação, de modo que pudessem assim emitir luz somente como um múltiplo inteiro de um dado valor da energia, $E_n = nhf$, $n=0,1,2,\dots$, sendo f a frequência do oscilador e h , posteriormente a ser chamada constante fundamental e universal de Planck, de valor $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Joule. seg. Note que hf é chamado de quantum de energia.

Estudando cuidadosamente o efeito fotoelétrico, Einstein propôs em 1905 estender a hipótese de Planck para a luz tal que ela fosse discretizada em quanta de luz, cada quantum com energia hf . Esses quanta de luz passaram mais tarde a se chamar de fótons, nome dado pelo físico americano Gilbert Lewis em 1926, e se comportam de forma similar às partículas elementares. Quando um fóton colidisse com um elétron em um metal, haveria uma transferência de energia-momentum, gerando a possibilidade da ejeção do elétron. A hipótese corpuscular da luz originalmente vem de Newton, mas só com Einstein isto veio a vingar. Ela conseguiu explicar rigorosamente o efeito fotoelétrico [2]. Foi necessária uma grande revolução na física, então, com a hipótese, mais tarde confirmada e aceita pela comunidade científica, de que a luz tem também uma natureza dual, ora se comportando como onda, ora como partícula. Com o advento da mecânica quântica na década de 1920, este fato recebeu o nome de princípio da complementaridade, ou seja, a dualidade onda-partícula. Deve-se isto ao físico M. Bohr (1885-1962), vencedor do Nobel de Física em 1922.

A fig. 6 mostra o mecanismo quântico do efeito fotoelétrico. Um elétron de energia $-W_0$ próximo à superfície de um certo metal está a ele preso e sente um "poço" de potencial criado pelos demais elétrons do metal. Este elétron absorve um fóton de energia hf e efetua uma transição para um nível de energia mais alto. Por exemplo, a luz amarela tem menos chance de expulsar elétrons do que a luz violeta (frequência maior). Se esta energia de transição for suficientemente alta, ele escapará com uma energia cinética máxima possível, dada por

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad (11)$$

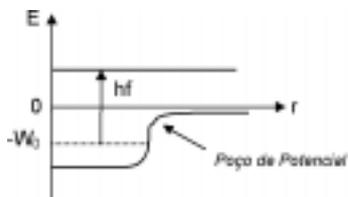


Fig. 6. O elétron próximo à superfície de um certo metal de energia $-W_0$ absorve um fóton de energia hf e efetua uma transição para um nível mais alto.

A eq. (11) fornece o gráfico da fig. 7 e está de acordo com os dados experimentais.

Einstein deu grandes impulsos iniciais para a criação da mecânica quântica. Contudo, a natureza probabilística e não determinista desta teoria o levou a não aceitá-la integralmente. É dele o famoso refrão "*Deus não joga dados*". Como mencionado antes, ele acreditava que o futuro da física estava em sua geometrização, o que mais tarde se revelou não ser exatamente o caminho mais apropriado. Mas isto já é outra história!

As vitoriosas, a mecânica quântica e a relatividade, são exemplos eloqüentes de teorias científicas "verdadeiras" para a descrição do macro e do microcosmo. A física nuclear, por exemplo, usa plenamente estas teorias. O artigo de divulgação científica de um dos autores (H.Coelho) publicado na *Ciência Hoje* [6] bem ilustra este ponto.

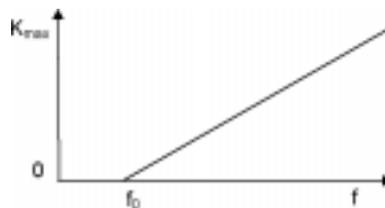


Fig. 7. Gráfico da energia cinética máxima do elétron ejetado, em função da frequência da luz. A Frequência f_0 é a frequência limiar do processo.

Estatísticas de Bose-Einstein

O físico hindu S. M. Bose, sabedor da fama de Einstein como grande físico e conhecedor da mecânica estatística, enviou-lhe em 1924 um artigo de sua autoria sobre gases monoatômicos para por ele ser comentado. Einstein verificou neste artigo a genialidade do referido físico. Além dos comentários pedidos, lhe propôs também algumas modificações. O artigo foi publicado em 1925, junto com uma nota de Einstein, e passou a ser uma referência na física. Basicamente, a idéia consiste em que na natureza microscópica, partículas com spin inteiro obedecem a uma estatística quântica, que veio a ser conhecida como estatística de Bose-Einstein [1]. Spin é o momentum angular intrínseco de uma partícula elementar que assume só

valores discretos, sendo um múltiplo inteiro ou semi-inteiro de \hbar , onde $\hbar = h/2\pi$. As partículas que têm spin inteiro são chamadas de bósons. É o caso do fóton que tem spin 1. Já as partículas com spin semi-inteiro, são chamadas de férmions e obedecem à estatística de Fermi-Dirac, em homenagem aos seus descobridores, os físicos E. Fermi (1901-1954) e P. Dirac (1902-1982), ambos vencedores do Nobel, de 1938 e 1933, respectivamente. Exemplo de um férmion é o elétron, que tem spin 1/2. Na estatística de Bose-Einstein, bósons podem ocupar, simultaneamente, os mesmos níveis quânticos, enquanto isto não é possível para férmions na estatística de Fermi-Dirac.

As contribuições científicas de Einstein mencionadas acima são as que mais lhe deram destaque na comunidade científica. Elas, certamente, não são as únicas. Na última fase de sua vida em Princeton, ele se dedicou à teoria unificada dos campos, principalmente, na procura de uma unificação da relatividade geral com o eletromagnetismo. Não o conseguiu, basicamente, porque esta unificação exigiria a quantização da teoria da relatividade geral, fato este ainda em aberto nos dias de hoje. Muito progresso na física foi, no entanto, feito após sua morte em 1955. Como exemplo deste progresso, a unificação da eletrodinâmica quântica com as interações fracas, gerando a teoria eletrofraca, e a descoberta da cromodinâmica quântica, que explica as forças nucleares.

Como visto acima, em algumas das descobertas de Einstein nota-se a contribuição de outros importantes físicos, alguns deles pouco mencionados pelos meios de comunicação. Mas o próprio Einstein, enquanto vivo, procurou homenageá-los, demonstrando um lado justo de sua personalidade.

Personalidade

A personalidade de Einstein foi tão marcante quanto o seu trabalho científico. Além de carismático, tinha um traço de nobreza, simplicidade e integridade, tornando-o uma pessoa agradável na convivência diária. Era uma pessoa

versátil e com grande cultura. Conhecia bem música de modo a dominar o violino. Envolveu-se com religião, política e pacifismo, filosofia e a causa judaica, conforme discutiremos brevemente abaixo.

O Deus de Einstein

A religiosidade de Einstein não se encaixava na ortodoxia [7]. *"Acredito no Deus de Espinosa, revelado na harmonia de tudo o que existe, mas não em um Deus que se preocupa com os destinos e as ações dos homens"*, (um telegrama enviado em 1829 para um jornal judaico). Para Einstein, a ciência é essencialmente uma atividade religiosa, que usa a razão para desvendar os mistérios da natureza. Dizia ele: *"O comportamento ético dos homens deve se basear na simpatia, educação e nos laços sociais; não é necessária base religiosa. Os homens estariam em péssima situação se tivessem que ser controlados pelo medo da punição [divina] ou pela esperança de salvação após a morte."* (*"New York Times Magazine"*, 9 de Novembro de 1930.) Aqui Einstein argumenta que a religião organizada não é necessária para estabelecer as bases de um comportamento ético. Impor o controle social pelo medo ou pelas crenças mostra o quão imaturo é ainda o homem. A essência do equilíbrio social não se encontra na religião mas no respeito à vida, ao outro, ao mundo. Einstein (1879-1955) sobreviveu a duas guerras mundiais, foi testemunha do genocídio de 6 milhões de judeus pelos nazistas, de um número ainda maior de russos por Stalin, de centenas de milhares de japoneses pelas bombas atômicas americanas. Se estivesse vivo hoje, veria que pouco mudamos. Imagino que se trancaria em seu escritório e tentaria desvendar mais um mistério, rabiscando fórmulas matemáticas em um papel, a única prece que acreditava poder purificar a sua essência.

Viagens

Einstein, quando ganhou o Nobel em Física em 1921, já era um homem famoso em todo o mundo. Por conta disto, viajou bastante proferindo conferências ou se engajando em diversas causas.

Não tão bem conhecido é o fato de que esteve em 1925 visitando Buenos Aires, de 25 de Março a 23 de Abril, Montevideo, de 24 a 29 de Abril e o Rio de Janeiro de 4 a 12 de Maio. Neste artigo daremos alguns destaques desta viagem.

Na sua ida à Argentina fez uma curta visita ao Rio no dia 21 de Março. Em Buenos Aires e no seu retorno ao Rio de Janeiro teve uma grande atividade intelectual, bem como turística [8]. Proferiu conferências e participou igualmente de várias atividades sociais, fruto de sua popularidade, atraindo assim multidões aonde se dirigisse. No Brasil, a ciência e em particular a física, ainda se encontrava em estágio incipiente. Mesmo assim, já existiam bons livros e artigos científicos publicados por cientistas brasileiros sobre a teoria da relatividade [9]. Uma comunicação de Einstein à Academia Brasileira de Ciências (ABC) em 7 de Maio de 1925 [10] vale a pena ser mencionada. Intitulada “*Observações sobre a situação atual da teoria da luz*”, fora redigida em alemão em papel timbrado do famoso Hotel Glória no Rio, onde se hospedou. Parece não figurar na maioria das extensas listas existentes de publicações sobre o cientista. Quando esta conferência foi proferida na ABC, Einstein já conhecia resultados preliminares, mas ainda não publicados, da experiência de Bothe e Geiger que comprovariam a natureza dos fótons de quanta e da teoria da relatividade restrita [1]. Assim, não só o efeito fotoelétrico, mas também o efeito Compton [1], são ambos explicados por estes mecanismos teóricos. As repercussões desta visita nos meios científicos de então variou. Os contras, normalmente vinham de uma formação filosófica positivista, muito em moda na época, e fruto da forte influência positivista francesa na educação. Uns poucos vanguardistas, favoráveis, tiveram um papel magistral naquele período. Vale aqui destacar os nomes dos cientistas Luiz Freire em Recife e Amoroso Costa no Rio [9]. Também o respeitado sociólogo-antropólogo Gilberto Freyre de Recife, em artigo publicado em 1925 no mais antigo jornal em circulação na América Latina, o *Diário de Pernambuco*, sob o título *Einstein Regionalista* [9], destaca com alegria a apologia do regionalismo feita pelo cientista em sua visita ao Brasil.

Curiosamente, este trabalho de Einstein, publicado nos anais da Academia Brasileira de Ciências foi, em certo sentido, a última contribuição realmente positiva dele para a Física. Naquele mesmo ano, 1925, W. Heisenberg publicou o primeiro artigo introduzindo a mecânica quântica, ampliada por Heisenberg, Born e Jordan em 1926, ano no qual E. Schrödinger publicou sua versão da mecânica quântica, a mecânica ondulatória. Acontece que Einstein nunca se convenceu do mérito extraordinário desses desenvolvimentos, considerando-os incompletos. Einstein, por exemplo, nunca aceitou completamente a relação de incerteza de Heisenberg ($\Delta x \cdot \Delta p \geq h/2\pi$).

Em 1935, com Poldosky e Rosen, Einstein tentou mostrar que a mecânica quântica violaria o limite da velocidade da luz, mas essas considerações foram respondidas de maneira efetiva por Niels Bohr e Max Born.

Também fracassaram suas tentativas, feitas com colaboradores, como Leopoldo Infeld, para obter a teoria do campo unificado (os campos clássicos, gravitacional e o eletromagnético). Na realidade, na mesma época (1936), Hideki Yukawa propôs que os nucleons (prótons e nêutrons) interagem através de um campo bem diferente, o chamado campo de Yukawa, ou das forças nucleares fortes descrito via a mecânica quântica. Ainda existe a chamada força fraca, que aparece, por exemplo, na desintegração beta.

Política e Pacifismo

Em 1915, em plena guerra de 1914-1918, Einstein assina o Manifesto aos Europeus, referente à criação de uma liga das nações como forma de pacificar o continente europeu. Em 1922 é indicado membro do Comitê de Cooperação Intelectual da Liga das Nações que daria mais tarde origem à Organização das Nações Unidas (ONU) com sede em New York. Teve também grande participação na causa judaica através do movimento sionista. Mesmo com sua amizade com Chaim Weizman, por exemplo, declinou um convite para ser presidente de Israel em 1952. Em uma carta a ele dirigida, Einstein afirmara que concordava com a criação do estado de Israel desde que os direitos dos árabes fossem respeitados.

Em 1939 ficou claro que dois físicos alemães, Otto Hanh e Fritz Strassmann tinham descoberto a fissão nuclear. O grande físico italiano Enrico Fermi, juntamente com outros físicos húngaros famosos, Szilard e Wigner, resolveu convidar Einstein para que ele assinasse uma carta por eles redigida e dirigida ao então presidente Roosevelt alertando-o sobre a possibilidade da Alemanha nazista construir a devastadora bomba atômica. Desta carta que tanto impressionou o presidente, resultou o Projeto Manhattan que deu origem à bomba atômica americana. Na realidade a Alemanha nazista rendeu-se em Maio de 1945, antes do primeiro teste com a bomba atômica, feito em Alamogordo, New Mexico, em Julho do mesmo ano. Assim mesmo, e contra a opinião de vários cientistas participantes do Projeto Manhattan, como Franck, Szilard e Urey, o governo americano (Presidente Truman) autorizou o uso da bomba atômica contra duas cidades do Japão (Hiroshima e Nagasaki), que forçou o Japão a se render, finalmente, aos aliados (Agosto de 1945).

Vida Privada

Sua vida privada, ao que parece, foi bastante discutível. Casou-se em 1903 com uma colega de turma da Escola Politécnica Federal de Zurique, Mileva Maric (1875-1948), de origem Sérvia, inteligente e de grande personalidade. Seu profundo conhecimento em matemática foi decisivo nos trabalhos iniciais de Einstein. Deste casamento nasceram dois filhos, Hans Albert (1904-1973) e Eduard (1910-1965). O primeiro foi professor de engenharia hidráulica na Universidade da Califórnia, já o segundo morreu relativamente cedo, com distúrbios psiquiátricos. Einstein parece ter tido também uma filha, mas não se conhece seu paradeiro. Divorciou-se de Mileva em 1914.

Em 1919, o físico alemão-suíço casa-se com sua prima Elsa Einstein (1876-1936), recém viúva e com dois filhos. Após a morte de Elsa, em 1936, Einstein não mais casou, mas teve em Helen Dukas (1896-1982) uma férrea secretária até o fim de sua vida.

Achados Recentes

Em 1986 foram descobertas por R. Schulman (historiador da equipe do Projeto Einstein, organizado pela Universidade de Boston), numa caixa forte de um banco na Califórnia, cartas trocadas entre Einstein e sua primeira esposa Mileva [5]. Muita coisa nova aflorou, principalmente, sobre a personalidade mais íntima do cientista. Este projeto resultou na obra "*The collected papers of Albert Einstein*", com cerca de 40 volumes, publicada pela Princeton University Press. Parece haver um lado pouco estimável em sua personalidade no que se refere ao seu relacionamento com Mileva e seu desempenho como pai. Em sua obra não deu o devido crédito ao papel científico desempenhado pela primeira esposa. Parece que estes fatos morrerão com a história...

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer ao Professor Dr. Fernando Cardoso, da Universidade Federal de Pernambuco, pela sugestão para escrever este artigo para a Gazeta de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Leite Lopes, *A Estrutura Quântica da Matéria*, 2ª ed., Editora UFRJ, 1993.
- [2] *Einstein's miraculous year: five papers that changed the face of physics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1998.
- [3] Albert Einstein, *Como Vejo o Mundo*, 4ª ed., Editora Nova Fronteira, 1981.
- [4] J. D. Jackson, *Eletrodinâmica Clássica*, 2ª ed., Editora Guanabara Dois, 1983.
- [5] Stephen Hawking, *O Universo numa Casca de Noz*, Editora Mandarim, 2001.
- [6] Hélio T. Coelho, M. R. Robilotta, *Forças Nucleares*, Ciência Hoje, vol. 11, nº 63 (1990) 22.
- [7] Marcelo Gleiser, *O Deus de Einstein*, Folha de São Paulo de 10/04/2005.
- [8] Marcelo Gleiser, *A Dança do Universo*, Editora Cia. das Letras, 1997.
- [9] Ildeu de Castro Moreira, Antônio Augusto Passos Videira (Organizadores), *Einstein e o Brasil*, Editora UFRJ, 1995.
- [10] A. Einstein, *Observações sobre a situação atual da teoria da luz*, Revista Hoje, Anais da Academia Brasileira de Ciências, 1 (1926) 1.

O que vem à rede...

António Machiavelo

Departamento de Matemática Pura da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Tudo (ou quase!) sobre Einstein

O navegador virtual tem à sua disposição na “Rede Global”, ou “Web”, uma enorme quantidade de informação (e também muita desinformação!) sobre a obra e a vida de Albert Einstein (1879-1955), assim como variadíssimos documentos e mesmo alguns registos audio-visuais daquele que é, sem qualquer sombra de dúvida, uma das figuras mais notáveis de todo o século XX. Destacam-se aqui algumas das páginas que nos parecem mais interessantes e fidedignas.

Começamos por recomendar os *Einstein Archives Online*, em

<http://www.alberteinstein.info/>

um projecto conjunto da Universidade Hebraica de Jerusalém e do Instituto de Tecnologia da Califórnia. Neste “site” encontram-se vários manuscritos digitalizados, assim como traduções para inglês de alguns artigos de Einstein, escritos originalmente em alemão (ver a “Galeria”).

A Biblioteca Universitária e Nacional Judaica da Universidade Hebraica de Jerusalém disponibiliza os *Albert Einstein Archives*, em

<http://www.albert-einstein.org/>

onde se pode escutar a voz de Einstein, num inglês com um fortíssimo sotaque alemão, num extracto de uma gravação radiofónica gravada em 1943 sob o tema “O objectivo da existência humana”, assim como um extracto da filmagem de um discurso a favor da Universidade Hebraica, feito por Einstein nos anos 50 e gravado na sua casa em Princeton. Ambas as gravações estão disponíveis no apontador “Multimedia”, onde se encontra também um “mini-exhibit” cuja visita se recomenda, e que contém,

entre outras coisas, uma cópia digitalizada de um documento com as classificações finais de Einstein no ensino secundário, podendo assim constatar-se o quanto falsa é a ideia muito divulgada, e tão frequentemente repetida, de que Einstein não era um bom aluno a Matemática. Este é mais um dos mitos absurdos e redutores que abundam na história da Ciência, e onde alguns procuram consolação, na linha da maçã de Newton¹, do banho de Arquimedes, e da invenção da máquina a vapor por James Watt que, reza a lenda, teve a ideia criadora ao ver uma chaleira assobiando com água em ebulição. Acontece que Watt não foi sequer o inventor da máquina a vapor²...

Um outro “site” que o viajante virtual não poderá deixar de visitar é *The Nobel Prize in Physics 1921*, em:

<http://nobelprize.org/physics/laureates/1921/>

que contém, entre outras coisas: o texto do discurso justificativo da atribuição do respectivo prémio a Einstein, realçando as suas contribuições que levaram o comité Nobel a tomar essa decisão; o texto da conferência Nobel por

1 Sobre esta lenda, cuja origem exacta não é fácil determinar, existem vários artigos interessantes e discordantes, por exemplo: Daniel Sandford Smith, *Newton's apple*, *Physics Education* 32 (1997), 129-131; R. G. Keesing, *The history of Newton's apple tree*, *Contemporary Physics* 39 (1998), 377-391. Neste contexto, recomenda-se o livro *La baignoire d'Archimède (petite mythologie de la science)* de Sven Ortoli e Nicolas Witkowski, Éditions du Seuil, 1996 (há uma tradução para português, editada pelas Edições Asa em 1997).

2 A este propósito não podemos deixar de recomendar a *Steam Engine Library* mantida pela Universidade de Rochester, EUA, em <http://www.history.rochester.edu/steam/>, e em especial a biografia de James Watt escrita por Thomas H. Marshall em 1925.

este proferida a 11 de Julho de 1923, intitulada “Ideias Fundamentais e Problemas da Teoria da Relatividade”; e ainda uma gravação audiovisual de um tributo a Einstein proferido pelo escritor Bernard Shaw após um jantar de homenagem a Einstein no hotel Savoy, em Londres, a 27 de Outubro de 1930.

Há ainda duas abundantes fontes de informação de visita obrigatória: o “site” *Albert Einstein Archives* mantido pelo Instituto Americano de Física no endereço

<http://www.aip.org/history/einstein/index.html>

e o “site” *Einstein’s Annus Mirabilis 1905*, em

<http://lorentz.phl.jhu.edu/AnnusMirabilis/>

mantido por Robert Rynasiewicz do Departamento de Filosofia da Universidade Johns Hopkins, nos EUA.

Por último, recomendamos a visita virtual a uma exposição sobre Einstein organizada pelo Instituto Max Planck para a História da Ciência, em

<http://einstein-virtuell.mpiwg-berlin.mpg.de/intro>

e para quem queira aprender um pouco de relatividade, restrita ou geral, um bom sítio por onde começar é:

<http://math.ucr.edu/home/baez/relativity.html>

Uma pesquisa na internet sobre Einstein, com um qualquer “engenho de busca”, não deixará de revelar um sem número de páginas de detractores, de charlatães, e de pessoas que, incapazes de compreenderem a profundidade das ideias de Einstein, defendem com muito pouca honestidade intelectual e argumentos ridículos que a Teoria da Relatividade está inteiramente errada. Parece ser inevitável, em alguns, esta recusa das ideias menos óbvias, um apego desesperado a uma visão saloicamente simplista e extremamente conservadora da realidade, assim como parece inevitável a existência em cada geração de pseudo-revolucionários de ideias medíocres que se acham génios incompreendidos. Assim, aos quadradores de círculos e aos criacionistas vieram juntar-se, desde 1905, os “anti-relativistas”.

Mas nada ultrapassa os que ainda defendem, em pleno século XXI e com toda a convicção, que a Terra é, afinal, plana!... Se o leitor achar o que se acaba de afirmar completamente inacreditável, então por favor pesquise na internet “flat earth theory”, “flat earth society” ou “theflatearthsociety forum” e verá!... Como Einstein observou³:

Poucas pessoas são capazes de expressar, com serenidade, opiniões que diferem dos preconceitos do seu ambiente social. A maior parte é mesmo incapaz de formar tais opiniões.

E para que os preconceitos deixem de exercer tal domínio é essencial o cultivo de um bom espírito crítico, para o que é fundamental um bom ensino da ciência e dos seus métodos. Citando novamente Einstein⁴,

Toda a nossa ciência, quando comparada com a realidade, é primitiva e infantil, e no entanto é a coisa mais preciosa que temos.

3 *Ideas and Opinions*, 1954.

4 cf. B. Hoffmann, *Albert Einstein: Creator and Rebel*, 1972.

Entrevista com Carlos Fiolhais

conduzida por Carlota Simões
Universidade de Coimbra



CS: Estamos no ano de 2005 a celebrar o centenário dos artigos mais importantes de Einstein. Que diziam esses artigos? Como evoluíram os resultados de Einstein?

CF: Só o facto de estarmos a comemorar a obra de Einstein a nível mundial - as Nações Unidas proclamaram 2005 o Ano Mundial da Física - diz-nos que, de facto, 1905 foi um "ano milagroso". Foi para ele um ano de uma produção científica excelente, um ano *vintage*... Os resultados permanecem actuais. Podiam ter sido ultrapassados, mas não foram. Passados cem anos continuam válidos. Não há uma única experiência, e em física é a experiência que manda, que tenha invalidado o que Einstein afirmou há cem anos.

Em primeiro lugar, explicou a natureza da luz. Foi um artigo revolucionário e importantíssimo para a teoria quântica. Propôs que a luz é formada por partículas, o que permitiu explicar o efeito fotoeléctrico. A luz ao embater num metal arranca electrões e esse fenómeno só pode ser compreendido se a luz existir sobre a forma de "pacotes" ou "quanta". Já se sabia que a luz era emitida e absorvida sob a forma de "quanta", mas Einstein disse mais: que existia nessa forma. Parece um pequeno passo para o homem mas foi um grande passo para a física. O prémio Nobel foi-lhe dado precisamente pela teoria do efeito fotoeléctrico.

Em segundo lugar, Einstein revelou alguns segredos da matéria. Numa época em que apenas se falava de hipótese atómica, em que os átomos e moléculas ainda não eram

uma certeza, ele determinou a dimensão das moléculas e explicou o modo como elas se moviam. Portanto, contribuiu para estabelecer o carácter corpuscular da matéria. A sua tese de doutoramento em 1905 e um artigo subsequente foram sobre esse assunto.

Finalmente, Einstein propôs a teoria da relatividade restrita. Essa teoria mantém-se hoje, sendo um dos pilares em que assenta a nossa física. Tem havido pessoas, nomeadamente o físico português João Magueijo, que pretendem contrariar a teoria da relatividade, mas não há por ora nada que nos revele uma falha da teoria...

CS: O que diz a teoria da relatividade?

CF: Relatividade não é um bom nome. Um nome melhor seria *teoria das invariâncias*. Basicamente a teoria parte do princípio que as leis da física são invariantes, isto é, são as mesmas para todos os observadores, qualquer que seja a velocidade (constante) que uns tenham em relação aos outros. Esses observadores podem efectuar medidas diferentes de certas grandezas, mas as leis físicas, as relações entre essas grandezas, que se traduzem por equações matemáticas, são as mesmas para todos. Trata-se, portanto, de um princípio de concordância. E isso é uma das coisas mais interessantes que a Física tem: todos verificamos as mesmas leis da Natureza. É tão simples quanto isso...

Esse postulado, juntamente com o da constância da velocidade da luz, teve consequências fantásticas. Permitiu

desvendar os mistérios do espaço e do tempo. Desde o tempo dos Gregos que o espaço e o tempo eram considerados absolutos e separados um do outro. O espaço era um cenário igual para todos. E o tempo corria do mesmo modo para todos, marcado por um relógio universal. Einstein, partindo dos dois postulados, chegou a consequências drásticas sobre o espaço e o tempo. O tempo passou a não ser igual para todos: cada um passou a ter o seu próprio tempo. Quer isto dizer que o tempo passou a ser uma grandeza relativa e não absoluta. E isso é de algum modo a democratização do tempo... O tempo corre mais devagar para quem está em movimento muito rápido. Para uma pessoa se manter jovem, basta estar em movimento... Mas, para conseguir isso, será necessário andar a velocidades muito próximas da da luz, o que não é fácil. O espaço

o movimento. E a massa ou inércia, por sua vez, mede, como também já se sabia, a resistência ao movimento. Nada parecia indicar a relação íntima entre as duas grandezas aparentemente díspares... Ficámos a saber com Einstein que havia uma quantidade fantástica de energia numa pequena porção de matéria. A Segunda Guerra Mundial veio a acabar em virtude daquela relação entre matéria e energia. A física passou então a relacionar-se com o destino do nosso planeta.

CS: Mas há aplicações pacíficas da fórmula...

CF: Para que não se pense só em guerra, vou indicar uma aplicação pacífica e moderna da conversão de matéria em energia. Por exemplo, em medicina existe agora uma técnica, chamada PET (*tomografia de emissão de*

Não há uma única experiência, e em física é a experiência que manda, que tenha invalidado o que Einstein afirmou há cem anos.

passou também a ser relativo. Os comprimentos de objectos em movimento diminuem.

A matemática da teoria da relatividade restrita é muito simples: não envolve nada mais difícil do que uma raiz quadrada. Mas um matemático que tinha sido professor de Einstein na Escola Politécnica de Zurique, Minkowski, ligou o espaço ao tempo, formando uma única entidade a quatro dimensões: o espaço-tempo. Se o tempo for tomado como uma grandeza imaginária, a geometria do espaço-tempo é euclidiana.

Mexer no espaço e no tempo teve consequências no resto da física porque medimos qualquer grandeza física a partir de réguas e relógios. Então, grandezas como a massa e a energia têm de ser alteradas à medida que a velocidade aumenta. E são alteradas do mesmo modo. Mais: massa e energia são equivalentes, tal como diz a equação mais famosa da física, $E=mc^2$, uma relação profunda entre a matéria e a energia, já que c , a velocidade da luz, é uma constante universal. A energia, já se sabia, tem a ver com

positrões), que serve para ver o que se passa no interior do corpo humano. Introduce-se no paciente uma substância radioactiva que emite positrões, ou anti-electrões, isto é, partículas iguais aos electrões mas com carga oposta, e esses positrões, quando encontram electrões, desaparecem em conjunto com estes últimos. A massa deles converte-se em energia, que aparece sob a forma de radiação, de luz. No fundo, com essa técnica, está-se a ver onde estão os electrões do doente. Está-se a ver a química e a fisiologia do doente, com um pormenor enorme. A dose radioactiva é controlada para não causar estragos colaterais. Este é um dos exemplos mais espectaculares da relatividade em acção, até porque tem a ver com a nossa saúde.

A relatividade tem, portanto, um impacto nas nossas vidas. E um impacto que Einstein nunca imaginou... Do mesmo modo que os inventores do laser nunca pensaram no leitor de CDs, ou na leitura do código de barras nas caixas de supermercados. E a relatividade permanece actual. No

dia em que alguém consiga corrigi-la, tal não significará depreciação do Einstein. Pelo contrário: significará que alguém, apoiando-se nele, viu mais do que ele. Mas apoiando-se nele!

CS: Einstein nunca aceitou a teoria quântica. Foi preconceito? É que se foi, fica-lhe mal quando ele próprio foi um revolucionário...

CF: Sim, foi um preconceito, um preconceito filosófico. Einstein acreditava na objectividade do mundo natural. Para ele, não se podia aplicar a noção de probabilidade para descrever o mundo a um nível fundamental. O sábio proferiu a este respeito uma frase que ficou famosa: “Deus não joga aos dados com o Universo”. Esta frase serviu de mote para uma das maiores batalhas intelectuais do século XX, entre Albert Einstein e Niels Bohr. Bohr ganhou essa luta, chegando a dizer ao seu colega que “ninguém devia dizer a Deus o que Ele deve fazer”. No fim de contas, o Todo Poderoso tudo pode, não é? Faço notar que Deus para Einstein é uma metáfora do mundo. Einstein não acreditava num Deus pessoal, um Deus que tivesse uma relação pessoal com os homens. Defendia, pelo contrário, uma ideia panteísta de Deus, na linha do filósofo Espinosa. Para Einstein, Deus era o mundo, a harmonia do mundo. Assim, quando diz que Deus não joga aos dados, queria dizer que a harmonia do mundo não podia ter um carácter probabilístico.

Mas se Einstein foi com Planck um dos pais da teoria quântica é de facto estranho que um pai rejeite o seu filho. O preconceito isolou Einstein. A partir de 1925, quando se estabelece a mecânica quântica, Einstein fica praticamente sozinho na comunidade dos físicos. Há uma geração nova que “perdeu o pai”. Einstein não conseguia acompanhá-los... Ele não é um físico do século XX como Bohr e os seus seguidores, mas o último físico clássico.

CS: Então ele não fez mais nada relevante depois da relatividade?

CF: Fez, mas não tão relevante como a relatividade. Ele tinha 26 anos em 1905 e 37 anos em 1916, quando formulou

respectivamente as teorias da relatividade restrita e geral. Depois disso Einstein foi publicando mais alguns trabalhos mas não com a mesma qualidade, o mesmo brilho que antes. Parece que as ideias mais criativas surgem quando se é novo, aos 20-30 anos...

A maior parte do tempo de Einstein não foi dedicada à relatividade, mas sim à teoria do campo unificado. Os trabalhos de Einstein sobre o campo ou força unificada falharam por ele nunca ter interiorizado a mecânica quântica. De acordo com esta, não podemos saber o estado de um electrão se não o observarmos, mas, se o observarmos, interferimos com ele. Para Einstein existia um mundo exterior a nós, que é independente de nós, e que deveríamos poder observar sem qualquer interferência. Einstein discutiu com Bohr se a Lua existe se não olharmos para ela. Para Einstein era claro que sim. E ele achava que para um electrão devia ser a mesma coisa, ele devia existir mesmo que não olhássemos para ele... Einstein era um realista. Acreditava que as coisas existiam em si e seguiam um destino estabelecido por leis objectivas e precisas.

Ao longo dos últimos decénios da sua vida, Einstein tentou debalde unir a força gravitacional, que explicou pela deformação do espaço-tempo na vizinhança da matéria, com a força electromagnética. Teve azar, porque as forças que ele quis unir são as mais difíceis de unir. Tanto é assim que ainda hoje permanecem desunidas. O projecto de unificação das forças permaneceu e permanece inacabado. Horas antes de morrer Einstein ainda pediu lápis e papéis para continuar a trabalhar nesse projecto.

CS: Mas o projecto não morreu com ele. Ainda há gente a trabalhar nisso, não é?

CF: Existe muita gente a trabalhar nisso. Só que se avançou por um outro caminho. Enquanto Einstein tentou unir duas forças, a gravitação e o electromagnetismo, que são as mais antigas que se conhecem, os físicos descobriram novas forças que explicam a coesão do núcleo atómico e que explicam algumas desintegrações desse núcleo, as duas de base quântica, e uniram-nas com o electromagnetismo.

Portanto, uniram a força electromagnética com a força nuclear, forte e fraca, no quadro da mecânica quântica. A mecânica quântica é essencial!

Hoje um dos grandes desafios da física é tentar englobar a gravitação na força unificada. Quer dizer, arranjar uma teoria da gravitação quântica. Talvez um dia se venha a conseguir - não quero ser pessimista - mas não é fácil. A melhor teoria da gravitação que temos ainda é a do Einstein, que não é quântica, mas sim clássica. Relaciona a

CF: Tal como no caso da relatividade, o nome não é muito feliz porque evoca as séries de ficção científica, como "O Caminho das Estrelas", em que há um capitão que desaparece num sítio da terra e aparece imediatamente na nave. Aqui não é bem a mesma coisa. Temos um sistema, por exemplo, formado por dois fotões, que são os grãos de luz da teoria de Einstein para o efeito fotoeléctrico. Os dois estão juntos e são enviados cada um para seu lado. O facto de estarem juntos no início faz com que formem

O sábio proferiu a este respeito uma frase que ficou famosa: "Deus não joga aos dados com o Universo". Esta frase serviu de mote para uma das maiores batalhas intelectuais do século XX, entre Albert Einstein e Niels Bohr. Bohr ganhou essa luta, chegando a dizer ao seu colega que "ninguém devia dizer a Deus o que Ele deve fazer".

materia com o espaço-tempo à sua volta. De acordo com a teoria da relatividade geral, a geometria do espaço-tempo é curva perto de uma massa. Portanto, a massa "diz" ao espaço-tempo como é que este se deve portar. Colocada nas imediações de uma massa, outra massa seguirá as geodésicas (linhas mais curtas) nesse espaço-tempo. Mas como quantizar esta teoria?

CS: *Eu também não sei... Einstein, embora tenha explicado a luz com os tais "quanta" não promoveu a teoria quântica, ignorou-a mesmo?*

CF: Não. Devo dizer que Einstein, ao usar argumentos contra a teoria quântica, prestou contributos inestimáveis à própria física quântica. Por exemplo, ele recusou a ideia de teletransporte, que hoje já aparece nos telejornais. Que uma pessoa pudesse fazer uma observação aqui e que isso tivesse interferência num ponto distante do vasto universo, era algo para ele incompreensível. Mas os artigos de Einstein críticos da teoria quântica são ainda hoje bastante citados. A crítica pode ser uma ajuda valiosa.

CS: *Mas o que é o teletransporte?*

sempre uma única entidade. Como se diz na física, estão "entrelaçados". Embora cada um em seu lado, mantêm a "memória" de terem no início estado juntos. Se quem inventou a palavra fosse português, não diria "entrelaçamento" mas sim "saudade". Há uma propriedade comum aos dois e o sistema permanece conjunto apesar das partes estarem separadas. Ao fazermos uma medida de uma propriedade num dos lados, estamos a fazer com que a medida correspondente no outro lado fique determinada. Há aqui uma comunicação um pouco estranha à distância.

CS: *Mas então não é transportar átomos de um lado para o outro?*

CF: Não, não é. Mas pode-se, pelo menos em princípio, fazer teletransporte com átomos em vez de fotões.

CS: *É como pôr dois átomos a fazer telepatia...*

CF: Nós gostamos dessas noções antropológicas, mas estamos a falar de um nível microscópico, onde não as podemos usar. Mas há experiências espectaculares e muito recentes que mostram o teletransporte de luz. Há também

quem esteja a experimentar teletransporte com átomos. Noto que foi preciso esperar 80 anos para aparecerem estas aplicações da mecânica quântica. Quando celebrarmos o centenário da mecânica quântica, em 2026, vamos ter decerto muitas mais aplicações...

CS: O teletransporte será corrente daqui a algum tempo?

CF: Já há hoje sistemas de teletransporte, no sentido indicado! Como disse, as aplicações da mecânica quântica estão longe de ter terminado. Elas são mais numerosas do que as da relatividade. A mecânica quântica está hoje por todo o lado: basta pensar nos transistores: nos transistores há basicamente um efeito quântico. E até uma máquina de lavar tem lá um monte de transistores... Estão agora a aparecer aplicações baseadas precisamente no que é mais misterioso na mecânica quântica, as probabilidades ao nível do muito pequeno. Por exemplo, estão a fazer-se hoje sistemas de criptografia quântica, que talvez um dia se apliquem no Multibanco. Parece que uma das melhores maneiras de guardar um segredo consiste em aproveitar a mecânica quântica. Se o observador ao interferir num sistema vai mudar o estado, nós poderemos saber que alguém andou a meter-se onde não era chamado. Há também sistemas chamados de computação quântica, que podem fazer cálculos mais rapidamente baseados na teoria quântica. Poderá haver teletransportes mais sofisticados, embora não se chegue ao ponto de transferir o capitão para dentro da nave.

CS: Agora vou centrar-me na pessoa do entrevistado, que tem um vasto curriculum científico, escreve para os jornais, escreve livros de ciência para adultos, jovens e crianças, é director da "Gazeta de Física" e agora director da Biblioteca Geral da Universidade de Coimbra. Terá descoberto uma fórmula secreta para esticar o tempo?

CF: Esticar o tempo acho que não consigo, mas ocupar o tempo sim. Já agora vou revelar o segredo de fazer várias coisas ao mesmo tempo. Só há uma maneira: é não querer fazer tudo sozinho. Na minha agregação, um dos membros

do júri perguntou-me se eu dormia. E eu respondi que dormia e dormia bem, às vezes até demais. Só que, enquanto eu durmo, há pessoas que estão a trabalhar. Significa isto que o segredo da produtividade tem a ver com a organização e o trabalho de equipa. Não há outra maneira de fazer as coisas rapidamente. Enfim, se tenho algum mérito, é o de congregar vontades e organizar esforços. Faço isso no meu centro de investigação, nos livros, na revista de física, na Biblioteca Geral. Portanto, o mérito não é só meu. Numa equipa é preciso aproveitar o mérito de cada pessoa. E se tenho algum mérito é esse de juntar pessoas que têm méritos.

CS: Tem um artigo de 1992 em colaboração com vários autores, que neste momento já ultrapassou as 3600 citações, o que o torna um dos artigos mais citados de física, se calhar até mais citado que os artigos do Einstein. Será?

CF: Sim, é muito citado porque tem numerosas aplicações em química, biologia, engenharia, etc. De facto, é mais citado do que alguns dos artigos do Einstein. O que não quer dizer nada, não tira valor nenhum ao Einstein nem acrescenta muito ao meu. A ciência não se pode medir com uma régua!

CS: Mas qual é a razão para o sucesso do "paper"? É um artigo revolucionário? Escandaliza a comunidade científica e está toda a gente a tentar provar o contrário?

CF: Não. Penso que ninguém ficou escandalizado. Esse artigo contém basicamente uma nova fórmula para calcular a energia dos electrões num sistema atómico, molecular ou de materiais. É uma fórmula muito útil para cálculos computacionais. Saber a energia do sistema é uma condição para conhecer as propriedades desse mesmo sistema. Há aplicações na nanotecnologia, que é uma área emergente que trata da construção átomo a átomo de novas estruturas.

CS: E como é que o artigo surgiu?

CF: Em 1992 eu estava em sabática nos Estados Unidos, e

o cientista com quem tinha ido trabalhar na Universidade de Tulane, em New Orleans (que agora infelizmente foi inundada por um furacão) já trabalhava há muito tempo em questões desse tipo, procurava saber como calcular com maior precisão a energia de átomos, moléculas e materiais. Nessa altura chegou a uma expressão analítica que satisfazia melhor certas condições físicas gerais. E pediu-me a mim e a outros colaboradores para testar a fórmula, porque era capaz de dar melhores resultados do que os anteriores. Foi um trabalho de equipa, não fui só eu nem principalmente eu. Lá está, é o tal trabalho de equipa que é importante para ter êxito. Fiz a minha parte no computador e os resultados foram, de facto, melhores do que os que havia antes. O engraçado é que este artigo tão citado na altura foi recusado pela revista específica para onde o enviámos. O motivo da recusa era que a fórmula

algo relativo. Porque há disciplinas em que se cita mais do que outras e há áreas da mesma disciplina em que se cita mais do que outras. Por exemplo, na matemática não se cita tanto como na física, mas na biologia cita-se mais do que na física. Por vezes, é uma questão de moda. Mesmo na ciência há modas difíceis de explicar racionalmente. Mas, respondendo à pergunta, as citações têm influência nalgumas apreciações curriculares e servem também para perguntas em entrevistas...

*CS: Podemos então esperar ter em 2092 a comemoração de outro *annus mirabilis*?*

CF: Não, não exageremos! Einstein, no ano milagroso de 1905, formulou novas concepções sobre a luz, a matéria, o espaço, o tempo, a massa e a energia, que revolucionaram a nossa maneira de ver o mundo. Qualquer um dos trabalhos

E eu respondi que dormia e dormia bem, às vezes até demais.

Só que, enquanto eu durmo, há pessoas que estão a trabalhar. Significa isto que o segredo da produtividade tem a ver com a organização e o trabalho de equipa.

não era demonstrada nem sequer explicada, essa parte foi guardada para outro artigo. O objectivo do artigo era apenas mostrar que a fórmula funcionava bem. O artigo acabou por ser publicado depois de alguma insistência nossa e as citações começaram logo a proliferar. Passados 13 anos continua a contar citações e estamos, claro, muito satisfeitos com isso. Agora, satisfeitos é uma coisa, deslumbrados é outra. E, enfim, não podemos viver à sombra de um único artigo. Tenho cerca de 100 artigos e este é um deles, gosto muito dele, mas é apenas o número 20, se não me engano.

CS: Que influência têm as citações?

CF: As citações são sempre agradáveis porque significam que os outros leram e usaram o nosso trabalho. Publicar algo que é útil aos outros é sempre estimulante. Agora é preciso ver que, parafraseando Einstein, as citações são

que fez em 1905 ter-lhe-ia dado a notoriedade; todos juntos deram-lhe a imortalidade. Só aparece uma pessoa dessas em cada século. Mas o trabalho da ciência é um trabalho fragmentado, continuado, anónimo, muitas vezes. Um cientista não tem ideias milagrosas todos os dias. Faz um trabalho diário, contínuo, com altos e baixos. A ciência não vive apenas de momentos de grandes descobertas, mas sim do acumular de pequenas coisas, que se devem a muita gente. Há pequenos "eurekas", como o artigo número 20, que nos animam e nos levam a prosseguir. Encaixamos mais uma peça do puzzle e vemos mais um bocadinho do desenho... O desenho geral é essa tal harmonia de que falava o Einstein. Permanece muita peça do puzzle por encaixar. Quando um de nós consegue encaixar uma pequena peça, fica satisfeito por pequena que seja a peça. De vez em quando há alguém, como Einstein, que monta grandes regiões do puzzle.

CS: *Há então uma unidade, apesar da fragmentação do conhecimento?*

CF: A Natureza é muito diversa, mas tem uma unidade. É regida por leis que se expressam de modo matemático. A matemática é uma companheira permanente da física. A física e a matemática vivem há muito tempo uma união de facto que ainda está para durar. Estão juntas desde o tempo do Galileu, que disse que “o livro da Natureza está escrito em caracteres matemáticos”. A maneira mais simples e

delas acabam por encontrar uma correspondência com o mundo. É muito interessante saber que o nosso mundo é não-euclidiano! Hilbert foi um grande matemático contemporâneo de Einstein que chegou a alguns resultados da relatividade geral antes do próprio Einstein. Tinha as ferramentas mais à mão. Hilbert e Einstein são dois monstros sagrados da ciência. Hilbert tem uma frase sobre os físicos de que eu gosto muito: “A física é demasiado difícil para os físicos”.

A matemática é uma companheira permanente da física. A física e a matemática vivem há muito tempo uma união de facto que ainda está para durar.

Estão juntas desde o tempo do Galileu, que disse que “o livro da Natureza está escrito em caracteres matemáticos”.

elegante de descrever a harmonia do mundo é através de equações matemáticas.

CS: *Ou seja, não se pode fazer física sem matemática...*

CF: Não. Física sem matemática é impossível. Mas se calhar pode fazer-se matemática sem física... Newton teve de criar o cálculo diferencial e integral para descrever os fenómenos do movimento, mas Einstein não teve de criar matemática nova nem para a relatividade restrita nem para a relatividade geral. Einstein tinha a matemática toda à sua disposição: para a relatividade restrita usou apenas matemática elementar, o que significa que a relatividade está ao alcance dos jovens do ensino secundário (felizmente agora já está no novo programa do 12.º ano); a relatividade geral, que fala do espaço-tempo deformado, já requer geometria diferencial, geometrias não-euclidianas, etc. Tudo isso existia no século XIX (Gauss, Riemann, etc.) mas Einstein não sabia matemática suficiente. Teve de aprender o que não sabia, mas que já existia, estava lá. As geometrias não-euclidianas estiveram à espera que aparecesse Einstein para passarem a ter lugar no mundo. O homem pode fazer as construções mentais mais variadas, mas algumas

CS: *Nunca se sabe quem, de outra área, vai precisar da ferramenta que um matemático construiu sem imaginar as suas futuras aplicações...*

CF: Claro. Pode haver resultados que não parecem aplicáveis, mas depois as aplicações surgem quando ninguém espera. Por exemplo, quando apareceram os números complexos, nunca se imaginou as vastas aplicações que iriam ter. Hoje em dia, qualquer circuito eléctrico, que se estuda na engenharia electrotécnica, precisa de números complexos. Para não falar já da mecânica quântica, que também precisa de números complexos... Tal como precisa da análise funcional de Hilbert e outros. Se não tivéssemos o espaço de Hilbert, não teríamos tão cedo a mecânica quântica, que trata de objectos e relações no espaço de Hilbert. Até parece que o espaço de Hilbert estava ali à espera de ser ocupado. Estou convencido de que há muita matemática que só está à espera de vez... E também ao contrário, há questões da física que levam a novos desenvolvimentos da matemática. Como já disse, as duas são inseparáveis, ou, para usar uma metáfora teológica, “não deve o homem separar aquilo que Deus uniu”.

CS: Como vão a matemática e a física nas nossas escolas? Estão unidas?

CF: O problema da rejeição da matemática e da física é geral, mas nota-se particularmente em Portugal. Temos de fazer mais pela matemática e pela física nas escolas. Eu diria que as duas ciências estão juntas na Natureza, mas estão separadas no ensino. Será que os estudantes sabem da união que, de facto, existe? Acho que há muito ainda a fazer para juntar as duas ciências no ensino. Os programas das duas disciplinas, por exemplo, poderiam ser mais coerentes entre si.

CS: E mostrar a utilidade das duas ciências...

CF: Acho que se devem empreender esforços no sentido de mostrar que a matemática e a física são úteis, mas não apenas isso. Deve mostrar-se que a matemática e a física também são bonitas, que proporcionam prazer intelectual. E isso pode ser feito das mais variadas maneiras. Tenho agora um projecto de divulgação científica - chama-se "Livro da Natureza" em homenagem a Galileu - que envolve físicos e matemáticos; o nosso propósito é, através de mini-cursos, Internet, visitas a escolas, etc. mostrar que para onde quer que olhemos no mundo encontramos a matemática. E que é bela a matemática que encontramos no mundo.

CF: Sim, mas isso não é um problema só dos alunos. É um problema da sociedade em geral. A nossa sociedade é marcada pela ciência através da tecnologia, mas a tecnologia aparece como magia. Aliás Sir Arthur Clarke, físico e escritor de ficção científica, disse que "tecnologia suficientemente avançada é indistinguível da magia". E a tecnologia que temos é suficientemente avançada... Na verdade, por trás dos artefactos que dominam as nossas vidas e que a tornam mais fácil, está a ciência, está a física, está a matemática, etc. Um telemóvel, por exemplo, é física quântica que trazemos no bolso. Ninguém sonha que estão lá os espaços de Hilbert... Mas estão lá os espaços de Hilbert, os produtos internos, os valores próprios, tudo isso. A tecnologia pode ser uma das "armas" para fazer proselitismo da ciência. Mas não pode ser a única. Até porque seria enganadora: os alunos poderiam pensar que a ciência apenas é interessante porque é útil. A ciência, disseram-no Hilbert e Poincaré, outro grande matemático da mesma época de Einstein que quase chegou à relatividade antes dele, não é apenas interessante porque é útil. É interessante porque fomenta a curiosidade, porque nos desafia, porque nos dá gozo. A utilidade por vezes surge como um bónus, um presente. É um presente por vezes inesperado porque não estávamos a pensar recebê-lo. Mas,

Einstein tinha a matemática toda à sua disposição: para a relatividade restrita usou apenas matemática elementar, o que significa que a relatividade está ao alcance dos jovens do ensino secundário (felizmente agora já está no novo programa do 12.º ano); a relatividade geral, que fala do espaço-tempo deformado, já requer geometria diferencial, geometrias não-euclidianas, etc.

Tudo isso existia no século XIX (Gauss, Riemann, etc.)

CS: Hoje está nas escolas uma geração que gosta da tecnologia, mas não da ciência. Gosta só do produto acabado. Possui as últimas geringonças, mas depois há um desfasamento com o conhecimento de tudo o que está por trás...

se pensarmos bem, não é tão inesperado como isso. Compreender o mundo, que é o que faz a física com a ajuda da matemática, torna mais fácil habitar o mundo. Um mundo incompreensível seria decerto inabitável...

Inquérito

A movimentação anual dos professores

Habituaamo-nos a ver todos os anos uma grande movimentação de professores – qual movimento browniano – a mudarem de Escola. É a época das colocações. Este movimento excessivo é unanimemente considerado prejudicial para as Escolas e para os próprios professores pelas implicações que tem nas suas vidas. É curioso notar que, no Ensino Superior, a crítica vem no sentido contrário: a fraca mobilidade é tida como negativa.

Anunciaram-se medidas para pôr cobro ao movimento browniano: os professores passariam a ser colocados por 3 ou 4 anos. O novo governo anunciou também medidas para forçar os professores a permanecerem mais horas nas Escolas. E, como não podia deixar de ser, o problema da Matemática não foi esquecido. Assim as Escolas Superiores de Educação e os Departamentos de Matemática de algumas Universidades serão convidados a acompanhar os professores do 1º Ciclo do Ensino Básico na sua prática lectiva.

A Gazeta de Matemática foi ouvir opiniões.

Questão 1: *Considera que o movimento browniano dos professores prejudica as Escolas e os professores? Porquê?*

Questão 2: *Que pensa das medidas anunciadas (colocações por 3 ou 4 anos) para contrariar esse movimento?*

Questão 3: *E quanto à ideia de os professores terem de permanecer mais horas nas Escolas? As Escolas dispõem de condições para que isso seja útil e rentável? Que ficarão os professores a fazer?*

Questão 4: *Acha que um acompanhamento dos professores de Matemática do Ensino Básico por docentes do Ensino Superior terá efeitos positivos? Deve incidir mais sobre o aspecto pedagógico ou científico?*

Rui Feiteira,
Escola Secundária Manuel Teixeira Gomes, Portimão.

1. Este movimento prejudica tanto as Escolas como os professores, embora de forma diferente. Quanto à Escola, não pode ser considerado positivo este movimento, na medida em que algumas turmas não conseguem beneficiar da continuidade, visto que ano após ano mudam de professor e de métodos de trabalho. Quanto aos professores, não pode ser positivo todos os anos termos que começar a trabalhar numa nova escola, com novos alunos, e não beneficiar do trabalho desenvolvido num passado recente.
2. Penso que, de uma forma geral, pode ser uma boa medida, já que, combate de forma eficaz o problema focado na questão anterior. Ainda não conheço o diploma mas poderá ser positivo tanto para os professores como para a Escola.
3. Na minha opinião esta medida é meramente política e para “português ver”, já que não vejo qual a relação entre maior número de horas passadas nas escolas e melhorias no ensino português. Mais, esta medida poderá ser negativa para aquelas escolas que não dispõem de condições (que acredito ser a esmagadora maioria) uma vez que pode originar mal estar entre o pessoal docente.
4. De uma forma geral acho muito favorável esta medida, pois uma parte significativa dos alunos que entravam nas Escolas Superiores tinham médias negativas a Matemática. Como consequência, pelo menos a nível científico, acredito que estes alunos (agora como professores) possam sentir

algumas dificuldades e desta forma, talvez, consigam mais facilmente atingir os objectivos que o ciclo de ensino propõe para a Matemática.

Paulo Figueiredo,
Escola S/3 S. Pedro- Vila Real

1. As constantes alterações na composição do quadro docente de uma Escola prejudicam em primeiro lugar os alunos, na medida em que inviabilizam um acompanhamento pedagógico que seria desejável para o seu progresso educativo. Os efeitos negativos que essas movimentações têm muitas vezes na vida familiar e na estabilidade emocional dos professores constituem por si só uma razão suficiente para modificar a situação existente. Por último, o não enraizamento do professor na Escola e muitas vezes no meio na qual esta está inserida, não possibilita uma contribuição eficaz daquele na elaboração e concretização do Projecto Educativo da Escola.

2. A solução passa pela abertura de lugares nos quadros das escolas, tendo em conta as suas necessidades. Discordo das medidas anunciadas, dado que 3 ou 4 anos é demasiado tempo para professores que ficam colocados numa Escola afastada do seu meio familiar.

3. A obrigatoriedade de permanência mais horas nas Escolas é uma medida perfeitamente demagógica e populista. Não é obrigando os professores a estarem mais tempo nas Escolas sem condições mínimas de trabalho (desde a inexistência de espaços físicos como salas ou gabinetes) que se efectiva uma melhoria da qualidade de ensino e da educação. Bem pelo contrário, a situação imposta pelo Ministério da Educação está a contribuir para um maior desgaste psicológico e uma desmotivação que se torna visível em professores que se têm dedicado de forma empenhada à sua profissão, ao longo de vários anos.

4. Embora não tenha um conhecimento suficientemente forte da realidade do 1º Ciclo do Ensino Básico parece-me positivo um tal acompanhamento desde que seja efectuado por docentes do Ensino Superior que de algum modo conheçam o "terreno". Penso que deveria incidir mais sobre aspectos pedagógicos, mas com a flexibilidade necessária para que em casos de detecção de insuficiências de ordem científica se privilegie numa primeira fase o colmatar das mesmas.

Entrevista com Ian Stewart (cont.)

A entrevista a Ian Stewart por Jorge Buescu publicada no último número da Gazeta (Vol. 149, pp. 34-38), originalmente publicada no Boletim do CIM, teve na altura uma reacção que conduziu a uma nova pergunta muito interessante acerca da Hipótese de Riemann. Posteriormente, uma nova pergunta a esse respeito foi feita a Ian Stewart, que respondeu do seguinte modo:

JB - Porque é que acha que a Hipótese de Riemann pode ser resolvida nos próximos 20 anos?

INS - Por nenhuma razão em particular; é mais uma sensação impressionista. Os grandes problemas da Matemática estão a ser resolvidos a um ritmo cada vez mais acelerado, e eu não acredito que problemas naturais como a Hipótese de Riemann acabem por revelar-se indecíveis. Este problema tem ligações a muitas áreas diferentes da Matemática, cada uma das quais fornece uma direcção potencial para atacar o problema, e muitas das quais têm assistido a progressos rápidos, especialmente a Teoria dos Números e as suas ligações à Análise e a Física Matemática. Por outro lado, temos também observado o facto de problemas considerados intratáveis serem resolvidos de súbito, à custa de observações penetrantes mas que podiam ter sido formuladas há muito. Entre as minhas preferidas estão a demonstração de Apéry da irracionalidade de zeta(3), a descoberta do polinómio de Jones e a Conjectura de Bieberbach (cuja demonstração acabou por seguir um caminho tentado-e-testado que os especialistas tinham decidido há muito nunca poder resolver o problema). Portanto, sou céptico quando os especialistas me dizem que não há forma de atacar um dado problema. Eu não seria capaz de apostar dinheiro *contra* a Hipótese de Riemann estar em aberto em 2100, mas numa visão de conjunto fico com a sensação de que ela não vai aguentar muito mais tempo. *Posso*, no entanto, prever desde já que quando for anunciada uma demonstração que acabe, mais tarde, por se revelar correcta, ninguém vai acreditar nela, e ninguém terá grande empenho em a declarar correcta (tal e qual como sucede com o trabalho de Perelman sobre a Conjectura de Poincaré e a Conjectura de Geometrização de Thurston, com a única reserva de não termos ainda a certeza de esta demonstração estar correcta).

algumas dificuldades e desta forma, talvez, consigam mais facilmente atingir os objectivos que o ciclo de ensino propõe para a Matemática.

Paulo Figueiredo,
Escola S/3 S. Pedro- Vila Real

1. As constantes alterações na composição do quadro docente de uma Escola prejudicam em primeiro lugar os alunos, na medida em que inviabilizam um acompanhamento pedagógico que seria desejável para o seu progresso educativo. Os efeitos negativos que essas movimentações têm muitas vezes na vida familiar e na estabilidade emocional dos professores constituem por si só uma razão suficiente para modificar a situação existente. Por último, o não enraizamento do professor na Escola e muitas vezes no meio na qual esta está inserida, não possibilita uma contribuição eficaz daquele na elaboração e concretização do Projecto Educativo da Escola.

2. A solução passa pela abertura de lugares nos quadros das escolas, tendo em conta as suas necessidades. Discordo das medidas anunciadas, dado que 3 ou 4 anos é demasiado tempo para professores que ficam colocados numa Escola afastada do seu meio familiar.

3. A obrigatoriedade de permanência mais horas nas Escolas é uma medida perfeitamente demagógica e populista. Não é obrigando os professores a estarem mais tempo nas Escolas sem condições mínimas de trabalho (desde a inexistência de espaços físicos como salas ou gabinetes) que se efectiva uma melhoria da qualidade de ensino e da educação. Bem pelo contrário, a situação imposta pelo Ministério da Educação está a contribuir para um maior desgaste psicológico e uma desmotivação que se torna visível em professores que se têm dedicado de forma empenhada à sua profissão, ao longo de vários anos.

4. Embora não tenha um conhecimento suficientemente forte da realidade do 1º Ciclo do Ensino Básico parece-me positivo um tal acompanhamento desde que seja efectuado por docentes do Ensino Superior que de algum modo conheçam o "terreno". Penso que deveria incidir mais sobre aspectos pedagógicos, mas com a flexibilidade necessária para que em casos de detecção de insuficiências de ordem científica se privilegie numa primeira fase o colmatar das mesmas.

Entrevista com Ian Stewart (cont.)

A entrevista a Ian Stewart por Jorge Buescu publicada no último número da Gazeta (Vol. 149, pp. 34-38), originalmente publicada no Boletim do CIM, teve na altura uma reacção que conduziu a uma nova pergunta muito interessante acerca da Hipótese de Riemann. Posteriormente, uma nova pergunta a esse respeito foi feita a Ian Stewart, que respondeu do seguinte modo:

JB - Porque é que acha que a Hipótese de Riemann pode ser resolvida nos próximos 20 anos?

INS - Por nenhuma razão em particular; é mais uma sensação impressionista. Os grandes problemas da Matemática estão a ser resolvidos a um ritmo cada vez mais acelerado, e eu não acredito que problemas naturais como a Hipótese de Riemann acabem por revelar-se indecíveis. Este problema tem ligações a muitas áreas diferentes da Matemática, cada uma das quais fornece uma direcção potencial para atacar o problema, e muitas das quais têm assistido a progressos rápidos, especialmente a Teoria dos Números e as suas ligações à Análise e a Física Matemática. Por outro lado, temos também observado o facto de problemas considerados intratáveis serem resolvidos de súbito, à custa de observações penetrantes mas que podiam ter sido formuladas há muito. Entre as minhas preferidas estão a demonstração de Apéry da irracionalidade de zeta(3), a descoberta do polinómio de Jones e a Conjectura de Bieberbach (cuja demonstração acabou por seguir um caminho tentado-e-testado que os especialistas tinham decidido há muito nunca poder resolver o problema). Portanto, sou céptico quando os especialistas me dizem que não há forma de atacar um dado problema. Eu não seria capaz de apostar dinheiro *contra* a Hipótese de Riemann estar em aberto em 2100, mas numa visão de conjunto fico com a sensação de que ela não vai aguentar muito mais tempo. *Posso*, no entanto, prever desde já que quando for anunciada uma demonstração que acabe, mais tarde, por se revelar correcta, ninguém vai acreditar nela, e ninguém terá grande empenho em a declarar correcta (tal e qual como sucede com o trabalho de Perelman sobre a Conjectura de Poincaré e a Conjectura de Geometrização de Thurston, com a única reserva de não termos ainda a certeza de esta demonstração estar correcta).

Competições internacionais de Matemática de 2005

Joana Teles e Sílvia Barbeiro
Universidade de Coimbra

Participação portuguesa nas 46^{as} Olimpíadas Internacionais de Matemática, por Joana Teles

As 46^{as} Olimpíadas Internacionais de Matemática (IMO) realizaram-se entre os dias 8 e 19 de Julho de 2005 em Mérida, estado de Yucatão, México, contando com a presença de representações de 91 países, num total de 512 estudantes.

Os objectivos gerais de uma IMO são: descobrir, incentivar e desafiar jovens matematicamente talentosos de todos os países do Mundo, proporcionar o convívio internacional de matemáticos, criar uma oportunidade para a troca de informação sobre a prática e os currículos escolares e a promoção da Matemática em geral. Foi a primeira IMO a realizar-se no México e a maior em número de países participantes. Como país observador esteve a Nigéria que no próximo ano já poderá, de acordo com o regulamento da IMO, trazer a sua equipa de alunos.

Inesquecível para todos foi a presença de um convidado surpresa, o furacão Emily, que nos últimos dias deste evento bem perto esteve de cancelar a cerimónia de encerramento. Felizmente para todos, Emily desviou-se, enfraqueceu e tudo não passou de uma noite ventosa mas bem divertida para todos os participantes refugiados num salão sem janelas na cave do hotel.

Portugal participou pela décima sétima vez com uma equipa constituída por Joana Teles, representante portuguesa no Júri Internacional, António Salgueiro, acompanhante dos alunos e que colaborou na correcção e classificação das provas, e os alunos: Afonso José Sousa

Bandeira, do 11^o ano da Escola Secundária de S. Pedro do Sul, Carlos Filipe Magalhães dos Santos do 12^o ano da Escola Secundária da Maia, Eduardo Manuel Dias do 12^o ano da Escola Secundária Domingos Sequeira em Leiria, João Leitão Guerreiro do 10^o ano do Colégio Valsassina em Lisboa, João Manuel Gonçalves Caldeira do 12^o ano da Escola Secundária Emídio Navarro em Almada e Joel Pedro de Oliveira Moreira do 11^o ano da Escola Secundária José Saramago em Mafra.

Estes alunos foram seleccionados atendendo aos seus resultados nas Olimpíadas Portuguesas de Matemática e nos estágios de preparação posteriores efectuados no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, a cargo do Projecto Delfos. Refira-se que, à excepção do Eduardo, estes alunos participavam pela primeira vez num acontecimento deste tipo.

O Júri Internacional, constituído pelos capitães das diversas delegações, chegou à cidade de Mérida no dia 8 de Julho. Os dois dias seguintes foram ocupados com reuniões para elaborar a prova constituída por seis problemas. A escolha dos seis problemas partiu de uma lista de problemas seleccionados, previamente, por uma equipa de especialistas a partir das propostas enviadas pelos diferentes países participantes. Depois de alguma discussão e muitas votações chegou-se à versão final, aprovada por unanimidade. Ficou claro a todos os presentes no Júri que a prova não continha nenhum problema verdadeiramente fácil, nem um verdadeiramente difícil. Seria então de

esperar muitos alunos com a prova completa e também muitos alunos sem nenhum ponto, o que de facto se veio a verificar. No programa oficial da IMO havia ainda o dia 11 de Julho, que foi aproveitado pelo Júri Internacional para a tradução para as línguas oficiais: inglês, russo, alemão, francês e espanhol e depois de aprovadas estas versões para os mais de 50 idiomas distintos presentes. Nesta altura Portugal trabalhou em conjunto com o Brasil para elaborar a versão portuguesa e já bem perto do final, recém-chegado depois de uma longa viagem, com o representante de Moçambique. São neste momento os três países de língua oficial portuguesa presentes neste evento. É necessário, nesta altura, chegar a um acordo em relação a notações e terminologia para que nenhum dos alunos possa ter problemas na interpretação dos enunciados.

Os alunos e acompanhantes chegaram a Mérida no dia 11 de Julho e no dia seguinte realizou-se a cerimónia de abertura das Olimpíadas. Ao Governador do Estado de Yucatão coube fazer a declaração oficial do início da IMO. Foram depois apresentadas as delegações presentes e todas elas fizeram a sua passagem pelo palco. Nesta cerimónia o Júri Internacional pode à distância saudar as suas equipas.



Em cima, da esquerda para a direita: António Salgueiro, o guia Daniel, Eduardo Dias e Joel Moreira
Em baixo, da esquerda para a direita: João Caldeira, Afonso Bandeira, Carlos Santos e João Guerreiro

As provas decorreram nas manhãs dos dias 13 e 14 de Julho. Na tarde do dia 14 de Julho, a capitã de equipa (que não podia ter nenhum contacto com os alunos antes de estes realizarem as duas provas, uma vez que já as conhecia) pôde encontrar-se com os alunos e o seu guia.

Até ao encerramento e à entrega das medalhas, que aconteceu a 18 de Julho, os alunos ocuparam o tempo com passeios e visitas várias. Foram até à praia em Progreso, tiveram um dia de jogos e actividades no parque Alvarado, visitaram Dzibilchaltún, e tiveram algum tempo livre no hotel. O hotel tinha algumas salas de jogos, com xadrez, ténis de mesa, outros jogos de mesa, e sempre muita animação. Durante este espaço de tempo os capitães e vice-capitães das várias equipas corrigiam e classificavam as provas para o demorado processo de passagem pelas equipas de coordenadores a fim de se concluírem pelas notas definitivas de cada estudante. No dia 17 de Julho, e já depois de todo o trabalho terminado, houve uma excursão conjunta de alunos, júri internacional e acompanhantes às ruínas Maias de Chichén-Itzá.

Da esquerda para a direita:
João Caldeira
João Guerreiro
Afonso Bandeira
Joel Moreira
Eduardo Dias
Carlos Santos



O Eduardo Dias, por resolver completamente o primeiro problema, recebeu uma Menção Honrosa, e esteve bem perto de uma medalha de bronze. Em termos de países a classificação de Portugal não foi excepcional, no entanto, vinte e dois países tiveram prestações inferiores à nossa.

As próximas edições das IMO serão: 2006 - Ljubljana, Eslovénia (6 a 18 de Julho); 2007 - Vietname e 2008 - Espanha (Madrid ou Granada).

Todos os países no final foram de opinião que a organização do evento foi excelente, apesar de todos os imprevistos.

XX Olimpíadas Ibero-Americanas de Matemática - Cartagena das Índias (Colômbia), por Sílvia Barbeiro

As Olimpíadas Ibero-Americanas de Matemática decorreram este ano na Colômbia, em Cartagena das Índias, de 24 de Setembro a 1 de Outubro.

Colômbia foi o país anfitrião da primeira edição destas olimpíadas, em 1985, em que participaram 10 países. Este ano a competição contou com a presença de todos os países Ibero-Americanos: Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, Colômbia, Costa Rica, Cuba, Equador, El Salvador, Espanha, Guatemala, Honduras, México, Nicarágua, Panamá, Paraguai, Perú, Portugal, Porto Rico, República Dominicana, Uruguai e Venezuela, num total de 85 estudantes. A longa tradição da Colômbia em olimpíadas traduziu-se na excelência da organização deste evento.

As provas decorreram, como habitualmente, em duas manhãs, e desafiaram a criatividade e o talento matemático dos estudantes. Nenhum dos alunos saiu da sala antes do tempo máximo permitido para a realização das provas (4h30m) o que mostra o enorme empenho de todos na obtenção de um bom resultado. Ao todo foram entregues 8 medalhas de ouro, 17 de prata e 23 de bronze.

Durante o tempo livre os estudantes tiveram oportunidade de conhecer a parte antiga de Cartagena,

declarada Património Histórico e Cultural da Humanidade pela UNESCO, em 1984. Mas as actividades mais populares foram as idas à praia ou piscina, facto que certamente não é alheio às elevadas temperaturas que se faziam sentir. Integrado nas actividades para os tempos livres foi organizado um Torneio por Equipas, mais um desafio matemático, sendo os grupos formados por dois estudantes olímpicos de países diferentes e dois alunos do ensino secundário colombianos. Este torneio proporciona o intercâmbio de experiências e convívio.

A delegação portuguesa foi constituída por 4 estudantes, Eduardo Manuel Dias, Hugo Fidalgo Martins, Joel Pedro de Oliveira Moreira e Vasco Manuel Ferreira de Brito, e por duas docentes do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, Sílvia Barbeiro, como chefe da equipa e representante portuguesa no Júri Internacional, e Ana Margarida Melo, como tutora. O Eduardo, o Joel e o Vasco obtiveram medalhas de bronze. Ao Hugo faltaram apenas 2 pontos para ganhar uma medalha. O Eduardo recebeu ainda um prémio correspondente à classificação da sua equipa em segundo lugar no Torneio por Equipas.



Da esquerda para a direita: Joel Moreira, Eduardo Dias, Vasco Brito e Hugo Martins



Da esquerda para a direita: Iván (guia), Sílvia Barbeiro, Eduardo Dias, Vasco Brito, Hugo Martins, Joel Moreira e Ana Margarida Melo

Ainda no âmbito destas olimpíadas, realizou-se nos dias 22-24 de Setembro o primeiro Seminário de Educação Matemática Ibero-Americano, com ênfase na resolução de problemas (SEMI 2005).

No próximo ano, será a vez de o Equador organizar a vigésima primeira edição das Olimpíadas Ibero-Americanas de Matemática e no ano seguinte cabe a Portugal o papel de anfitrião.

Da esquerda para a direita: Joel Moreira,
Eduardo Dias, Vasco Brito e Hugo Martins



Bartoon



Luís Afonso, Público, 23-10-2005
(Publicação gentilmente autorizada pelo autor)