PROBLEMAS

SOLUÇÕES RECEBIDAS

2397 (*Gaz. Mat.* n.º 31) — Se os números complexos z_1, z_2, z_3, e z_4 são tais que

$$|z_1-z_2|=|z_2-z_3|=|z_3-z_4|=|z_4-z_1|,$$

então $z_1+z_3=z_2+z_4$ e $\dfrac{z_1-z_3}{z_2-z_4}$ é um imaginário puro.

R: *Como o módulo da diferença de dois complexos mede o comprimento do segmento de recta que tem para extremos as suas imagens no plano de Argand, o quadrilátero que tem para vértices as imagens de* z_1, z_2, z_3, *e* z_4 *é um losango, em que* z_1 *e* z_3 *correspondem a vértices opostos, o mesmo sucedendo a* z_2 *e* z_4. *Então* z_1+z_3 *tem por imagem o simétrico da origem em relação ao ponto de cruzamento das diagonais do losango,* z_2+z_4 *tem por imagem o mesmo ponto, sendo, por isso,* $z_1+z_3=z_2+z_4$. *Em virtude das diagonais do losango serem ortogonais, o argumento principal de* $\dfrac{z_1-z_3}{z_2-z_4}$, *(diferença dos argumentos de* z_1-z_3 *e* z_2-z_4*) é igual a* $\pm\dfrac{\pi}{2}$, *o que significa que aquele cociente é um imaginário puro, c. q. d.*

2398 (*Gaz. Mat.* n.º 31) — Mostre que é igual a 1 o determinante $|a^i_j|$, $(i,j=1,2,\cdots,n)$, assim definido: $a^i_1=a^1_j=1\,(i,j=1,2,\cdots,n)$ e

$$a^{i-1}_j+a^i_{j-1}=a^i_j\,(i,j=2,3,\cdots,n).$$

R: *Vamos proceder por indução. Para* $n=2$, $|a^i_j|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=1$. *Admitamos que para* $n=p$ *se tem ainda* $|a^i_j|=1$ *e vamos mostrar que, nesta hipótese, se tem também* $|a^i_j|=1$. *Com efeito, conservando* a^i_1 *e substituindo* a^i_j *por* $a^i_j-a^i_{j-1}\,(j>1)$, *obtém-se um determinante* $|b^i_j|=|a^i_j|$, *em que* $b^i_1=1\,(i=1,2,\cdots,p+1)$, $b^1_j=0\,(j=2,3,\cdots,p+1)$ *e* $b^i_j=a^{i-1}_j\,(i,j=2,3,\cdots,p+1)$, *em virtude de ser* $a^{i-1}_j+a^i_{j-1}=a^i_j$. *Baixando de ordem, encontra-se o determinante* $|c^i_j|=|b^i_j|$ *em que*

$$c^1_j=1\,(j=1,2,\cdots,p) \ \textit{e}$$
$$c^i_j=b^{i+1}_{j+1}\,(i=2,3,\cdots,p;\ j=1,2,\cdots,p).$$

Substituindo neste determinante c^i_j *por* $c^i_j-c^{i-1}_j$, *obtém-se finalmente o determinante* $|d^i_j|=|c^i_j|$ *em que*

$$d^i_1=d^1_j=1 \quad \textit{e} \quad d^i_j=a^i_j\,(i,j,=2,3,\cdots,p),$$

quer dizer, obtém-se o determinante $|a^i_j|$ *para* $n=p$, *que, por hipótese é igual a* 1, *o que prova a veracidade do enunciado.*

Soluções dos n.ºs 2397 e 2398 de José C. Morgado

As resoluções de problemas propostos devem ser enviados para a Redacção da «Gazeta de Matemática». Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de todas as resoluções correctas e só destas.

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

83 — CASTELNUOVO, EMA — **Geometria Intuitiva per le Scuole medie inferiori, com 414 disegni e 19 riproduzioni artistiche e oltre 750 esercizi e complementi** — Casa Editrice R. Carabba S. A. Lanciano—Roma. Preço 500 liras.

Desde há muito que os metodólogos, e até mesmo os que o não são, procuram que a matemática, por sua natureza árida quando apresentada sem ligação com os factos da vida corrente, seja ensinada aos que principiam, duma forma atraente, enquadrando-a nos centros de interesse do aluno, levando-o à compreensão do facto matemático como representação adequada dos fénómenos de observação comum, e mostrando a sua necessidade e vantagem para a solução de tantos problemas que diáriamente a vida nos põe. Um ensino que não tem em conta esses casos da vida diária, aparece ao aluno sem interesse e destituído de utili-