

Hex

O Hex foi inventado duas vezes. Uma, pelo matemático e poeta dinamarquês Piet Hein em 1942, a outra pelo matemático americano John Nash, em 1948. Trata-se de um jogo de conexão que se desenrola num tabuleiro como o ilustrado:

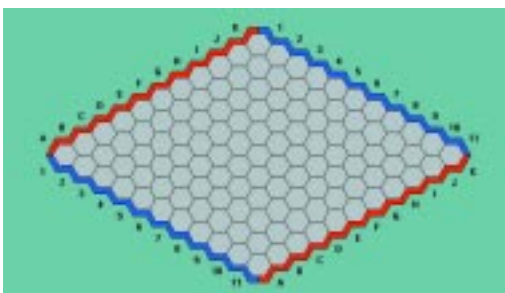


Figura 1

Há dois jogadores, um joga com peças vermelhas, o outro com as azuis. Cada jogada consiste em colocar num hexágono livre uma peça da sua cor. Ganha quem conseguir unir duas margens paralelas com a sua cor. Na Figura 1 o jogador que conduz as azuis deve tentar unir as margens que correspondem aos pontos cardeais NE e SO.

Nenhum jogo de Hex pode terminar empatado. Este resultado pode ver-se intuitivamente, se interpretarmos uma cor como sendo água, e a outra um muro de pedra. Se imaginarmos todas as casas do tabuleiro ocupadas, então das duas uma: ou flui água, ou há um dique que separa duas massas de água. Em cada um dos casos uma das cores ganhou. Claro que também há uma demonstração matemática deste resultado.

Outro resultado importante da teoria deste jogo, e que se deve a John Nash, é o facto de qualquer jogo de Hex poder, teoricamente, ser sempre ganho pelo primeiro jogador, se este conhecer a estratégia apropriada. Contudo, para dimensões

não triviais do tabuleiro (11x11 é um dos casos, claro) ninguém conhece essa estratégia. O argumento de Nash prova a existência de uma estratégia vencedora para o primeiro jogador, mas nada nos ajuda a encontrá-la. Trata-se de uma demonstração por absurdo. Ei-la: Como nenhum jogo de Hex pode terminar empatado, o primeiro ou o segundo jogador tem uma estratégia vencedora. Suponhamos que era o segundo jogador que, jogando perfeitamente, tem a vitória assegurada. Então o primeiro começa por jogar aleatoriamente e encara-se como sendo o segundo jogador, roubando-lhe a estratégia vencedora, que se supôs existir. Sempre que tiver de jogar onde, por acaso, já o tenha feito, torna a jogar à sorte... Assim, tem a vitória garantida, partindo do princípio que há estratégia vencedora para o segundo. Resumindo: se admitirmos que o segundo jogador vai ganhar então... o primeiro ganha! Absurdo. Como alguém tem de dispor de uma estratégia vencedora, terá de ser o primeiro.

Este argumento é agora clássico, e aplica-se a muitos jogos, tendo ficado conhecido por *argumento do roubo de estratégia*.

Como dissemos, ninguém conhece a estratégia óptima, nem mesmo os computadores, se as dimensões do tabuleiro forem razoáveis. Contudo, se a primeira jogada for muito forte, por exemplo nas casas centrais da diagonal menor, o primeiro jogador fica na posse de grande vantagem. Daí a instituição da *regra do equilíbrio*, que consiste em dar ao segundo jogador, na sua primeira vez de jogar, a possibilidade de trocar de cores, aproveitando o primeiro lance do seu adversário. Assim, o primeiro jogador não jogará demasiado forte, e a luta fica equilibrada.

Duas peças da mesma cor em hexágonos que partilhem uma aresta dizem-se *adjacentes*. Claro que, para ganhar, um jogador necessita de um conjunto de peças adjacentes (*grupo*) que una as suas duas margens. Mas, estender os seus grupos com movimentos adjacentes, nem sempre é a melhor ideia. Vejamos quais as distâncias, contabilizadas em termos de movimentos adjacentes, a uma casa determinada.

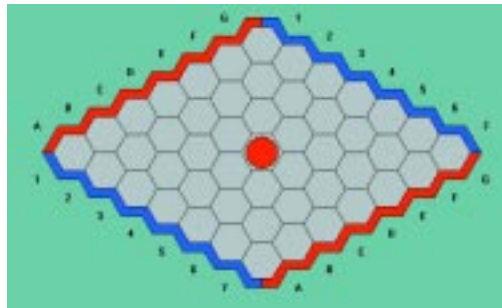


Figura 6

Na Figura 6, à distância de um lance de d4 estão as casas c4, c5, d3, d5, e3, e4, são as casas adjacentes a d4. As casas adjacentes a estas, que ainda não tenham sido listadas, só precisam de mais uma jogada para serem atingidas. Assim, a distância de duas jogadas de d4 estão b4, b5, b6, c3, c6, d1, d6, e2, e5, f2, f3, f4. E assim sucessivamente.

Repare-se que, para ir de d4 a qualquer casa que diste desta casa duas unidades há sempre dois caminhos, portanto d4 pode sempre ligar-se, por adjacência, a qualquer casa a duas unidades de distância. A este tipo de ligação chama-se *ponte*. As pontes são das jogadas mais fortes do Hex. A Figura 7 mostra uma ponte entre d4 e e5.

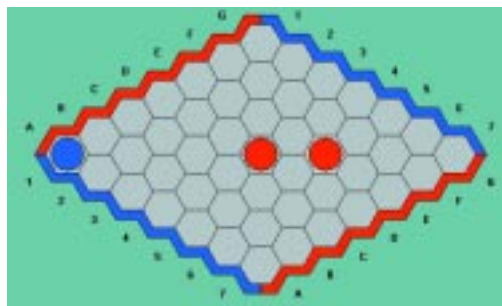


Figura 7

Aqui as peças d4 e e5 não podem ser separadas. Se as azuis jogam d5, as vermelhas respondem com e4, e se as azuis jogam e4, as vermelhas respondem com d5.

Devemos sempre tentar estender a nossa *conectividade* e evitar que o adversário estenda a dele. Contrariar as intenções do outro jogador deve ser sempre uma preocupação, muitas vezes uma boa defesa é o melhor ataque.

Referências

- Browne, Cameron (2000), *Hex Strategy: Making the Right Connections*, A. K. Peters.
Gardner, M. (1959), *The Game of Hex*, Mathematical Puzzles and Diversions, Penguin, Hammondsworth, 70-77.

