

du système dans le cas où les centres des deux sphères sont dans un même plan passant par l'axe  $A$ , ce qu'on ne suppose pas nécessairement.

I. *Partie cinématique.* Montrer que le mouvement du système est possible en supposant seulement qu'il existe entre les vitesses angulaires  $\omega$  de  $D$ ,  $\omega'$  de  $D'$ ,  $\omega_1$  de  $C$  et  $\omega'_1$  de  $C'$  une relation qu'on déterminera.

*Application numérique:* Quel est le rapport  $\omega_1/\omega'_1$  si on suppose que  $D$  et  $C$  sont reliés par un mécanisme tel que  $\omega'_1/\omega = 2/3$  et que  $D'$  et  $C'$  sont reliés par un autre mécanisme tel que  $\omega/\omega_1 = 11$ . On donne  $a = 10,1$  mm et  $R = 20$  mm.

II. *Partie dynamique.* On suppose que  $C$ ,  $C'$ ,  $D$ , et  $D'$  peuvent tourner sans frottement autour de  $A$ , et que  $S$  et  $S'$  sont libres à part les contacts dont il a été question qui ont toujours lieu sans glissement

et sans frottements de roulement ou de pivotement. On néglige les poids des divers solides. On suppose les sphères pleines, homogènes et de même masse  $m$ . On désigne par  $I$ ,  $I'$ ,  $J$  et  $J'$  les moments d'inertie par rapport à l'axe  $A$  des solides  $D$ ,  $D'$ ,  $C$  et  $C'$ .

1° Etudier le mouvement du système.

2°  $C$  et  $C'$  étant immobiles et  $D$  et  $D'$  en mouvement, on suppose que les trois solides  $C$ ,  $D$  et  $D'$  sont brusquement liés de manière à constituer un solide unique, les différents contacts ayant toujours lieu sans glissement. Connaissant les vitesses angulaires de  $D$  et  $D'$  avant le choc, en déduire les vitesses du système après le choc.

Enunciados e soluções dos n.ºs 2540 e 2541 do Prof. René de Possel.

## PROBLEMAS

*As resoluções de problemas propostos devem ser enviadas para a Redacção da «Gazeta de Matemática». Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do Autor.*

*Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os Autores de todas as resoluções correctas e só destas.*

### PROBLEMAS PROPOSTOS

2542 — Mostre que

$$\sum_{p=0}^{m-1} \frac{p!}{(n+p)!} = \frac{1}{n-1} \left( \frac{1}{(n-1)!} - \frac{m!}{(m+n-1)!} \right)$$

2543 — Mostre que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{p=1}^n (p!)^{r/p} / \sum_{p=1}^n p^r \right) = e^{-r}.$$

2544 — Dados num plano  $\alpha$  um ponto  $P$  e três rectas  $a$ ,  $b$  e  $c$ , construir um triângulo rectângulo isósceles cuja hipotenusa passe por  $P$  e tenha um vértice em cada uma das rectas dadas.

2545 — Considere os seguintes trinómios:

$$P_2 = 1 - ax + bx^2.$$

$$P_4 = 1 - (a^2 - 2b)x^2 + b^2x^4.$$

$$P_6 = 1 - (a^3 - 3ab)x^3 + b^3x^6.$$

$$P_8 = 1 - (a^4 - 4a^2b + 2b^2)x^4 + b^4x^8.$$

$$P_{10} = 1 - (a^5 - 5a^3b + 5ab^2)x^5 + b^5x^{10}.$$

$$P_{12} = 1 - (a^6 - 6a^4b + 9a^2b^2 - 2b^3)x^6 + b^6x^{12}.$$

$$P_{14} = 1 - (a^7 - 7a^5b + 14a^3b^2 - 7ab^3)x^7 + b^7x^{14}.$$

onde o coeficiente  $c_n$  ( $n > 2$ ) de  $-x^n$ , no polinómio  $P_{2n}$  é dado por  $c_n = ac_{n-1} - bc_{n-2}$ .

Prove que  $P_{2n}$  divide  $P_{2m}$  se  $n$  divide  $m$ .

(De Howard D. Grossman, *Scripta Mathematica*, vol. IX, 1943, págs. 59-60).

Problemas n.ºs 2542 a 2544 propostos por José Morgado J.º.

## REVISTAS RECEBIDAS

Argentina

Boletín Matemático — (Buenos Aires) — Año XX, n.º 1 a 8 — 1947.

Mathematicae Notae — (Rosario) — Boletín del Instituto de Matemática — Facultad de Ciencias Matemáticas, etc. de la Universidad Nacional del Litoral — Año 6 — Fascs. 3 e 4 — 1946; Año 7 — Fasc. 1 (1947).

Revista de la Union Matemática Argentina — (Buenos Aires) — Vol. XII — n.ºs 3, 4 e 5 — 1947.

Brasil

Boletim da Sociedade Matemática de S. Paulo — Vol. 1, fasc. 1 — 1946.

Revista Politécnica — (S. Paulo) — n.º 151 — 1946.