

didade de trinta quilómetros a qual, sob a acção térmica do radio, ora se liquefazia ora se solidificava.

King sugere, em 1929, uma nova explicação por analogia com o que sucede a uma barra de ferro quando se encontra sob a acção de um campo magnético: se o campo é intenso a barra torna-se mais curta; se é moderado ela aumenta de comprimento. Dêste modo, se o interior da Terra fôr constituído por ferro, como geralmente se admite, êle deve contrair-se ou dilatar-se sempre que o campo magnético é ou não intenso. Mas, ocorre perguntar, a que obedecerão estas variações do campo magnético terrestre? Às manchas solares, que com tanta frequência se invocam hoje para explicar as mais variadas coisas?

Possivelmente por falta de elementos suficientes, tôdas as tentativas de King para encontrar uma correlação nítida entre os dois fenómenos foram infructíferas.

Finalmente, em 1937, Brown imagina a existência a pouca profundidade de uma camada situada a uma temperatura crítica, isto é, a uma temperatura tal que

qualquer pequena variação causará uma considerável, mudança de volume.

Se houver uma camada em tais condições, com a espessura de quilómetro e meio, é suficiente uma mudança do seu volume de menos de um por cento para explicar as irregularidades do movimento de rotação da Terra.

Do que acabamos de ver se conclui que êste arfar gigantesco da Terra deve ser causado por movimentos, no sentido radial, de massas no interior do globo. Para explicar êsses movimentos só dispomos ainda hoje de hipóteses.

No entanto, o desenvolvimento notável que nos últimos anos tem tomado a técnica sismológica e o grande incremento atingido pelo estudo das propriedades elásticas das rochas levam-nos a supôr que num prazo não muito longo dados precisos se hão-de obter para completa elucidação de um problema de tanto interêsse sob vários pontos de vista.

ESTATÍSTICA MATEMÁTICA

UM PROBLEMA HISTÓRICO

por *Fernando de Carvalho Araújo*

Uma urna contém n esferas numeradas de 1 a n . Fazem-se n extracções sucessivas sem reposição. Qual é a probabilidade: (1) De que nenhuma esfera saia no lugar correspondente ao seu número; (2) De que pelo menos uma esfera saia no lugar que lhe corresponde; (3) De que r esferas saiam nos seus lugares. * (Problema estudado por De Montmort há mais de duzentos anos em «Essai d'analyse sur les jeux de hasard» - 2.^a ed., Paris, 1713. - Vide Boletim Bibliográfico n.º 43, G. M., n.º 23, crítica do Prof. R. A. Fisher).

Seja u_n o número de ordens que satisfazem à condição (1). Suponhamos agora que a esfera 1 ocupa o lugar da esfera k e que esta ocupa o lugar daquela. Com 1 e k nestas posições há u_{n-2} ordens em que as restantes esferas satisfazem à condição (1).

Como k designa qualquer das esferas 2, 3, ... n , o número total de ordens satisfazendo a (1), mas com 1 no lugar de k e k no lugar de 1, é $(n-1)u_{n-2}$. Por outro lado, se 1 ocupar o lugar de k mas k não ocupar o lugar de 1, o número de ordens das $(n-1)$ esferas restantes satisfazendo a (1) é u_{n-1} mas como a esfera 1 pode tomar $(n-1)$ posições distintas o número total de ordens satisfazendo a (1) em que 1 toma a lugar de k mas não k o lugar de 1, é $(n-1)u_{n-1}$.

* Vide Boletim Bibliográfico n.º 43 - «Gazeta de Matemática n.º 23 - crítica à obra *The Advanced Theory of Statistics* de Kendall, feita pelo Prof. R. A. Fisher.

Logo $u_n = (n-1)(u_{n-1} + u_{n-2})$

ou $u_n - nu_{n-1} = -u_{n-1} - (n-1)u_{n-2} = \dots = (-1)^n (u_2 - 2u_1)$ mas como $u_2 = 1$ $u_1 = 0$ será $u_n - nu_{n-1} = (-1)^n$.

Teremos então

$$\begin{aligned} \frac{u_n}{n!} - \frac{u_{n-1}}{(n-1)!} &= \frac{(-1)^n}{n!} \\ \frac{u_{n-1}}{(n-1)!} - \frac{u_{n-2}}{(n-2)!} &= \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \\ &\dots \\ \frac{u_2}{2!} - u_1 &= \frac{1}{2!} \end{aligned}$$

e finalmente somando

$$\frac{u_n}{n!} = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{1}{n!}$$

Como

$$\left| \frac{u_n}{n!} - \frac{1}{e} \right| < \frac{1}{(n+1)!}$$

a probabilidade é praticamente $1/e$ excepto para pequenos valores de n . Com efeito, para $n=1, 2, 3, \dots, 11$ as probabilidades correspondentes são

$$\begin{aligned} p_1 &= 0,000000 & p_2 &= 0,500000 & p_3 &= 0,333333 \\ p_4 &= 0,375000 & p_5 &= 0,366667 & p_6 &= 0,369056 \\ p_7 &= 0,367857 & p_8 &= 0,367881 & p_9 &= 0,367879 \\ p_{10} &= 0,3678795 & p_{11} &= 0,3678794 \end{aligned}$$

