

**1886** — Calcule o momento quadrático da esfera homogénea do raio  $R$  e densidade  $\rho$ , em relação: a) ao centro; b) a um ponto da superfície.

R: a) *Decompondo em camadas esféricas, vem*

$$I_e = 4\pi\rho \int_0^R r^4 dr = \frac{4}{5}\pi\rho R^5; \text{ b) o Teorema de Lagrange}$$

fornece, a partir do resultado anterior,  $I_p = \frac{32}{15}\pi\rho R^5$ .

**1887** — A um elevador com 1 tonelada de peso, foi em 3 s e com aceleração constante, imprimida a velocidade de 4 m/s. Desprezando o atrito, calcule a força de tracção exercida pelos cabos e a altura subida durante aquêlo tempo. (Poorman) R: *Fôrça pedida, F=1136,1 kg; altura subida, s=6,00 m.*

Soluções dos n.ºs 1878, 1882 e 1883 a 1887 de P. de Varennes e Mendonça.

### I. S. T. — 2.º exame de frequência — 1943

**1888** — Verificar que as equações de Lagrange num espaço de configuração definido pela métrica

$$ds^2 = 2T dt^2 = \sum_{i,k=1}^n g_{ik} dx^i dx^k, \text{ têm a forma } \frac{d^2 x^i}{dt^2} =$$

$$= X^i - \sum_j \left\{ \begin{matrix} rs \\ i \end{matrix} \right\} \frac{dx^r}{dt} \frac{dx^s}{dt}, \text{ sendo } (X^i) \text{ o vector fôrça.}$$

**1889** — Um fio flexível, inextensível e simplesmente pesado, suspenso por dois pontos situados sobre a mesma horizontal, toma a forma duma semi-circunferência. Achar a lei de variação da densidade.

**1890** — Um ponto material é atraído por um centro fixo na razão inversa do cubo da distância. Dada a distância inicial  $a$ , calcular a duração da queda. (Supõe-se nula a velocidade inicial).

**1891** — Quando um cilindro de revolução gira uniformemente em tórno duma generatriz, o sistema das fôrças de inércia é equivalente a um vector único, cuja linha de acção é a perpendicular baixada do centro de gravidade sobre o eixo. Qual é a grandeza desse vector?

### I. S. T. — MECÂNICA — Exame final, Outubro de 1943

**1892** — Num movimento central, seja  $r$  a distância do centro ao ponto móvel  $M$ ,  $p$  a distância do mesmo centro à tangente à trajectória em  $M$ ,  $c$  a constante das áreas e  $F$  a grandeza da fôrça, por unidade de massa, suposta atractiva. Verificar a relação:

$$F = \frac{c^2 dp}{p^3 dr}. \text{ E ainda a relação } F = \frac{c^2 r}{\rho p^3}, \text{ sendo } \rho \text{ o}$$

raio de curvatura da trajectória em  $M$ .

**1893** — Um sólido formado por três hastes rectilíneas homogéneas idênticas (de massa  $M$  e comprimento  $2a$ ), cada uma delas perpendicular às outras duas, gira uniformemente em tórno da haste média. Achar o vector principal e o momento resultante do sistema das fôrças de inércia, em relação ao ponto  $O$ , meio dessa haste média.

**1894** — Desenvolver  $\frac{1}{2}(\pi - x) \sin x$  em série de cosenos, válida no intervalo  $0 \leq x \leq \pi$ .

## PROBLEMAS

*As resoluções de problemas propostos devem ser-nos remetidas até ao dia 15 do mês anterior ao do aparecimento de cada número da «Gazeta»*

*Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.*

*Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de todas as resoluções correctas e só destas.*

## PROBLEMAS PROPOSTOS

**1895** — Calcular os catetos e a hipotenusa dum triângulo rectângulo, conhecendo-se as superfícies ( $A_1$  e  $A_2$ ) dos dois triângulos, em que a altura correspondente à hipotenusa, o divide.

(Bach. do Ens. Esp.<sup>al</sup> Poitier — 2-8.º-88).

**1896** — Encontrar quatro números inteiros consecutivos tais que o cubo do maior seja igual à soma dos cubos dos outros três.

(Generalizar: — quatro números formando progressão aritmética).

**1897** — Resolver a equação

$$\frac{(x-a)\sqrt{x-a} + (x-b)\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b}} = a-b.$$

**1898** — Dividir o volume dum cone recto de revolução, em média e extrema razão, por um plano paralelo à base.

(Bach. em ciências — Marselha — 25-4.º-88).

Problemas n.ºs 1895 a 1898 propostos por J. Faria de Abreu (de Penafiel).

