

Logo, o ponto P procurado é qualquer das extremidades da corda tirada por C perpendicular a OA.

Soluções de Alberto Paes (de Lisboa).

Enviaram também soluções correctas: Adelino da Silva Vieira (de Almada); António A. Guimarães (do Porto); António B. Lopes (de Leiria); Edmundo Pedro (de S. Tiago, Cabo Verde); F. Roldão Dias Agudo (de Lisboa); Miguel de Almeida (de Lisboa) e Paul Richard (de Portalegre).

**1705** — Demonstrar que se num triângulo, os três ângulos  $A, B, C$ , são respectivamente proporcionais aos números 2, 3, 4, tem-se:  $\cos A/2 = (a+c)/2b$ .

R: Tem-se:  $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} \therefore \frac{a+c}{\text{sen } A + \text{sen } C} = \frac{b}{\text{sen } B}$  ou  $(a+c)/2b = \frac{\text{sen } (A+C)/2 \cdot \cos (A-C)/2}{\text{sen } B}$  mas,

por hipótese:  $A/2 = B/3 = C/4 \therefore \frac{A+C}{2} = B$  e  $\frac{A-C}{2} = -\frac{A}{2}$ , donde  $(a+c)2b = \cos \left(-\frac{A}{2}\right) = \cos \frac{A}{2}$ .

Solução de J. S. Faria de Abreu (de Penafiel).

Enviaram também soluções correctas: Adelino da Silva Vieira (de Almada); Alberto Paes (de Lisboa); Angel Chain Garcia (Gijón-Espanha); António A. Guimarães (do Porto); António B. Lopes (de Leiria); F. Roldão Dias Agudo (de Lisboa); Paul Richard (de Portalegre); T. Ferreira Rato (S. Tiago-Cabo Verde).

**1706** — Sabendo-se que o número  $13xy45z$  é divisível por 792, achar os três algarismos  $x, y, z$ . R: Por ser  $792 = 8 \cdot 9$ , será  $13xy45z = 8$  e também  $45z = 8$  ou  $4 \times \times 4 + 2 \times 5 + z = 8$  donde se conclui que  $z = 6$ . Por ser

$792 = 99$ , será  $13xy456 = 99$  ou  $56 + y4 + 3x + 1 = 99$ , ou  $56 + y4 + 3x + 1 = 99$ , isto é, a soma das classes de dois algarismos em que o número se pode decompor, a partir da direita, é múltipla de 99. A simples inspecção mostra que esta soma não pode atingir  $2 \times 99 = 198$ , portanto será  $56 + y4 + 3x + 1 = 99$  donde se conclui que  $x = 8$  e  $y = 0$ .

Solução de J. Caeiro Murteira (de Perolivas).

Enviaram também soluções correctas: A da Silva Vieira (de Almada); Alberto Paes (de Lisboa); Angel Chain Garcia (Gijón-Espanha); António A. Guimarães (do Porto); F. R. Dias Agudo (de Lisboa); J. S. Faria de Abreu (de Penafiel); Paul Richard (de Portalegre); T. Ferreira Rato (de S. Tiago-Cabo Verde).

**1707** — Três operários executam em certo prazo uma obra que, dividida igualmente pelos três, tomaria o mesmo tempo a um deles, menos dois dias a outro e mais três ao terceiro. De quantos dias é o prazo? R: O problema resolve-se mentalmente. É evidente que o trabalho executado pelo terceiro operário em 3 dias, seria executado pelo segundo em 2. Reconhece-se então que os tempos (expressos em dias) que estes dois operários gastam para executar o seu quinhão da obra, estão na razão de 3/2 e a sua diferença é 5; serão nesse caso, os produtos  $3 \times 5 = 15$  e  $2 \times 5 = 10$ . Será portanto de  $15 - 3$  ou  $10 + 2$ , isto é, de 12 dias o prazo que se procura.

Solução de J. Caeiro Murteira (de Perolivas).

Enviaram também soluções correctas: A da Silva Vieira (de Almada); Alberto Paes (de Lisboa); A. Bernardino Lopes, (de Leiria); F. R. Dias Agudo (de Lisboa); P. Richard (de Portalegre); T. Ferreira Rato (de S. Tiago-Cabo Verde).

## BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de criticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas criticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

**32**—FERREIRA NEVES, Francisco—**Elementos de Geometria** para o I, II e III anos dos liceus. 4.<sup>a</sup> edição. 1942. Livraria Sá da Costa—Editora. Lisboa. Preço 12\$50.

O livro Elementos de Geometria escrito em linguagem clara e acessível tem muito bom aspecto gráfico e é de fácil leitura. Definições e enunciados dos teoremas são correctos. Todo o livro é escrito com o intuito de observar o programa e as suas instruções, como convém a livro que se destina ao ensino liceal, e necessariamente segue as normas legais fazendo por isso mais verificações do que demonstrações.

O capítulo IV sobre posição relativa de duas rectas no plano é tratado dum modo francamente experimental, dando indicações e apresentando desenhos das experiências que mostram o paralelismo e a perpendi-

cularidade de rectas. No entanto, e contra as observações do programa, dá algumas demonstrações dedutivas logo a partir do 1.<sup>o</sup> ano, e não a partir do 3.<sup>o</sup>, por exemplo no caso da igualdade de triângulos, em que o assunto podia ser tratado por uma forma experimental. No fim de cada capítulo apresenta o autor exercícios de aplicação e revisão bem graduados e nos moldes dos saídos em exames liceais.

J. da Silva Paulo

**33**—PALMA FERNANDES, ANTÓNIO DO NASCIMENTO, **Exercícios de Geometria e Álgebra**, para o 4.<sup>o</sup> ano, 2.<sup>a</sup> edição melhorada. Livraria Cruz, Braga, 1943. Preço 8\$00,

Este livro de exercícios tem no início de cada capítulo um breve resumo de matéria teórica, seguido de exercícios com a resolução completa, e do mesmo

