TEMAS DE ESTUDO

A NOÇÃO DE GRUPO TOPOLÓGICO — CORRECÇÃO IMPORTANTE

por **Hugo Ribeiro**

(Bolseiro do Instituto para a Alta Cultura)

Acabamos de reler o nosso artigo da «Gazeta» n.º 17, de Novembro de 1943, sôbre a noção de grupo topológico e notar que a nossa preocupação de pôr em relevo uma propriedade dos grupos topológicos que aí indicámos e cujo interêsse se estende a outros capítulos da Matemática, aparentemente distantes daquêle, nos levou a formular erradamente a condição de continuïdade normalmente imposta ao produto de elementos dum grupo topológico. A propriedade em questão é a de que se deve ter $\overline{X}\cdot\overline{Y}\subset\overline{X\cdot Y}$, quaisquer que sejam os complexos X e Y do grupo. Esta propriedade é de facto, como indicámos, válida em qualquer grupo topológico e equivalente à continuïdade da operação de produto relativamente a cada uma das variáveis factores, que nós exigimos na definição apresentada. *Porém não é simplesmente esta espécie de continuïdade a que intervem no conceito do grupo topológico,* mas mais: $x\cdot y$ *deve ser uma função contínua no* espaço produto *do espaço* T_1 (que os elementos do grupo devem constituir) *por si mesmo* (espaço cujos elementos são os pares ordenados $<x,y>$ de elementos de G, sendo uma vizinhança de um par, $<x,y>$, o conjunto de pares ordenados cujos antecedentes são os elementos de uma vizinhança de x e cujos conseqüentes são os elementos de uma vizinhança de y: pense-se, por exemplo, na topologia do plano como um tal produto das de duas rectas). E é trivial que a continuïdade de uma função de duas variáveis é coisa distinta da continuïdade dessa função relativamente a cada uma das variáveis. Também para o produto $x\cdot y$ num grupo topológico a continuïdade relativamente a cada um dos factores é implicada pela *continuïdade do produto* $x\cdot y$, mas não a implica: O exemplo do grupo aditivo dos números complexos com uma topologia que difere da ordinária porque, dada uma recta fixa, no plano, se excluíram das vizinhanças ordinárias de cada número complexo α os pontos distintos de α pertencentes à paralela àquela recta, pelo afixo de α, mostra, com simplicidade, êsse facto; com efeito, os números complexos constituem, assim, relativamente à adição, um grupo, a topologia verifica tôdas as condições dos espaços T_1, tem-se $\overline{X^{-1}}=\overline{X}^{-1}$ e $\overline{X}\cdot\overline{Y}\subset\overline{X\cdot Y}$ mas a continuïdade exigida aos grupos topológicos não se dá.

Devemos, pois, acrescentar, (para a definição de grupo topológico) às condições que impuzemos no nosso artigo, uma nova que poderá exprimir-se assim: quaisquer que sejam os elementos x *e* y *e o complexo* Z *tais que* $x\cdot y\notin\overline{Z}$ *há complexos* X *e* Y *com* $x\notin\overline{X}$, $y\notin\overline{Y}$ e $(1-\overline{X})\cdot(1-\overline{Y})\subset 1-\overline{Z}$. ($1-\overline{X}$, $1-\overline{Y}$, $1-\overline{Z}$ representam os complementares dos conjuntos $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$, respectivamente). A condição $\overline{X}\cdot\overline{Y}\subset\overline{X\cdot Y}$ torna-se então supérflua. Mas tôdas as questões postas subsistem.

MOVIMENTO MATEMÁTICO

JUNTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA (J. I. M.)

COLÓQUIOS DE ANÁLISE GERAL

Por iniciativa da Junta de Investigação Matemática, realizam-se todos os sábados, às 16 horas, a partir do dia 15 de Janeiro no Centro de Estudos Matemáticos do Pôrto uma série de colóquios de Análise Geral que terão por objectivo divulgar entre os estudiosos portugueses as correntes principais do pensamento matemático moderno.

Êste ano os colóquios serão divididos nas cinco secções:

I — *Álgebra Moderna* — sob a direcção do Prof. Dr. A. Almeida Costa.

II — *Teoria das Estruturas* — sob a direcção do Prof. Dr. A. Monteiro.

III — *Topologia Geral* — sob a direcção do Prof. Dr. A. Monteiro.

IV — *Teoria Geral da Medida* — sob a direcção do Prof. Dr. Ruy Luís Gomes.

V — *Teoria Geral da Integração* — sob a direcção do Prof. Dr. Ruy Luís Gomes.

Em cada sessão, que durará cêrca de 1 hora e 30 minutos realizar-se-ão 3 colóquios.