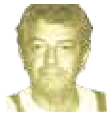

JORGE NUNO SILVA
Universidade
de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

GAFANHOTOS LINEARES

Ivan Moscovich publicou, recentemente, um livro ambicioso, *Puzzle Universe: The History of Math in 315 Puzzles* (Firefly Books 2015). Esta obra, ricamente ilustrada, é uma apologia da matemática recreativa por parte do seu entusiástico autor. Cito da introdução: "Jogos e quebra-cabeças tornam-nos mais inventivos, mais criativos, mais artísticos e até mais humanos".

Após um capítulo dedicado a considerações gerais sobre os brinquedos (*playthings*) em que o livro se foca, Ivan Moscovich faz uma viagem, por ordem cronológica, aos mais famosos problemas e quebra-cabeças da história da matemática. Da Antiguidade temos os problemas de geometria e aritmética dos gregos, os jogos dos egípcios e dos babilónios, entre outros. Todos são pontos de partida para versões atualizadas das questões, para variantes e relações com outras matérias. A viagem termina na matemática dos nossos dias, nunca evitando abordar, de forma estimulante e lúdica, os temas mais sofisticados.

Desta forma, sistemática e rigorosa no percurso cronológico, mas com riqueza nas extensões que os tópicos sugerem ao autor, nasce um livro invulgar, um contributo relevante para a promoção da rainha das ciências.

Escolhemos para partilhar com os nossos leitores um *puzzle* da autoria do próprio Ivan Moscovich: Gafanhotos lineares.

Num segmento de reta marcam-se, igualmente espaçados, os pontos 0, 1, ..., n. À extremidade esquerda corresponde o 0, à direita corresponde o n.

Um gafanhoto, colocado na origem, dá saltos sucessivos de comprimentos 1, 2, ..., n. Pode fazê-lo para a esquerda ou para a direita, sem sair do segmento.

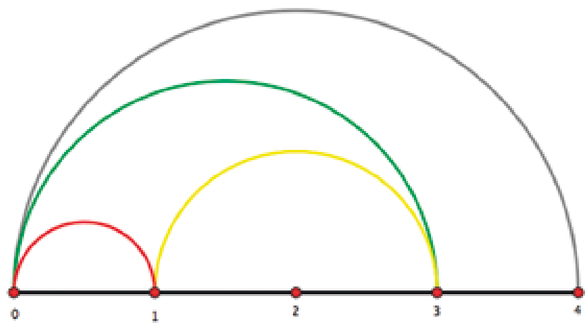

Figura 1

Se ao n-ésimo salto alcançar a extremidade direita, o segmento de comprimento n diz-se vitorioso.

Para $n = 1$ a questão é trivial.

A figura 1 mostra como o segmento de comprimento 4 se mostra vitorioso (o primeiro, segundo e quarto saltos são para a direita, o terceiro é para a esquerda).

A questão que deixo é a seguinte: para que valores de n é o segmento correspondente vitorioso?

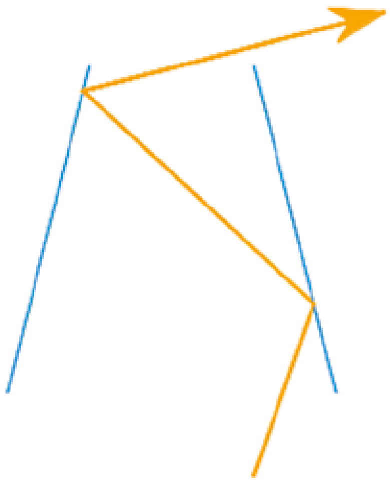

Figura 2

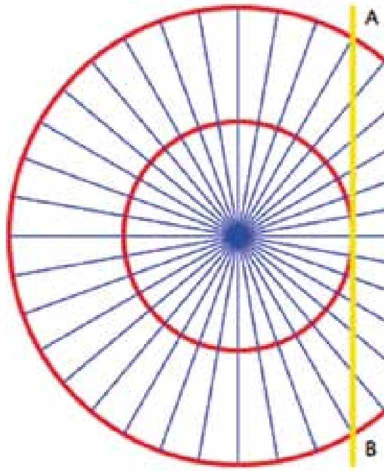

Figura 3

Relembremos a questão do número anterior.

Se os segmentos fazem, quando prolongados, um ângulo de 1.º, a abertura inferior mede 2 cm e a superior 1 cm, qual é o maior número de reflexões que um raio de luz pode efetuar, entrando pela base e saindo pelo topo?

Este belo problema, que apareceu nas páginas de *50 Mathematical Puzzles and Problems*, Key Curriculum Press 2001, resolve-se com facilidade se utilizarmos um procedimento semelhante ao utilizado com espelhos paralelos, isto é, prolongamos o raio de luz e refletimos os espelhos. Neste caso, a reflexão dos espelhos dá origem a uma coroa circular, entre as circunferências de raio 1 e 2, com espelhos espaçados a 1º (na figura 3, o espaçamento é de 10º).

Usando coordenadas, podemos deduzir que o ângulo ao centro definido por *A* e *B* é 120º, concluindo que o número pretendido é 120.