Fabio Chalub
Universidade
Nova de Lisboa
chalub@fct.unl.pt

RAZÃO ÁUREA NA IDADE DA PEDRA

O mundo mudou muito no último milhão de anos. Mas algumas coisas ficam. Uma nova investigação mostra como a perceção de beleza associada à razão áurea – e muito explorada pelos grandes mestres da arte – é antiga. Mesmo na Idade da Pedra, construíam-se utensílios em que as medidas lembram (de forma muito vaga...) a Mona Lisa!

Como é que se explica a um adolescente de hoje em dia como era a vida antes do telemóvel? Parece-lhes que estamos a descrever a Pré-História. No entanto, esta é uma tecnologia recente, que só se tornou popular nos últimos 20 ou 30 anos. E como é que era o mundo há 500 anos, antes da cadeira de rodas? Ou há 2000 anos, quando não se podia usar sabão? Ou mesmo antes do prego, com já quase quatro mil anos? Bom, pelo menos nesta época já existia o vinho...

Vamos recuar ainda mais, a um mundo que nos seria totalmente irreconhecível: a Idade da Pedra. A grande inovação tecnológica desta época é o biface: uma pedra lascada em dupla face e de forma oval. Uma simples pedra dura longamente afiada já existia e era utilizada por um dos nossos antepassados, o *homo habilis*. No entanto, o novo utensílio tinha uma grande vantagem: podia ser facilmente utilizado não apenas para cortes grosseiros, mas para atividades mais finas, como separar a carne do osso. Não fomos nós, humanos, a inventar, e sim alguma das nossas espécies antepassadas, mas foi uma criação de tamanha qualidade que o seu uso durou cerca de um milhão de anos e chegou até à época dos neandertais, que foram nossos contemporâneos. O *homo sapiens*, com a sua superior capacidade intelectual, foi capaz de inventar objetos melhores, a partir do polimento das pedras.

Esta tecnologia é conhecida como *Acheuliana*, em honra do pequeno vilarejo francês onde foram encontradas pela primeira vez. Um ponto que chama a atenção dos estudiosos é que o tipo de corte utilizado nas pedras parece demonstrar não apenas a importância da sua utilização, mas também um bom nível de senso estético (através do abuso de simetrias na sua construção, algumas sem uma função evidente). É nesta época que surgem as primeiras expressões artísticas, como, por exemplo, a decoração destes mesmos machados de mão. Portanto, não é absurdo imaginar que um objeto que é essencialmente idêntico, fabricado em diversos pontos do globo tão longínquos como a África do Sul e França durante um período de tempo que nos é quase inimaginável e que foi submetido a diversos usos tenha no seu fabrico uma demonstração da perícia dos primeiros artesãos. Esta habilidade é frequentemente demonstrada na elaboração de instrumentos que além de úteis e funcionais são belos de se exibir – esteticamente apelativos, como diríamos hoje.

E onde é que entra a matemática nisto tudo? Sempre que discorremos sobre o sentido humano de beleza, encontramos o número Φ (diz-se "fi"), a chamada proporção (ou razão) áurea (ou dourada):

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.62.$$

Encontramos Φ em lugares tão diversos, em obras criadas por artistas que certamente o conheciam e sabiam explorar os sentimentos humanos como os renascentistas, mas também em obras de artistas sem clara consciência da importância do Φ, mas com grande capacidade de criar beleza no seu trabalho. Veja a figura 1.

O número Φ surge de figuras geométricas simples que mantêm as suas proporções quando alteradas. Considere um retângulo, de lados a (menor) e b (maior). Suponha que ao retirar um comprimento igual ao lado menor do lado maior, encontremos um novo retângulo com as mesmas proporções:

$$\frac{b-a}{a} = \frac{a}{b}.$$

Chamando $\Phi = \frac{b}{a}$ à razão entre o maior e o menor lados, temos que

$$\Phi - 1 = \frac{1}{\Phi}.$$

A única solução positiva desta equação é dada pela razão áurea. Mas há muitas outras figuras geométricas relacionadas, desde o triângulo dourado, um triângulo isósceles com um ângulo de $\frac{\pi}{5}$, ou 36º, até a figura cheia de misticismo do pentagrama. Veja a figura 2.

O interessante é encontrar a razão áurea (e, conjuntamente, o ângulo de $\frac{\pi}{5}$) sistematicamente nos objetos Acheulianos. É disto que trata a investigação publicada em [1], feita pelo investigador irlandês, educado em Inglaterra e há muito radicado no Brasil Alan Cannell. Com acesso a um largo conjunto de bifaces encontrados no sul de Inglaterra (em Boxgrove) e preservadas no Museu Britânico, foi capaz de identificar várias figuras geométricas presentes no conjunto original de bifaces. Evidentemente, um material tão antigo não está perfeitamente preservado e alguns resultados envolvem um certo nível de extrapolação, como é sempre necessário na investigação de ponta. No entanto, como pode ver-se na figura 3, o resultado final mostra que de alguma forma Φ é um dos elementos centrais, certamente inconsciente, no espírito do artesão. O artigo também faz um tratamento estatístico da amostra de Boxgrove, mostrando que as conclusões obtidas não são resultado da escolha da amostra.

Há uma pergunta natural: porquê Φ? O que é que há de tão especial neste número? Pense numa época em que não havia réguas. De facto, nem mesmo escalas de medidas haviam sido inventadas. Como saber de quanto material nós precisamos para construir seja o que for? As pedras chegam até nós, mas é natural supor que também trabalhassem em materiais que não se tenham fossilizado. Suponha um círculo de raio 1, e, portanto, de área π. Considere, agora, um círculo de raio Φ. A área adicional é dada por $\pi\Phi^2 - \pi = \pi(\Phi^2 - 1) = \pi\Phi$. Portanto, ao multiplicar a dimensão linear (raio) por Φ, a área (e, portanto, o material, já que estamos a falar de estruturas bidimensionais) é multiplicada pelo mesmo fator. Isto acontece apenas com o número áureo, permitindo um maior planeamento dos insumos necessários na vovó das oficinas.

As relações entre Φ e regras de crescimento são omnipresentes na Natureza. Basta uma simples busca na internet para vermos como este número mágico está presente em caracóis, ananases e flores. Acredita-se que isto decorra exatamente pela forma mais estável de aumentar de tamanho por superposição de novas camadas sobre as antigas.

De alguma forma, este conceito de beleza está tão entranhado na nossa natureza, que ao solicitar a um paleoantropólogo moderno que construísse um biface à moda antiga, o resultado – de forma inconsciente, garante – foi uma oval na forma da elipse dourada. Num tom mais especulativo, o autor termina por considerar se o facto de termos cinco dedos nos dá alguma preferência por objetos de cinco pontas, e das estrelas para a razão áurea é uma simples conta!

BIBLIOGRAFIA

[1] Alan Cannell. "Pattern recognition of universal mathematical constants in Acheulean biface formats." *Journal of Lithic Studies* (2015) vol. 2, nr. 1, p. 17-44.

Errata

No último número saiu cortada a referência utilizada no artigo "Que nome para o bebé?". Fica aqui a referência completa:

Paolo Barucca, Jacopo Rocchi, Enzo Marinari, Giorgio Parisi and Federico Ricci-Tersenghi. "Cross-correlations of American baby names." *Proc. Natl. Acad. Sci.* USA. 112 (26) 7943-7947.

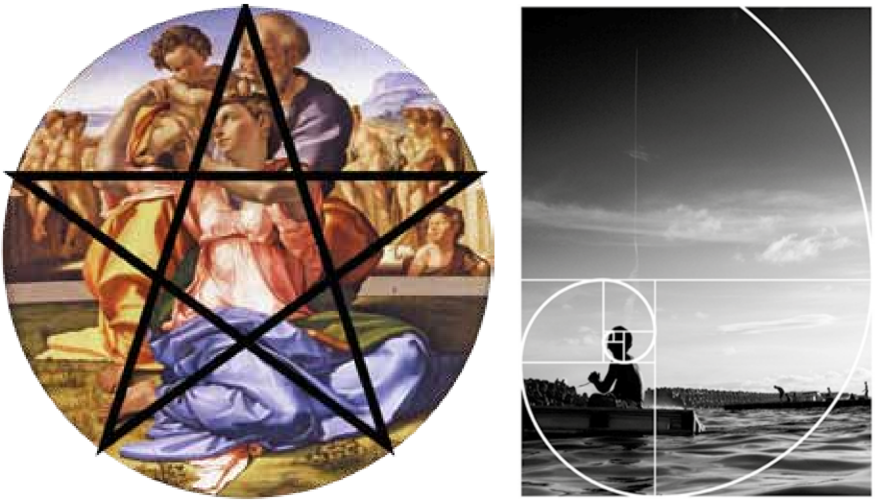

Figura 1: "Doni Tondo" (também conhecida por "Sagrada Família"), de Miguel Ângelo (c. 1507), com uma estrela de cinco pontas sobreposta, mostrando o destaque dado à Virgem Maria. **Fonte: Wikimedia Commons.** Um uso inconsciente da espiral dourada em fotografia da autoria de Hani Amir e gentilmente cedida pelo autor. Ver em *http://hani-amir.com/* e *http://ehentha.tumblr.com/.*

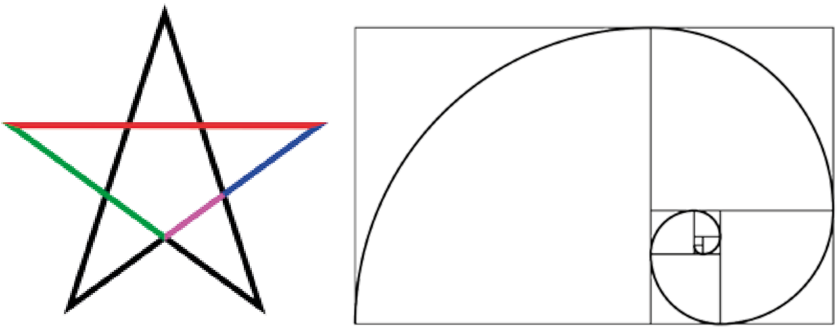

Figura 2: À direita, uma estrela de cinco pontas. Os segmentos coloridos têm os seus comprimentos relativos na proporção áurea. Cada um dos ângulos internos nas pontas mede 36º. À esquerda, construção do número ϕ através da remoção sequencial de lados, formando uma hierarquia de retângulos semelhantes. Conjuntamente, vem aquilo a que se chama espiral dourada. **Fonte: Wikimedia Commons.**

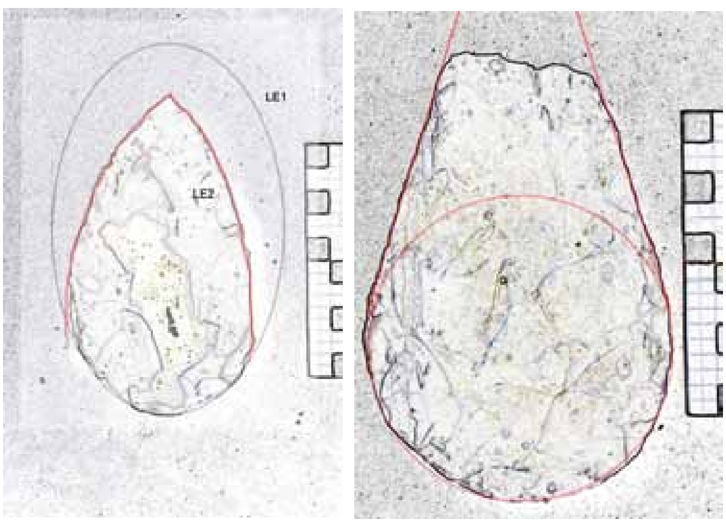

Figura 3: Dois exemplos de bifaces em que a razão áurea aparece. À esquerda, um biface com o formato longo em secção da elipse dourada; à direita, um instrumento com uma ponta de 36º. Figuras gentilmente cedidas por Alan Cannell (Transcraft Consultants, Curitiba, Brasil).