



GONÇALO MORAIS CONVERSA COM CHARLES JOHNSON

O Professor Charles Johnson, da Universidade William and Mary, é uma das personagens centrais do moderno desenvolvimento da álgebra linear. Licenciou-se em Matemática e Economia em 1969 pela Northwestern University e doutorou-se em Matemática em 1979 no Caltech sob orientação de Olga Tausky-Todd. Os seus livros de álgebra linear tornaram-se centrais para os alunos de doutoramento de diversas áreas. Pessoa amável, com enorme capacidade de comunicação, escritor prolífico... Esta entrevista é um resumo possível da longa conversa que tivemos.



GONÇALO MORAIS
Instituto Superior
Engenharia, Lisboa
gmorais@adm.isel.pt

GONÇALO Poderia dizer-me em que momento ou situação a matemática passou a ser a sua área privilegiada de investigação?

JOHNSON Bem, a verdade é que sempre fui melhor aluno a matemática do que às outras disciplinas. Desde cedo consegui apreciar a sua beleza intrínseca. Foi quando terminei a minha licenciatura e tinha de decidir o que ia fazer na vida. Eu tinha pensado em ir para Direito devido ao facto de ter um tio que era advogado e que tinha muita influência em mim. O facto é que achei que gostava mais de matemática e acabei por ir fazer o doutoramento nesta área. Foi um excelente período da minha vida.

GONÇALO No Caltech...

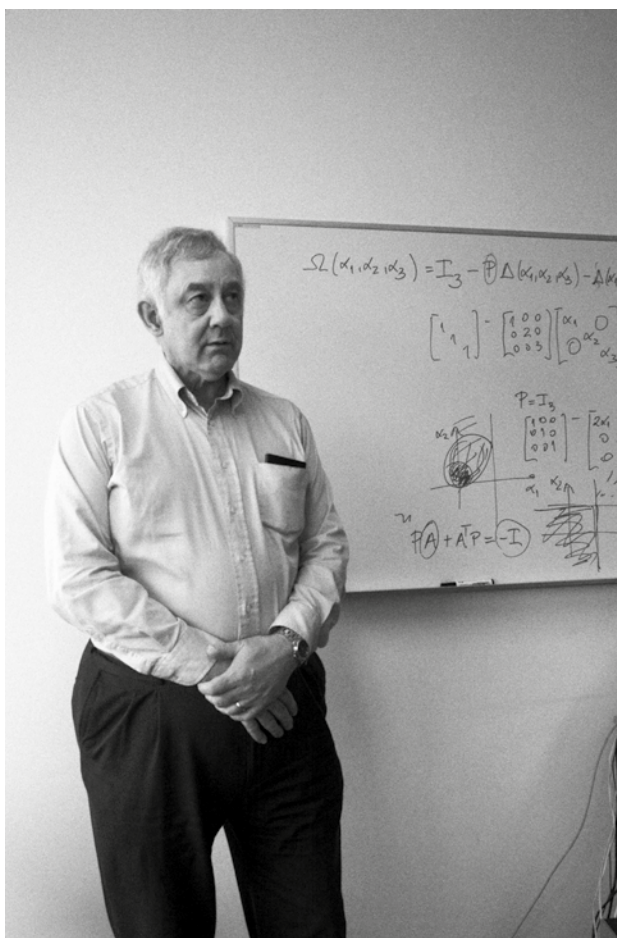
JOHNSON Precisamente! O Caltech tinha uma grande vantagem em relação às outras escolas: tinha um programa com poucas pessoas e, mal cheguei, senti-me imediatamente tratado como um colega, como um igual.

Vim sozinho de carro desde o Midwest de carro sozinho, uma viagem enorme, cheguei a Pasadena, procurei o Caltech, depois o edifício do Departamento de Matemática e quando cheguei ao gabinete que me tinham atribuído, vi o meu nome na porta. Tudo era muito acolhedor e, durante muitos anos, este foi o maior gabinete que tive. Tudo o que nos cercava era extraordinário.

GONÇALO Estamos a falar de um período, final dos anos sessenta e início dos anos setenta do século passado, em que o Caltech dispunha de um conjunto notável de professores. Feynman estava lá...

JOHNSON Sim! Estava lá o Feynman, no Departamento de Física... Naquela altura o Caltech dispunha do melhor Departamento de Física do mundo. Neste momento as coisas são diferentes, pois houve um esforço enorme em criar um excelente Departamento de Biologia...

GONÇALO Havia uma comunicação transversal entre os vários departamentos?



JOHNSON Havia alguma, mas as coisas na matemática, acabavam por estar mais ou menos isoladas do resto. Havia um programa de Matemática Aplicada. Durante algum tempo, eu fui assistente do Joe Keller, que estava no Departamento de Matemática Aplicada, mas na maior parte do tempo não havia muita interação. Havia um livro muito bom sobre álgebra linear escrito por um professor de Matemática Aplicada chamado Joe Franklin, mas acabei por ficar com uma orientadora do meu departamento, Olga Taussky-Todd. Antes de começar o doutoramento, tive conhecimento de um concurso de matemática em que tínhamos de escrever um artigo. Eu escrevi sobre matrizes definidas positivas e esse artigo acabou por ser vencedor e foi publicado na *The American Mathematical Monthly*. Um dos elementos do júri desse concurso era precisamente a Olga Taussky-Todd.

GONÇALO Esse foi o início do seu interesse por Teoria das Matrizes?

JOHNSON Eu tinha feito alguns cursos em otimização e em econometria. As matrizes definidas positivas desempenham um papel importante em ambas as áreas e essa ligação fez despertar em mim um interesse no assunto que perdura até hoje.

GONÇALO Quando estava a fazer a pesquisa necessária para realizar esta entrevista, um dos pontos mais curiosos que encontrei foi o seu interesse também por economia...

JOHNSON Na verdade, a Teoria do Equilíbrio Geral e a estabilidade dos vários equilíbrios assentam em propriedades algébricas de certas matrizes que vêm diretamente das equações diferenciais. Uma destas propriedades é a chamada D-estabilidade. Basicamente, uma matriz é D-estável se o produto desta por uma qualquer matriz diagonal com entradas positivas for estável. Isto vem do facto de querermos ter estabilidade independentemente das taxas de ajustamento dos diferentes mercados. Esta propriedade de uma matriz é difícil de caracterizar. Havia outro tipo de problemas que vinham da economia em que eu estava igualmente interessado. Isto devia-se em grande medida ao facto de o programa de doutoramento do Caltech impor que desenvolvêssemos trabalho não só na nossa área de especialização mas também numa outra área à nossa escolha. Era um género de minimestrado numa outra área e eu acabei por escolher economia. Isto representou uma vantagem enorme quando estava a procurar trabalho depois de terminar o doutoramento, numa altura em que era difícil encontrar trabalho. O meu primeiro trabalho foi precisamente uma posição conjunta de professor de Matemática e Economia na Universidade de Maryland. Acabei por desenvolver durante esses anos (1974-84) investigação em matemática e em teoria económica. É uma área extremamente interessante.

GONÇALO É uma área em que existe uma quantidade enorme de questões por resolver. Parece que se ambiciona ainda um formalismo termodinâmico para a economia...

JOHNSON Sim, existe uma enorme quantidade de pessoas que se dedica precisamente a isso, a tentar estabelecer relações entre o comportamento individual ao nível da microeconomia e o comportamento agregado em macroeconomia. Não sei em que medida as respostas são satisfatórias, mas muitas pessoas pensam neste tipo de problemas.

GONÇALO Olhando agora mais especificamente para a sua área de eleição, álgebra linear, percebemos que ela é central em matemática. Quando entrevistei o Professor Gilbert Strang, uma das coisas mais decisivas que ele me disse foi que no final de qualquer problema está um sistema de equações lineares.

JOHNSON [risos] Haverá com certeza quem discorde dessa posição, mas certamente que entender as soluções que se obtêm do sistema linear ajuda a compreender o que pode obter-se da solução não-linear.

GONÇALO Sente-se no meio de um mundo onde consegue comunicar com muitas pessoas de outras áreas à sua volta?

JOHNSON De certa maneira, sim... Em primeiro lugar, parece ser evidente que em todas as áreas da matemática as matrizes desempenham sempre algum papel, muitas vezes de uma forma interessante que nos permite resolver muitos problemas. O mesmo se passa com áreas fora da matemática que a usam como ferramenta de análise. Em virtude disto, eu tenho tido uma apreciação positiva do meu trabalho por um conjunto muito heterogêneo de pessoas, sentindo-me muito confortável ao falar com pessoas fora da minha área. Isso dá-me uma perspetiva mais global do assunto em que habitualmente trabalho.

GONÇALO Uma das mudanças fundamentais desde a altura em que fez o seu doutoramento foi a proliferação dos computadores...

JOHNSON Muitas coisas mudaram desde a altura em que fiz o meu doutoramento [risos]. Bem, eles já existiam nessa altura ...

GONÇALO Certamente, mas hoje, quando ensinamos álgebra linear, sentimos de uma forma bastante perceptível que existe um salto enorme entre resolver os sistemas que habitualmente resolvemos no quadro, com poucas equações e poucas incógnitas, e os sistemas que não podemos de forma alguma resolver desta maneira com milhares de equações e milhares de incógnitas. Ao mesmo tempo temos problemas em engenharia cujas matrizes são mal condicionadas, enfim, uma miríade de problemas novos que podem ser resolvidos com o auxílio de um computador. No entanto, esta constatação requer uma abordagem diferente da forma como ensinamos habitualmente estes

assuntos. Acha que esta abordagem deveria fazer parte do currículo dos alunos?

JOHNSON Quando encontramos os alunos pela primeira vez nas licenciaturas e ensinamos álgebra linear, temos de lhes ensinar muitas coisas. Eu digo-lhes que as ideias contidas naquilo que estou a ensinar-lhes não são muito diferentes umas das outras, mas eles, na maior parte das vezes, parecem não acreditar [risos]. Mas, de qualquer forma, temos de lhes ensinar muitas coisas. Quando tenho hipótese, mostro-lhes de que maneira as coisas que aprenderam podem ser aplicadas na prática, quais os cuidados que temos de ter, os problemas novos que aparecem, etc. Eu imagino que muitas pessoas dediquem o final das disciplinas para tratar, por exemplo, os problemas associados aos sistemas muito grandes numa espécie de projeto, mas tenho para mim que o melhor que podemos fazer é estabelecer os fundamentos de uma forma sólida.

GONÇALO Mas há um movimento que pretende mudar a forma como se ensina análise matemática...

JOHNSON Havia. Esse movimento essencialmente desapareceu. Eu raramente ensino uma disciplina de cálculo, mas tive contacto com o tipo de abordagem e os materiais que eles desenvolveram. A verdade é que basicamente o movimento morreu e todos voltaram a fazer o que sempre tinham feito. Não sei o que isto significa, mas é a história do movimento. Em álgebra linear tivemos um movimento parecido que seguiu o que aconteceu em análise e do qual fui parte integrante. Hoje, quando olhamos para os livros de álgebra linear mais recentes, vemos que esse movimento teve um impacto significativo. O livro do David Lay é um excelente exemplo disso. Este tipo de fenómeno, de impacto, eu não consigo vislumbrar em análise. Obviamente que haverá sempre um efeito que perdura, mas não com a força que permita modificar a tendência geral.

GONÇALO Acha que existe um género de equilíbrio cultural estável que nos puxa para o que era feito anteriormente?

JOHNSON Não sei mesmo. Eu não sou certamente um grande adepto dos antigos livros que eram usados para ensinar análise matemática. Havia um certo consenso de que não se podia ensinar análise matemática a toda a gente de um ponto de vista teórico, com montes de δ's

e ϵ 's, e tentava-se encontrar um meio-termo para fazer as coisas...

GONÇALO Mas esse meio-termo é aquilo que parece mais bem conseguido no movimento de reforma...

JOHNSON Os livros são, de facto, muito bons... Para mim, o desaparecimento do movimento de reforma continua a ser algo por explicar.

GONÇALO Voltando à álgebra linear, quais são para si os problemas fundamentais que permanecem em aberto nesta área?

JOHNSON A álgebra linear tem muitas áreas próprias e de aplicação. Assim sendo, continuará a ser uma área efervescente durante muitos anos. Sem dúvida que um dos problemas em que as pessoas de topo na área trabalham é o chamado *Non-negative Inverse Eigenvalue Problem*, que consiste em saber qual o espetro de uma matriz com entradas não negativas. Isto tem-se revelado um problema extremamente difícil de resolver. Existem alguns resultados parciais para dimensões baixas, e existem algumas condições necessárias que não são, em geral, suficientes. Pessoalmente, estou de novo interessado em perceber quais são os números reais que podem ser valores próprios de uma matriz estocástica nas linhas. Este problema foi resolvido essencialmente por Karpelevich, mas existe um problema associado para matrizes que são estocásticas quer nas linhas quer nas colunas. Havia uma conjectura que foi recentemente invalidada para matrizes cinco por cinco e demonstrada para matrizes quatro por quatro. Este problema tem, por sua vez, muitos subproblemas interessantes, pelo que há muito a fazer. Por outro lado, é um problema exigente, visto que as entradas das matrizes têm de ser não negativas.

GONÇALO Uma última questão. O Professor escreve imenso. Existe uma necessidade pessoal de escrever?

JOHNSON [risos] Sim... de certa forma. É quase como ter filhos. Eu gosto imenso de matemática por causa do mistério que representa. Por outro lado, não aprecio particularmente o ato de escrever, embora me pareça que o faço bem. Para mim é a descoberta que é excitante. No entanto, uma vez resolvido o mistério, temos a obrigação de comunicar a solução à comunidade. Uma das coisas que mais me impressionam é as pessoas acharem natural que áreas



como a química e a física estejam em contínuo desenvolvimento e pensem que em matemática está tudo feito. Acho que todos temos de fazer um esforço para mostrar às pessoas que em matemática haverá sempre algo por fazer. A solução de um problema é simplesmente o início de muitos mais. Gostava que as pessoas apreciassem isso com mais vigor.

GONÇALO Professor, foi para mim um privilégio termos tido esta conversa.

JOHNSON [risos] O prazer foi meu.