

O que têm em comum a eleição de um delegado de turma e as eleições legislativas?

Rui Feiteira

Escola Secundária Manuel Teixeira Gomes, Portimão

À primeira vista, esta comparação poderá parecer perfeitamente disparatada e sem sentido. Mais, se aceitarmos a comparação, a resposta a esta questão parece fácil. Uma coisa não tem nada a ver com a outra, e pronto nada mais há a dizer. Poderemos pensar assim já que, numa eleição, se decide o futuro de um país e na outra o que estamos a eleger é de menos importância, quando comparado com a primeira.

Será esta a última resposta? Não. A análise que vos proponho é ligeiramente diferente, porque na base destas duas eleições estão dois métodos de eleição com naturezas distintas (um maioritário, outro representativo) que podem produzir resultados de justiça duvidosa.

Começemos por analisar a eleição de um delegado de turma. Neste tipo de eleição qualquer aluno da turma em questão pode apresentar-se como candidato. Cada eleitor (aluno) apenas pode votar num elemento do universo eleitoral, isto é a turma. O voto é pessoal, directo e secreto. Como é que se encontra o vencedor? De uma forma fácil (basta contar os votos) e justa, o vencedor é aquele que reúne uma maior quantidade de preferências e, portanto, é o candidato que a maioria prefere. Pronto, parece que a questão está arrumada. Mas não. O sistema de "um homem, um voto", conhecido por «votação plural», não é o processo mais justo de proceder a uma eleição.

Em 1780, o marquês Jean Borda, matemático e filósofo francês do séc. XVIII, apercebeu-se que este método podia não ser o mais justo e apresentou uma questão análoga à seguinte: imaginemos que numa eleição, com

vinte eleitores, apresentavam-se às eleições três candidatos, A, B e C, e cada eleitor hierarquizava os candidatos. Borda reparou que era possível eleger um candidato que a maioria dos eleitores colocava em último lugar. Bastava para isso que os votos dos outros dois estivessem suficientemente divididos. Suponha que 9 das 20 pessoas preferiam A a B, e ao mesmo tempo, preferiam B a C; 6 pessoas preferiam B a C e C a A; 5 pessoas preferiam C a B, e preferiam B a A. A tabela 1 ilustra o que ficou conhecido como paradoxo de Borda.

| | | | |
|-----------------|---|---|---|
| 1.a preferência | A | B | C |
| 2.a preferência | B | C | B |
| 3.a preferência | C | A | A |
| | 9 | 6 | 5 |

Tabela 1- Preferências hierarquizadas, por coluna, de três grupos

Observando as primeiras preferências (primeira linha), facilmente se chega à conclusão que o candidato A vence as eleições, porque é o candidato mais votado. Este obtém 45% (9 em 20 possíveis) das preferências, contra 30% (6 em 20 possíveis) do candidato B, o segundo mais votado. Mas, numa análise mais atenta da tabela, observamos que 55% dos eleitores, caso pudessem hierarquizar os candidatos, colocariam A na última preferência, logo este não é o candidato da maioria. Podemos concluir, então, que este método não é o mais justo. Borda propôs então o seguinte: cada eleitor hierarquiza os candidatos de acordo com as suas preferências e atribui uma pontuação para

cada candidato. No caso de três candidatas, cada eleitor daria dois pontos ao candidato que preferisse, um ponto ao da sua segunda preferência e zero ao restante. Os pontos seriam posteriormente somados e a escolha recairia sobre o candidato mais pontuado.

No caso da nossa eleição teríamos:

$$A=2x9+0x6+0x5=18$$

$$B=1x9+2x6+1x5=26$$

$$C=0x9+1x6+2x5=16$$

E o vencedor seria o candidato B e não A, como antes.

Parece, desta forma, que encontrámos um método justo. Será que sim?

Embora este método seja bom, porque os votos retêm a informação da hierarquização dos candidatos, apresenta alguns problemas. Talvez o mais importante seja o problema¹ das alternativas irrelevantes, que se pode ilustrar com a seguinte situação. Imagine que uma comissão de uma empresa composta por sete elementos tem de tomar uma decisão sobre a aquisição de um imóvel. Como seria de esperar, ou talvez não, os comissários não se entendem. As decisões possíveis são as seguintes: A) adquirir o imóvel; B) ainda é cedo para se tomar uma decisão e C) não adquirir o imóvel. As opiniões distribuem-se da seguinte forma:

| | | |
|---|---|---|
| A | B | C |
| B | C | A |
| C | A | B |
| 3 | 2 | 2 |

Tabela 2

Aplicando o método de Borda obtemos os seguintes resultados: A=8; B=7 e C=6. Portanto, a decisão que vai ser tomada é: adquirir o imóvel.

Pareceria lógico que se colocássemos uma alternativa que não é relevante para a questão em discussão então deveríamos obter o mesmo resultado. Imaginemos agora que as hipóteses são as seguintes: A) adquirir o imóvel; B) ainda é cedo para se tomar uma decisão, C) não adquirir

o imóvel e x) vamos mudar de empresa de limpeza. As opiniões distribuem-se da seguinte forma:

| | | |
|---|---|---|
| A | B | C |
| B | C | x |
| C | x | A |
| x | A | B |
| 3 | 2 | 2 |

Tabela 3

Refazendo os cálculos obtemos: A=11; B=12, C=13 e x=6. Logo a decisão a tomar será: não adquirir o imóvel. Deste modo vemos que apenas com uma pequena alteração (a alternativa x só obteve 6 pontos e portanto foi a menos votada) a decisão que deve ser tomada já é diferente. Posto isto, é legítimo perguntar, e se numa mesma eleição o sistema de pontos mudar, isto é, em vez de utilizarmos o sistema (2, 1, 0), porque não outro? Por certo, o vencedor não se altera.

Ora mais uma vez a resposta não é tão óbvia. O que se passa é que o vencedor poderá depender dos pesos que se fixem. Se não está convencido, experimente o leitor encontrar o vencedor da tabela 4 utilizando primeiro o sistema de pontos (6,5,0) e depois (5,1,0). Surpreendido?

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 4 | 3 |
| A | B | C |
| C | C | B |
| B | A | A |

Tabela 4

Já nos finais do século passado, Donald Saari, um matemático americano que se tem dedicado a estudar estes problemas, mostrou que pequenas mudanças em qualquer sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados das eleições.

¹ Dois outros problemas, a que se costuma fazer referência, são o voto tático e o voto não sincero. Se os eleitores dispersarem suficientemente os votos, o candidato mais forte poderá não ganhar - voto tático. Pode acontecer ainda que os eleitores ordenem os candidatos de forma a penalizarem o candidato mais forte - voto não sincero.

Passemos agora à segunda questão que é um pouco mais complexa. Nas últimas legislativas obtiveram-se os seguintes resultados a nível nacional²:

| Listas | Votos | % | Mandatos | % de mandatos |
|---------|---------|--------|----------|---------------|
| PS | 2573302 | 45.05% | 120 | 53.1% |
| PPD/PSD | 1638940 | 28.69% | 72 | 31.86% |
| PCP-PEV | 432130 | 7.57% | 14 | 6.19% |
| CDS-PP | 414856 | 7.26% | 12 | 5.31% |
| B.E. | 364296 | 6.38% | 8 | 3.54% |

Quadro 1 - Nestas legislativas participaram 5 711 981 eleitores³

O que é curioso observar é que o partido vencedor (PS) venceu com a maioria relativa dos votos (45,05%), mas ainda assim conseguiu a maioria absoluta do número de mandatos (120 em 230). Não seria de esperar que os 45,05% de votos se reflectissem directamente no número de deputados?

Isso não acontece por duas razões. Numa primeira fase, porque o país está organizado em 22 círculos eleitorais, como mostra o seguinte quadro:

Eleição da Assembleia da República - 20 Fevereiro 2005⁴

| | | | |
|----------------|----|---------------|------------|
| Aveiro | 15 | Portalegre | 2 |
| Beja | 2 | Porto | 38 |
| Braga | 18 | Santarém | 10 |
| Bragança | 4 | Setúbal | 17 |
| Castelo Branco | 5 | Viana Castelo | 6 |
| Coimbra | 10 | Vila Real | 5 |
| Évora | 3 | Viseu | 9 |
| Faro | 8 | Açores | 5 |
| Guarda | 4 | Madeira | 6 |
| Leiria | 10 | Europa | 2 |
| Lisboa | 48 | Fora Europa | 2 |
| | | Total | 230 |

Quadro 2 - Número de deputados por círculo eleitoral

Portanto, os resultados nacionais, a nível de atribuição de mandatos, são em função desta distribuição⁵.

Numa segunda fase, esta distribuição não obedece a uma proporcionalidade directa⁶. Obedece sim, a um sistema de representação proporcional, o método de Hondt⁷. Este método foi adoptado após 1974 (embora já tivesse sido utilizado no início do século passado⁸), pela comissão de redacção da primeira lei eleitoral que "...optou - por unanimidade - pelo método de Hondt⁹ por ser aquele que melhor poderá traduzir a vontade do corpo eleitoral, ..." ¹⁰. Neste método, o número de votos de cada candidato é dividido por 1, 2, 3, ..., até se atingir o número limite de deputados por círculo eleitoral, e de seguida ordenam-se os quocientes por ordem decrescente até obtermos o número de deputados a eleger, em caso de empate de quocientes atribui-se o mandato à lista menos votada.

Para melhor perceber este método, apliquemo-lo ao círculo eleitoral de Faro¹¹, onde iremos proceder à distribuição de 8 mandatos.

| Lista | Votos | % | Mandatos |
|---------|-------|--------|----------|
| PS | 98575 | 49.33% | 6 |
| PPD/PSD | 49098 | 24.57% | 2 |
| B.E. | 15316 | 7.66% | 0 |
| PCP-PEV | 13835 | 6.92% | 0 |
| CDS-PP | 11537 | 5.77% | 0 |

Quadro 3 - Resultados de Faro nas Legislativas de 2005
(199 823 votos válidos)

- 2 Apresentam-se apenas os resultados dos partidos que conseguiram eleger 1 ou mais deputados. Também não estão contabilizados os círculos eleitorais da Europa e do Resto do Mundo, cada um com 2 deputados.
- 3 Fonte Secretariado Técnico dos Assuntos para o Processo Eleitoral.
- 4 Fonte Secretariado Técnico dos Assuntos para o Processo Eleitoral.
- 5 O número de deputados por círculo eleitoral não é fixo ao longo dos tempos, varia conforme a população recenseada aumenta ou diminui. A título de exemplo, o círculo de Portalegre perdeu um deputado nestas eleições, já que nas Legislativas de 2002 elegeu 3 deputados.
- 6 Se assim fosse o número de deputados por círculo seria igualmente distribuído por todos os círculos. Isto quereria dizer que todos os círculos eleitorais teriam o mesmo peso.
- 7 Victor D'Hondt (Gand, 1841-1901), jurista belga e professor de direito civil na Universidade de Gand.
- 8 Após pressão do Partido Republicano, o método de Hondt foi contemplado na Lei Eleitoral de 14 de Março de 1910, para os círculos de Lisboa e Porto. Face aos resultados dispares acabou por não ter aplicação prática.
- 9 Este método converte votos em mandatos.
- 10 Relatório da Eleição para a Assembleia Constituinte 1975, volume I - Projecto de Lei Eleitoral, Ministério da Administração Interna, Secretariado Técnico dos Assuntos Políticos
- 11 Fonte Secretariado Técnico dos Assuntos para o Processo Eleitoral.

Com ajuda do *Excel* rapidamente calculamos todos os quocientes.

| | PS | PPD/PSD | B.E. | PCP-PEV | CDS-PP |
|---|-------|---------|-------|---------|--------|
| | 98575 | 49098 | 15316 | 13835 | 11537 |
| 1 | 98575 | 49098 | 15316 | 13835 | 11537 |
| 2 | 49288 | 24549 | 7658 | 6917,5 | 5768,5 |
| 3 | 32858 | 16366 | 5105 | 4611,67 | 3845,7 |
| 4 | 24644 | 12274,5 | 3829 | 3458,75 | 2884,3 |
| 5 | 19715 | 9819,6 | 3063 | 2767 | 2307,4 |
| 6 | 16429 | 8183 | 2553 | 2305,83 | 1922,8 |
| 7 | 14082 | 7014 | 2188 | 1976,43 | 1648,1 |
| 8 | 12322 | 6137,25 | 1915 | 1729,38 | 1442,1 |

Tabela 5 - Cálculo dos quocientes

Passada esta fase, temos que ordenar todos os quocientes sabendo que aos primeiros oito serão atribuídos mandatos. Na tabela seguinte, apresentamos apenas os primeiros 10 quocientes.

| Quocientes | Mandatos |
|------------|----------|
| 98575 | PS |
| 49287,5 | PS |
| 49098 | PSD |
| 32858,3 | PS |
| 24643,8 | PS |
| 24549 | PSD |
| 19715 | PS |
| 16429,2 | PS |
| 16366 | _____ |
| 15316 | _____ |

Tabela 6

O PS conquistou 6 mandatos e o PSD ficou com os restantes dois. Note que existe apenas uma diferença de aproximadamente 63 votos entre o oitavo e o nono quocientes. Claramente este método beneficia o partido mais votado, pois o PS com 49287.5 votos conquistou o segundo mandato, enquanto que o PSD só elege o primeiro deputa-

do com 49098 votos. Se ainda não está convencido deste facto, basta reparar que o partido que conquistou maioria dos mandatos não conquistou a maioria absoluta dos votos. Poderíamos então procurar outro método que não beneficiasse os partidos mais votados e existem, de facto, outros métodos de representação proporcional, como por exemplo o método de Hamilton, o método de Jefferson, o método de Adams, o método de Webster e o método de Huntington-Hill¹². Mas todos eles apresentam alguma particularidade interessante.

O método de Hamilton está sujeito a paradoxos¹³ e beneficia estados grandes ou os partidos mais votados. O método de Jefferson também beneficia os estados grandes. Os métodos de Adams e Webster beneficiam os pequenos estados. De todos os métodos considerados, incluindo o método de Hondt, apenas o de Hamilton respeita a regra da quota, isto é, o resultado da divisão de lugares para um estado é sempre igual à quota máxima ou quota mínima.

Poderá colocar-se então a seguinte questão: se a divisão proporcional de mandatos é uma questão matemática, porque que razão não surge o método perfeito? A resposta a esta questão conhece-se desde 1980. Nesta altura, dois matemáticos, Michael Belinski e Peyton Young, formularam um teorema que ficou conhecido como o *Teorema da Impossibilidade de Balinski e Young*. Este afirma que não existem métodos de divisão proporcional perfeitos. Qualquer método de divisão proporcional que não viole a regra da quota produz paradoxos e qualquer método que não produza paradoxos, tem de violar a regra da quota. Este resultado é surpreendente, no mínimo, pois diz-nos que não existe a possibilidade de encontrarmos o método perfeito! Portanto, e de acordo com este teorema, não será possível conciliar justiça e representação proporcional.

Outro resultado tão curioso ou mais curioso que este, foi o que Kenneth Arrow demonstrou nos anos 50. Arrow começou por considerar quais seriam as condições a que

12 Este método é utilizado nos Estados Unidos da América para determinar a composição da Câmara dos Representantes.

13 Conhecem-se três paradoxos: o paradoxo de Alabama, o paradoxo da População e o paradoxo dos Novos Estados.

um sistema teria de obedecer para que este não produzisse paradoxos e que fosse, ao mesmo tempo, justo. Com vista a esse objectivo considerou um conjunto de condições que caracterizassem um sistema eleitoral justo e demonstrou o resultado utilizando o método de redução ao absurdo. A sua primeira preocupação era que o sistema não podia produzir ciclos¹⁴, portanto, para evitar este problema, Arrow exigiu que as escolhas dos eleitores fossem transitivas (se o eleitor prefere A a B e B a C então terá que preferir A a C). A segunda condição ficou conhecida como a hipótese da unanimidade (se todos os eleitores preferem A a B, então A vence B). Para finalizar, e para evitar o problema das alternativas irrelevantes, Arrow considerou que o sistema deveria ser independente em relação às alternativas irrelevantes.

Baseado nestas três condições, que são muito fáceis de aceitar, Arrow provou que um sistema com três ou mais candidatos que obedeça às condições anteriores é uma ditadura! Este resultado valeu-lhe, anos mais tarde, o prémio Nobel da Economia.

O choque deste resultado originou uma grande produção científica sobre o assunto, o que nos mostrou que muito do que nós assumíamos como verdadeiro, na realidade, não o era. Neste ponto parece que chegamos a um impasse: não existe um método de representação proporcional; um sistema justo e livre de paradoxos é um sistema ditatorial... Mas, mais uma vez, o que parece não se concretiza.

Nos finais do século passado, Saari demonstrou que a última condição que Arrow considerou, funcionaria apenas numa sociedade irracional. Esta condição destrói a hipótese de escolhas transitivas. Saari considerou então métodos suficientemente sofisticados de forma a que se pudesse ter a certeza que os eleitores seriam racionais. Alterando a última condição de Arrow, de forma a permitir unicamente preferências transitivas, o sistema ditatorial vem substituído pelo já nosso conhecido método de Borda.

Segundo Buescu, "Está salva a democracia."¹⁵, mas

depois de todo o que foi exposto, o método de Borda, talvez no mínimo, seja o melhor dos sistemas imperfeitos. Posto isto, poderíamos propor uma mudança no sistema eleitoral para as eleições Legislativas. Para isso bastava que em cada círculo eleitoral, em vez de votarmos neste ou naquele partido, votássemos em pessoas que se candidatassem ao processo eleitoral. Mas esta simples mudança, na minha opinião, traria três problemas imediatos e uma grande vantagem.

Começemos pelos problemas. Primeiro, o método violaria a Constituição Portuguesa, já que apenas os partidos políticos se podem apresentar às eleições, e como cada pessoa ao votar saberia exactamente para que candidato ia o seu voto, corria-se o risco de o candidato mandatado representar o seu círculo eleitoral e não o país. Segundo: com a implementação deste método, correr-se-ia sempre o risco de poder ocorrer uma manipulação das eleições, o que lançaria a suspeição num processo que necessita de ser claro e transparente. Por último, ao se adoptar este sistema teria que se escolher um sistema de ponderação, que como já vimos anteriormente, pode produzir diferentes resultados com diferentes ponderações. A grande vantagem seria a de uma maior responsabilização dos deputados, já que cada eleitor conheceria o destino do seu voto, coisa que o método actual não permite. Este facto poderia por si só aproximar a classe política do universo eleitoral e, desta forma, acabar com o distanciamento que se verifica entre eles.

A resposta à questão inicial parecerá agora, mais ou menos, óbvia. Os dois sistemas analisados, o sistema maioria simples e o método de Hondt acabam por nos apresentar, inesperadamente, problemas de justiça e igualdade de tratamento para com os candidatos. Os resultados obtidos podem não expressar o desejo de uma

14 Numa eleição, quando comparamos os candidatos dois a dois -método de Condorcet- cada candidato vence e perde quando comparado com os outros. Note que, para existir um vencedor neste método, terá que existir um candidato que derrota todos os outros em despique directo. Logo, neste caso, não existe vencedor e estamos na presença do paradoxo de Condorcet.

15 BUESCU, Jorge, *O Mistério do Bilhete de Identidade e outros Mistérios*, p. 88.

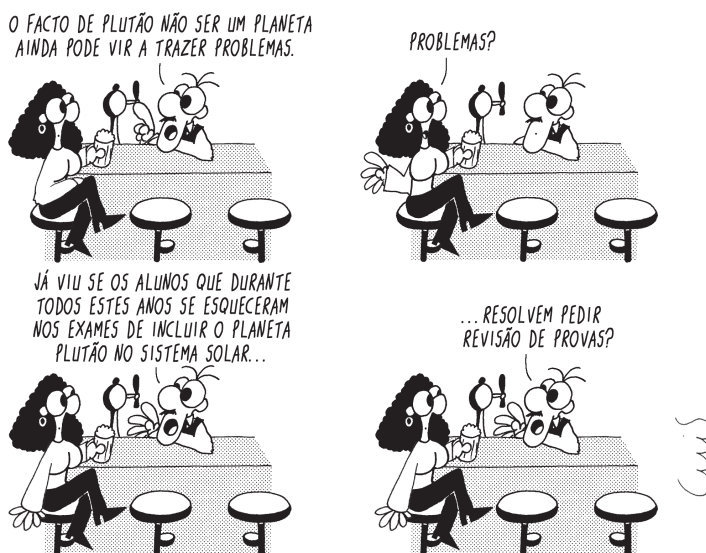
parte significativa do universo eleitoral, pois se no primeiro caso pode vencer um candidato que a maioria não prefere, no segundo caso, um partido consegue atingir a maioria absoluta do número de deputados sem atingir mais de metade dos votos validamente expressos.

Para finalizar, e citando uma conhecida frase do ex-primeiro ministro inglês Winston Churchill "A democracia não é o sistema ideal mas é o melhor que temos", os métodos e sistemas de eleição que usamos podem apresentar alguns problemas, como vimos anteriormente, mas mais do que procurarmos um método ou sistema perfeito e imune a paradoxos, precisamos de sistemas universalmente aceites e matematicamente válidos para que a tão desejada democracia possa prevalecer. Não devemos esquecer que, em última análise, será a classe política a decidir qual o método a utilizar e a escolha de qualquer método não passa só por uma questão matemática, pois terá sempre implicações sociais.

Referências Bibliográficas

- 1 BUESCU, Jorge, *O Mistério do Bilhete de identidade e Outras Histórias*, Gradiva, Lisboa, 2001
- 2 CRATO, Nuno, *Paradoxos eleitorais*, Revista do Semanário Expresso, 13 de Fevereiro de 2002
- 3 NEVES, Maria, ROCHA, Ana, *Matemática Aplicada às Ciências Sociais*, Porto Editora, Porto, 2004
- 4 Relatório da Eleição para a Assembleia Constituinte 1975, volume I - Projecto de Lei Eleitoral, Ministério da Administração Interna, Secretariado Técnico dos Assuntos Políticos
- 5 SAARI, Donald, *The Symmetry and complexity of elections*, http://www.colorado.edu/education/DMP/voting_b.html
- 6 TANNENBAUM, P., et al, *Excursions in Modern Mathematics*, Prentice Hall, 1998
- 7 www.stape.pt

Bartoon



Luis Afonso, Público, 27-08-2006
(Publicação gentilmente autorizada pelo autor)