RECREIO

Jorge Nuno Silva
Universidade de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

DOMINÓ **EULERIANO**

As 28 peças de Dominó constituem um sistema muito rico, que permite a prática de um sem-número de jogos interessantes. Hoje veremos como algumas propriedades matemáticas permitem até criar magia de belo efeito. A base teórica reside no famoso Teorema de Euler, naturalmente associado ao nascimento da Teoria de Grafos.

As peças de Dominó são um objeto familiar. Todos sabem, pelo menos, a regra básica: duas peças consecutivas partilham um valor. Na realidade, as peças de Dominó constituem um sistema de jogos, já que muitos jogos diferentes podem praticar-se com este material.

Seguindo a regra básica do Dominó, é possível dispor as 28 peças na mesa, formando um circuito fechado.

Este resultado pode explicar-se sob dois pontos de vista: um internalista, outro mais matemático.

No que segue vamos sistematicamente ignorar os *dobles* (peças com igual número de pintas nas duas metades) por não serem essenciais aos nossos argumentos. Imaginemos que tentámos construir tal circuito. Num momento qualquer, antes de terminar, temos duas extremidades da nossa sequência de peças. Suponhamos que as extremidades apresentam valores distintos, por exemplo, que uma das extremidades apresenta um terno (i.e., três pintas). Como há seis ternos (em notação óbvia: 3-0, 3-1, 3-2, 3-4, 3-5, 3-6), e estes surgem na sequência de peças aos pares, com exceção do da extremidade, obtemos um número ímpar de ternos... Portanto, temos de certeza mais um terno para prolongar a nossa sequência! No caso de os valores nas extremidades serem iguais e termos esgotado peças

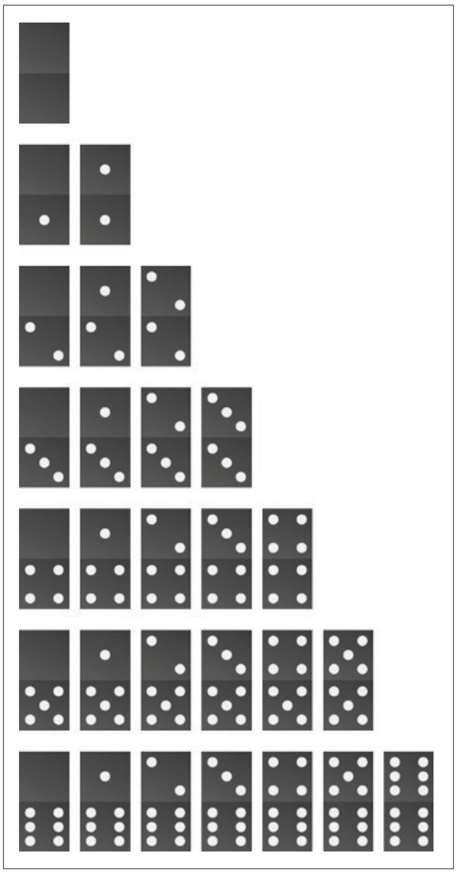

Figura 1: As 28 peças do Dominó

com esse número de pintas (em linguagem de jogador: o jogo está *fechado*), uma análise direta mostra que se podem inserir as peças restantes em local interior da sequência. O argumento matemático que segue é mais claro do que a investigação por casos concretos.

Para abordar este problema matematicamente, representemos cada peça do Dominó (ignoremos, de novo, os *dobles*) por uma aresta do seguinte grafo.

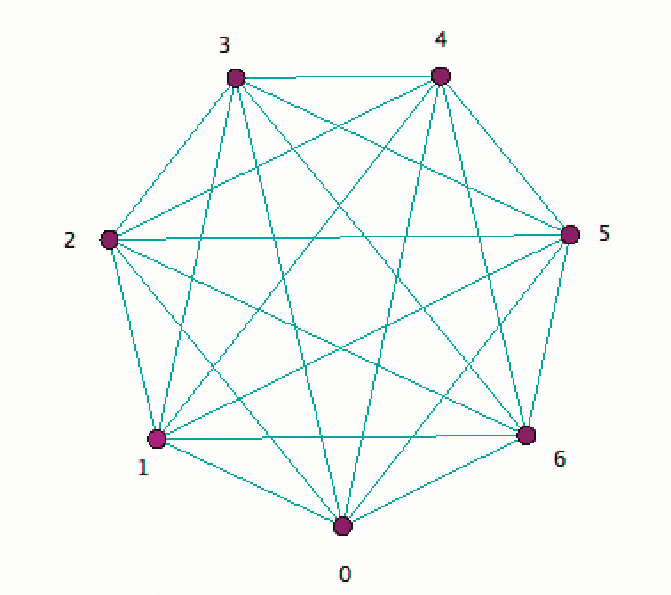

Figura 2: K_7 representa as peças de Dominó. Para considerar os *dobles* cada vértice teria um lacete.

Como todos os vértices têm grau par, existe um circuito euleriano. Para o implementar basta escolher um vértice e seguir por uma aresta ainda não utilizada, até não haver mais arestas. Sim, o teorema invocado é o que Euler criou no século XVIII relacionado com o problema das pontes de Koenigsberg!

Um dos efeitos que o Circo Matemático (*http://ludicum.org/cm*) usa nas suas atuações, recorrendo às peças de Dominó, é o seguinte: um voluntário recebe 27 peças e coloca-as em sequência, respeitando a regra básica, mas tendo de resto todas a liberdade de escolha. O Mágico adivinha as pintas das extremidades de tal sequência!

Como? Bom, o Mágico esconde uma peça, por exemplo, o duque-quadra (2-4). O grafo correspondente é agora:

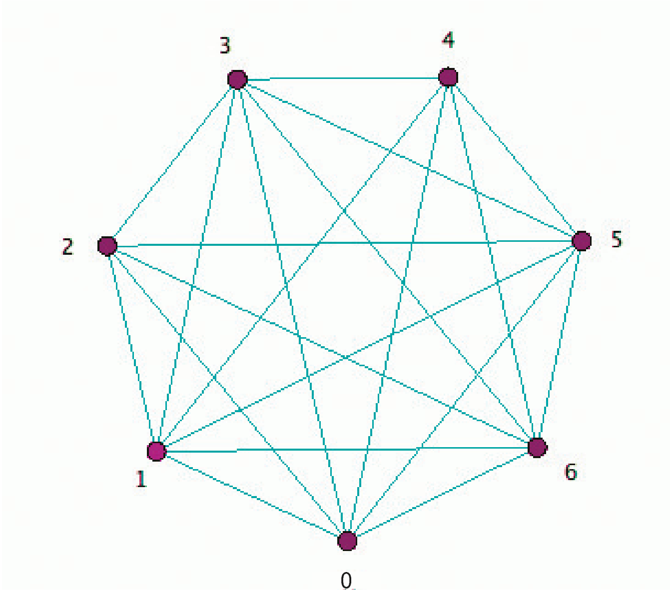

Figura 3: Grafo com caminho euleriano, já que só tem dois vértices de grau ímpar.

Este só tem dois vértices de grau ímpar: o 2 e o 4. Têm de ser estes os extremos do caminho euleriano!