



A inexplicável eficácia da matemática

ALESSANDRO MARGHERI

UNIVERSIDADE DE LISBOA

margheri@ptmat.fc.ul.pt

A que é que se deve a capacidade aparentemente mágica da linguagem matemática, linguagem elaborada pelo homem, de descrever o comportamento do mundo físico, desde o infinitamente pequeno ao infinitamente grande, de forma tão precisa e profunda? Como é que pode uma equação, ou um conjunto de equações, capturar de forma tão essencial alguns aspetos da realidade, permitindo, por exemplo, prever a existência de partículas elementares que só posteriormente serão encontradas experimentalmente? (É bem recente a confirmação experimental da existência do bóson de Higgs, teorizado pelo físico britânico Peter Higgs em 1964). E, ainda, porque é que alguns conceitos e resultados matemáticos, desenvolvidos no âmbito teórico e por curiosidade científica, se tornam, anos depois, ferramentas essenciais no estudo da Natureza?

O Prémio Nobel da física Eugene Wigner [9] mostrou-se maravilhado pelos poderes quase divinos da matemática, falando no mistério da “*não razoável eficácia da matemática*”.

Desde a origem da matemática, a ligação evidente entre as entidades abstratas que constituem o seu objeto de estudo e os correspondentes, imperfeitos, simulacros materiais, conduziram a uma conceção “naturalista” dos objetos matemáticos (Pitágoras e Platão podem ser considerados dois exemplos de “naturalistas” ilustres). Simplificando um pouco, podemos dizer que, de acordo com esta conceção, os

entes geométricos e os números têm uma existência própria e transcendente, independente da existência dos seres humanos, e constituem o molde com o qual se forja toda a realidade sensível. A mente humana consegue ter acesso a esta realidade eterna e perfeita, *descobrimo* os objetos matemáticos e as relações entre eles. Torna-se assim *necessário* que os teoremas que são provados para estas entidades abstratas tenham uma correspondência com o comportamento dos fenómenos do mundo natural.

Esta conceção atinge a maturidade no século XVI com Galileu Galilei, que no seu trabalho “*Il Saggiatore*” [3] escreve:

*“A Filosofia encontra-se escrita neste grande livro – o universo – que continuamente se abre perante os nossos olhos, que não se pode entender antes de conhecer a língua e os caracteres com os quais está escrito. Está escrito em linguagem matemática e os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas sem os quais é impossível entender as palavras; sem eles vagueamos perdidos por um obscuro labirinto.”*¹

¹ No original: “La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l’universo), ma non si può intendere se prima non s’impara a intendere la lingua, e conoscer i caratteri, ne’ quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.”

Neste trabalho aborda-se, de uma forma leve e simplificada mas, esperamos, não demasiado superficial, um dos maiores mistérios que envolvem a matemática. Dá-se também uma contribuição para a sua solução...



Figura 1. Mais uma evidência de que o mundo está escrito em caracteres matemáticos....

Galileu expressa desta forma a ideia de que o grande livro da Natureza é escrito por Deus em caracteres matemáticos e geométricos. As entidades matemáticas deixam assim o mundo das ideias de Platão para se tornarem os elementos que constituem a própria realidade. Correspondentemente, a matemática torna-se a linguagem que descreve a essência do cosmo. Com este instrumento o homem pode ultrapassar o aspeto qualitativo e aparentemente confuso dos fenómenos do mundo terrestre e perceber as simples regras que Deus utilizou na sua criação. Newton levou mais longe a revolução iniciada por Galileu. A sua obra *Principia* [7] e a invenção do cálculo infinitesimal deram um impulso fundamental ao programa de Galileu de desvendar os segredos da criação divina através da matematização da ciência. Com a contribuição de outro gigante do pensamento científico, Descartes, que também acreditava num “Deus matemático”, a matemática tornou-se a rainha das ciências...

No século XIX, com a descoberta (ou deveríamos escrever “com a invenção”?) das geometrias não euclidianas por Gauss, Bolyai e Lobachevsky e com o desenvolvimento da teoria das funções de variável complexa por Cauchy, o ponto de vista naturalista sofreu um duro golpe e entrou em crise. A existência de objetos e de mundos matemáticos perfeitamente coerentes do ponto de vista lógico mas sem correspondência com o mundo natural (pelo menos, de acordo com os conhecimentos da época) levou ao aparecimento de uma posição oposta à anterior, designada por “formalismo”: a matemática é vista como uma criação da mente humana, livre e independente de qualquer ligação, física ou metafísica, com o mundo exterior, um jogo onde a natureza das entidades consideradas não interessa, sendo apenas importante o relacionamento lógico entre elas e a estrutura lógico-dedutiva, as regras do jogo, por assim dizer. Este ponto de vista é bem ilustrado pela célebre frase do famoso matemático Hilbert: “Se em vez de ponto, reta, plano, disséssemos cadeira, mesa e caneca de cerveja, a geometria ficaria inalterada.”

Como é que se colocam os matemáticos e os cientistas de hoje em relação à natureza dos objetos matemáticos e à sua ligação com o mundo físico?

Podemos dizer que ainda há apoiantes quer do platonismo quer do formalismo, com uma panóplia de posições intermédias. Na frente dos platonistas, vale a pena recordar

o grande matemático do século XX Godfrey Harold Hardy, que no seu livro *A Mathematician's Apology* ([5] é a sua tradução portuguesa), escreve:

“I believe that mathematical reality lies outside us, that our function is to discover or observe it, and that the theorems that we prove, and which we describe grandiloquently as our ‘creations’, are simply our notes of our observations.”

Alain Connes, matemático galardoado com a medalha Fields (o equivalente ao Prémio Nobel na matemática) em 1982, também acredita que a matemática tem uma realidade “incontestável como a realidade física” [2] representada por objetos como circunferências ou números inteiros, e que é independente da experiência da mente humana.

Numa posição naturalista, mas sem o enquadramento metafísico, encontramos o cosmólogo Max Tegmark [8] que, mesmo rejeitando a existência de um mundo de entes matemáticos separado do mundo físico, acredita que haja um *isomorfismo* entre a matemática e a Natureza. Mais precisamente, Tegmark assume a existência de uma realidade física independente dos seres humanos (hipótese denominada por ERH, External Reality Hypothesis) e que a estrutura desta realidade é matemática (hipótese MUH, Mathematical Universe Hypothesis).

É, no fundo, a visão de Galileu, mas sem assumir a existência de Deus.

Uma visão completamente diferente é defendida por Sir Michael Atiyah, medalha Fields em 1966 e um dos maiores matemáticos do século XX. De acordo com Sir Atiyah [1], a matemática é uma linguagem que evoluiu a partir da experiência humana, e os conceitos matemáticos foram *criados* pelo homem com base na sua interação com o mundo físico. Só posteriormente são investigadas e descobertas as conexões entre eles.

Uma elaboração deste ponto de vista encontra-se em [4], onde Enrico Giusti, analisando as definições dadas nos *Elementos* de Euclides dos entes geométricos elementares, como as de reta e de circunferência², conclui que estas representam a abstração não de objetos reais, mas sim de processos ligados a práticas e técnicas dos agrimensores. De facto, lendo estas definições, é difícil não encontrar uma forte correspondência com a utilização de cordas para traçar segmentos de reta e circunferências no terreno. No pri-

meiro caso, estende-se uma corda entre duas estacas fixas, no segundo, uma das extremidades da corda tensa roda em torno da outra, ligada a uma estaca fixa. Quanto à origem de objetos matemáticos mais sofisticados, como por exemplo os grupos, Giusti considera que estes aparecem inicialmente de forma não muito precisa, como instrumentos de investigação e como métodos demonstrativos, cristalizando-se e ganhando vida apenas num segundo tempo como novos objetos matemáticos (que se tornam, por sua vez, objeto de estudo.)

Em qualquer caso, Atiyah Giusti e Mario Livio em [6] (e, diga-se de passagem, também o autor deste artigo) concordam com o facto de que os objetos matemáticos são quer *inventados* quer *descobertos*. Inventados no momento da sua introdução no mundo matemático, ou por abstração ou como instrumentos demonstrativos. Descobertos quando são objeto de investigação, quando as suas propriedades são reveladas à luz de novos teoremas.

Mas, afinal, como é que se explica a não razoável eficácia da matemática nas ciências da natureza?

Já vimos que para os naturalistas essa eficácia deve-se ao facto de o mundo físico ser intrinsecamente matemático.

Na outra frente, encontramos várias hipóteses, diferentes e que se complementam, que pretendem explicar, pelo menos parcialmente, o sucesso da matemática na descrição do nosso universo. Por exemplo, como já foi referido acima, para Sir Michael Atiyah [1], a matemática é uma mera linguagem. Mas esta linguagem foi desenvolvida pelo cérebro humano, órgão que evoluiu para fazer frente aos desafios da realidade física, e logo não deveria ser assim tão surpreendente que ela esteja adequada a esse objetivo.

Em parte, como defendido em [6], os sucessos da rainha das ciências poderão dever-se à seleção operada pelo homem dos instrumentos matemáticos com base na sua capacidade de prever de forma correta os resultados de experiências e de observações importantes (pense-se, por exemplo, no desenvolvimento dos números inteiros e das suas propriedades para enfrentar problemas de contagem). Para além disso Mario Livio sugere que os próprios problemas nos quais trabalham poderão ter sido escolhidos pelos cientistas de forma a poderem ser enfrentados do ponto de vista matemático, e que poderá haver mesmo parte da realidade que não consegue enquadrar-se em nenhuma teoria matemática.



Mas estas explicações, que foram apenas acenadas neste trabalho e que, esperamos, o leitor queira aprofundar utilizando a bibliografia aconselhada, poderão não convencer todos.

Deixamos então a nossa contribuição para a solução do mistério que envolve a linguagem matemática no *matematicartoon* abaixo...

AGRADECIMENTOS

O *cartoon* reflete a profunda influência que teve a leitura dos livros de *The Far Side Gallery*, do cartoonista americano Gary Larson. Portanto, se o *cartoon* acima tem alguma piada, o mérito é só parcialmente meu (mas se não tiver, naturalmente, a culpa é toda minha).

²Na tradução portuguesa dos *Elementos* de Euclides, feita em 1774 por João Chrysostomo de Faria e Sousa de Vasconcellos e Sá, e publicada pela Universidade de Coimbra em 1855, as definições de reta e circunferência são as seguintes: **IV**. "Linha recta é aquella, que está posta igualmente entre as suas extremidades."; **XV**. "Circulo é uma figura plana, fechada por uma só linha, a qual se chama circunferencia: de maneira que todos as linhas rectas, que de um certo ponto existente no meio da figura, se conduzem para a circunferencia, são eguaes entre si."

BIBLIOGRAFIA

[1] Atiyah M., "Review of Conversations on Mind, Matter and Mathematics by Jean-Pierre Changeux and Alain Connes", *Times Higher Education Supplement*, 1995.

[2] Changeux, J.-P. e Connes, A., *Matière à Pensée*, O. Jacob, Paris, 1989.

[3] *Galilei Gli Saggiatore*, Roma, 1623, ou *Opere di Galileo Galilei*, UTET, Torino, 1980, vol. I.

[4] Giusti E., *Ipotesi sulla Natura degli Oggetti Matematici*, Bollati Boringhieri, 1999.

[5] Hardy G. H., *Apologia de um Matemático*, Gradiva, 2007.

[6] Livio M., *Is God a Mathematician?*, Simon&Schuster, 2009.

[7] Newton I., *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

[8] Tegmark M., "The Mathematical Universe", *Found. Phys.*, 2007, 116.

[9] Wigner E. P., "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, n. 1, 1960.

SOBRE O AUTOR

Alessandro Margheri licenciou-se em Matemática pela Facoltà di Scienze dell'Università degli Studi di Firenze (Itália) em 1988. Desde o ano 2000 é professor auxiliar do DM da FCUL. A sua área de especialização é a de Equações Diferenciais Ordinárias.

Ciência Viva

COMPETE

QREN QUADRO DE REFERÊNCIA ESTRATÉGICO NACIONAL

UNÃO EUROPEIA

Para acabar de vez com o mito.
isto é
MATEMÁTICA

Este programa é promovido pela Sociedade Portuguesa de Matemática.

SIC NOTÍCIAS