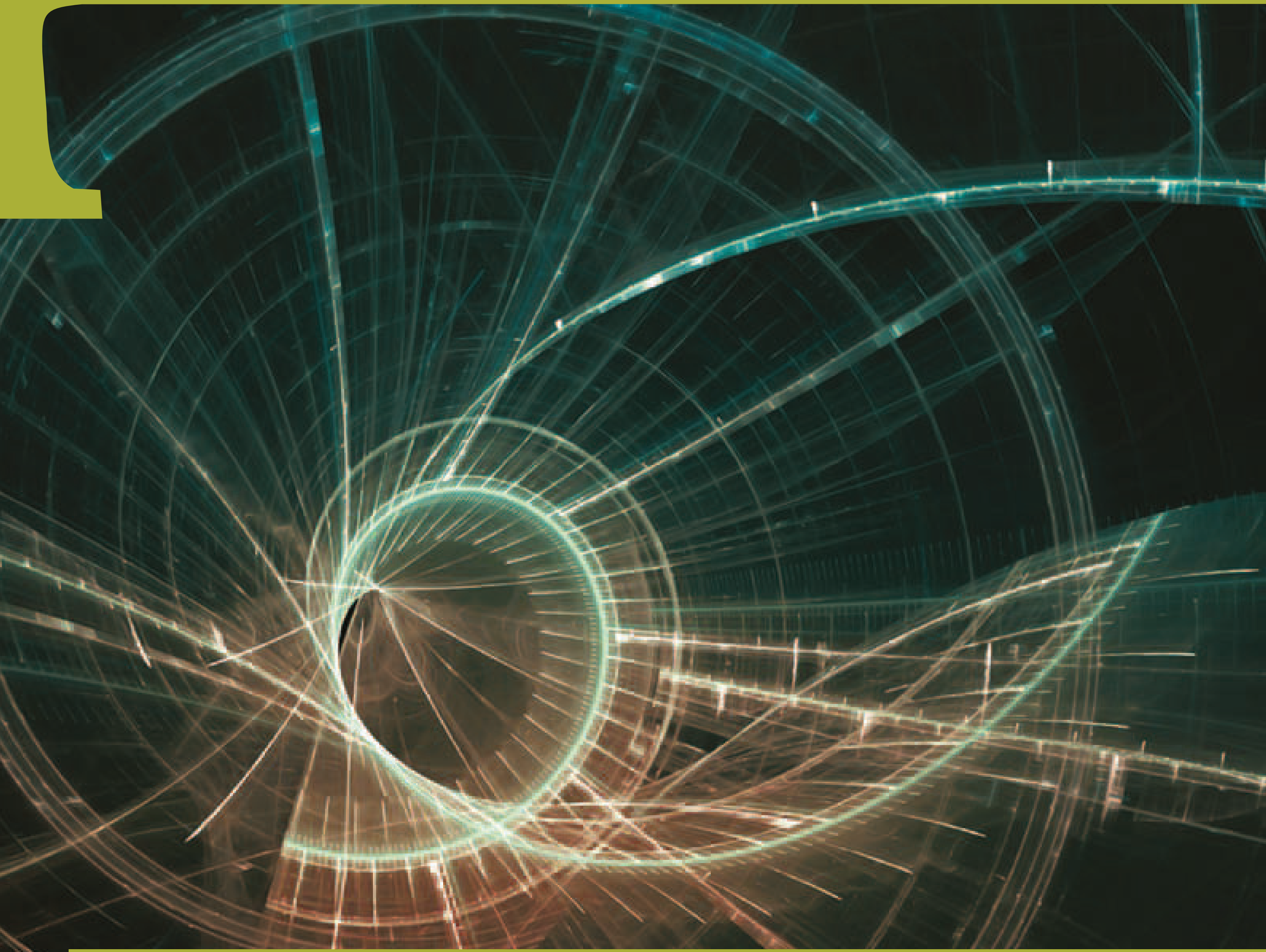

A inexplicável eficácia da matemática

Alessandro Margheri
Universidade de Lisboa
margheri@ptmat.fc.ul.pt

A que é que se deve a capacidade aparentemente mágica da linguagem matemática, linguagem elaborada pelo homem, de descrever o comportamento do mundo físico, desde o infinitamente pequeno ao infinitamente grande, de forma tão precisa e profunda? Como é que pode uma equação, ou um conjunto de equações, capturar de forma tão essencial alguns aspetos da realidade, permitindo, por exemplo, prever a existência de partículas elementares que só posteriormente serão encontradas experimentalmente? (É bem recente a confirmação experimental da existência do bosão de Higgs, teorizado pelo físico britânico Peter Higgs em 1964). E, ainda, porque é que alguns conceitos e resultados matemáticos, desenvolvidos no âmbito teórico e por curiosidade científica, se tornam, anos depois, ferramentas essenciais no estudo da Natureza?

O Prémio Nobel da física Eugene Wigner [9] mostrou-se maravilhado pelos poderes quase divinos da matemática, falando no mistério da "*não razoável eficácia da matemática*".

Desde a origem da matemática, a ligação evidente entre as entidades abstratas que constituem o seu objeto de estudo e os correspondentes, imperfeitos, simulacros materiais, conduziram a uma conceção "naturalista" dos objetos matemáticos (Pitágoras e Platão podem ser considerados dois exemplos de "naturalistas" ilustres). Simplificando um pouco, podemos dizer que, de acordo com esta conceção, os entes geométricos e os números têm uma existência própria e transcendente, independente da existência dos seres humanos, e constituem o molde com o qual se forja toda a realidade sensível. A mente humana consegue ter acesso a esta realidade eterna e perfeita, *descobrindo* os objetos matemáticos e as relações entre eles. Torna-se assim *necessário* que os teoremas que são provados para estas entidades abstratas tenham uma correspondência com o comportamento dos fenómenos do mundo natural.

Esta conceção atinge a maturidade no século XVI com Galileu Galilei, que no seu trabalho "Il Saggiatore" [3] escreve:

> *"A Filosofia encontra-se escrita neste grande livro – o universo – que continuamente se abre perante os nossos olhos, que não se pode entender antes de conhecer a língua e os caracteres com os quais está escrito. Está escrito em linguagem matemática e os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas sem os quais é impossível entender as palavras; sem eles vagueamos perdidos por um obscuro labirinto."* [1]

[1] No original: "*La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.*"

Neste trabalho aborda-se, de uma forma leve e simplificada mas, esperamos, não demasiado superficial, um dos maiores mistérios que envolvem a matemática. Dá-se também uma contribuição para a sua solução...

Figura 1. Mais uma evidência de que o mundo está escrito em caracteres matemáticos.....

Galileu expressa desta forma a ideia de que o grande livro da Natureza é escrito por Deus em caracteres matemáticos e geométricos. As entidades matemáticas deixam assim o mundo das ideias de Platão para se tornarem os elementos que constituem a própria realidade. Correspondentemente, a matemática torna-se a linguagem que descreve a essência do cosmo. Com este instrumento o homem pode ultrapassar o aspeto qualitativo e aparentemente confuso dos fenómenos do mundo terrestre e perceber as simples regras que Deus utilizou na sua criação. Newton levou mais longe a revolução iniciada por Galileu. A sua obra *Principia* [7] e a invenção do cálculo infinitesimal deram um impulso fundamental ao programa de Galileu de desvendar os segredos da criação divina através da matematização da ciência. Com a contribuição de outro gigante do pensamento científico, Descartes, que também acreditava num "Deus matemático", a matemática tornou-se a rainha das ciências...

No século XIX, com a descoberta (ou deveríamos escrever "com a invenção"?) das geometrias não euclidianas por Gauss, Bolyai e Lobachevsky e com o desenvolvimento da teoria das funções de variável complexa por Cauchy, o ponto de vista naturalista sofreu um duro golpe e entrou em crise. A existência de objetos e de mundos matemáticos perfeitamente coerentes do ponto de vista lógico mas sem correspondência com o mundo natural (pelo menos, de acordo com os conhecimentos da época) levou ao aparecimento de uma posição oposta à anterior, designada por "formalismo": a matemática é vista como uma criação da mente humana, livre e independente de qualquer ligação, física ou metafísica, com o mundo exterior, um jogo onde a natureza das entidades consideradas não interessa, sendo apenas importante o relacionamento lógico entre elas e a estrutura lógico-dedutiva, as regras do jogo, por assim dizer. Este ponto de vista é bem ilustrado pela célebre frase do famoso matemático Hilbert: "Se em vez de ponto, reta, plano, disséssemos cadeira, mesa e caneca de cerveja, a geometria ficaria inalterada."

Como é que se colocam os matemáticos e os cientistas de hoje em relação à natureza dos objetos matemáticos e à sua ligação com o mundo físico?

Podemos dizer que ainda há apoiantes quer do platonismo quer do formalismo, com uma panóplia de posições intermédias. Na frente dos platonistas, vale a pena recordar o grande matemático do século XX Godfrey Harold Hardy, que no seu livro *A Mathematician's Apology* ([5] é a sua tradução portuguesa), escreve:

"I believe that mathematical reality lies outside us, that our function is to discover or observe it, and that the theorems that we prove, and which we describe grandiloquently as our `creations', are simply our notes of our observations."

Alain Connes, matemático galardoado com a medalha Fields (o equivalente ao Prémio Nobel na matemática) em 1982, também acredita que a matemática tem uma realidade "incontestável como a realidade física" [2] representada por objetos como circunferências ou números inteiros, e que é independente da experiência da mente humana.

Numa posição naturalista, mas sem o enquadramento metafísico, encontramos o cosmólogo Max Tegmark [8] que, mesmo rejeitando a existência de um mundo de entes matemáticos separado do mundo físico, acredita que haja um *isomorfismo* entre a matemática e a Natureza. Mais precisamente, Tegmark assume a existência de uma realidade física independente dos seres humanos (hipótese denominada por ERH, External Reality Hypothesis) e que a estrutura desta realidade é matemática (hipótese MUH, Mathematical Universe Hypothesis).

É, no fundo, a visão de Galileu, mas sem assumir a existência de Deus.

Uma visão completamente diferente é defendida por Sir Michael Atiyah, medalha Fields em 1966 e um dos maiores matemáticos do século XX. De acordo com Sir Atiyah [1], a matemática é uma linguagem que evoluiu a partir da experiência humana, e os conceitos matemáticos foram *criados* pelo homem com base na sua interação com o mundo físico. Só posteriormente são investigadas e descobertas as conexões entre eles.

Uma elaboração deste ponto de vista encontra-se em [4], onde Enrico Giusti, analisando as definições dadas nos *Elementos* de Euclides dos entes geométricos elementares, como as de reta e de circunferência[2], conclui que estas representam a abstração não de objetos reais, mas sim de processos ligados a práticas e técnicas dos agrimensores. De facto, lendo estas definições, é difícil não encontrar uma forte correspondência com a utilização de cordas para traçar segmentos de reta e circunferências no terreno. No primeiro caso, estende-se uma corda entre duas estacas fixas, no segundo, uma das extremidades da corda tensa roda em torno da outra, ligada a uma estaca fixa. Quanto à origem de objetos matemáticos mais sofisticados, como por exemplo os grupos, Giusti considera que estes aparecem inicialmente de forma não muito precisa, como instrumentos de investigação e como métodos demonstrativos, cristalizando-se e ganhando vida apenas num segundo tempo como novos objetos matemáticos (que se tornam, por sua vez, objeto de estudo.)

Em qualquer caso, Atiyah Giusti e Mario Livio em [6] (e, diga-se de passagem, também o autor deste artigo) concordam com o facto de que os objetos matemáticos são quer *inventados* quer *descobertos*. Inventados no momento da sua introdução no mundo matemático, ou por abstração ou como instrumentos demonstrativos. Descobertos quando são objeto de investigação, quando as suas propriedades são reveladas à luz de novos teoremas.

Mas, afinal, como é que se explica a não razoável eficácia da matemática nas ciências da natureza?

Já vimos que para os naturalistas essa eficácia deve-se ao facto de o mundo físico ser intrinsecamente matemático.

Na outra frente, encontramos várias hipóteses, diferentes e que se complementam, que pretendem explicar, pelo menos parcialmente, o sucesso da matemática na descrição do nosso universo. Por exemplo, como já foi referido acima, para Sir Michael Atiyah [1], a matemática é uma mera linguagem. Mas esta linguagem foi desenvolvida pelo cérebro humano, órgão que evoluiu para fazer frente aos desafios da realidade física, e logo não deveria ser assim tão surpreendente que ela esteja adequada a esse objetivo.

Em parte, como defendido em [6], os sucessos da rainha das ciências poderão dever-se à seleção operada pelo homem dos instrumentos matemáticos com base na sua capacidade de prever de forma correta os resultados de experiências e de observações importantes (pense-se, por exemplo, no desenvolvimento dos números inteiros e das suas propriedades para enfrentar problemas de contagem). Para além disso Mario Livio sugere que os próprios problemas nos quais trabalham poderão ter sido escolhidos pelos cientistas de forma a poderem ser enfrentados do ponto de vista matemático, e que poderá haver mesmo parte da realidade que não consegue enquadrar-se em nenhuma teoria matemática.

Mas estas explicações, que foram apenas acenadas neste trabalho e que, esperamos, o leitor queira aprofundar utilizando a bibliografia aconselhada, poderão não convencer todos.

Deixamos então a nossa contribuição para a solução do mistério que envolve a linguagem matemática no *matematicartoon* abaixo…

AGRADECIMENTOS

O *cartoon* reflete a profunda influência que teve a leitura dos livros de *The Far Side Gallery*, do cartoonista americano Gary Larson. Portanto, se o *cartoon* acima tem alguma piada, o mérito é só parcialmente meu (mas se não tiver, naturalmente, a culpa é toda minha).

[2] Na tradução portuguesa dos *Elementos* de Euclides, feita em 1774 por João Chrysostomo de Faria e Sousa de Vasconcellos e Sá, e publicada pela Universidade de Coimbra em 1855, as definições de reta e circunferência são as seguintes: **IV.** *"Linha recta é aquella, que está posta egualmente entre as suas extremidades."*; **XV**. *"Circulo é uma figura plana, fechada por uma só linha, a qual se chama circumferencia: de maneira que todos as linhas rectas, que de um certo ponto existente no meio da figura, se conduzem para a circumferencia, são eguaes entre si."*

BIBLIOGRAFIA

[1] Atiyah M., "Review of Conversations on Mind, Matter and Mathematics by Jean-Pierre Changeux and Alain Connes", *Times Higher Education* Supplement, 1995.

[2] Changeux, J.-P. e Connes, A., *Matière à Pensée*, O. Jacob, Paris, 1989.

[3] *Galilei GIl Saggiatore*, Roma, 1623, ou *Opere di Galileo Galilei*, UTET, Torino, 1980, vol. I.

[4] Giusti E., *Ipotesi sulla Natura degli Oggetti Matematici*, Bollati Boringhieri,1999.

[5] Hardy G. H., *Apologia de um Matemático*, Gradiva, 2007.

[6] Livio M., *Is God a Mathematician?*, Simon&Schuster, 2009.

[7] Newton I., *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

[8] Tegmark M., "The Mathematical Universe", *Founds. Phys*, 2007, 116.

[9] Wigner E. P., "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, n. 1, 1960.

SOBRE O AUTOR

Alessandro Margheri licenciou-se em Matemática pela Facoltá di Scienze dell'Universitá degli Studi di Firenze (Itália) em 1988. Desde o ano 2000 é professor auxiliar do DM da FCUL. A sua área de especialização é a de Equações Diferenciais Ordinárias.