JORGE NUNO SILVA
Universidade
de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

PI FARAÓNICO

O Papiro de Rhind, obra incontornável no estudo da matemática na Antiguidade, dá-nos muitas razões para nos surpreendermos com as capacidades dos egípcios de há milénios. Escrito no século XVII a.C., sendo cópia de trabalho mais antigo, é essencialmente uma colecção de problemas e soluções. Hoje falaremos um pouco do Problema 50, que, em linguagem anacrónica, pode dizer-se tratar da quadratura do círculo.

A interpretação de texto tão antigo não pode ser sempre consensual. A lacónica escrita do escriba Ahmes não facilita a vida aos estudiosos. No caso do nosso problema 50, a questão parece ser a de obter um valor para a área de um círculo de diâmetro d.

O procedimento descrito consiste em aproximar o círculo por um octógono, cuja área seja fácil de determinar.

Comecemos por considerar um quadrado circunscrito à figura.

Vamos dividir cada lado em nove partes, cada uma de comprimento $d/9$. Conservando o terço central de cada lado e unindo as extremidades, obtemos um octógono, que, como o quadriculado da figura sugere, aproxima *bem* o círculo.

O quadriculado da ilustração permite determinar com facilidade a área do polígono. Se tomarmos para unidade o quadradinho de lado $d/9$, esta área será

$$81 - 4 \times \frac{3 \times 3}{2} = 63\,.$$

Ora, 63 é um número que ... é quase 64 e este é um quadrado perfeito: $64 = 8^2$. Tomemos então 64 como valor aproximado para a área do círculo!

Em linguagem corrida: a área de um círculo de diâmetro d é aproximadamente igual à de um quadrado de lado $(8/9)d$.

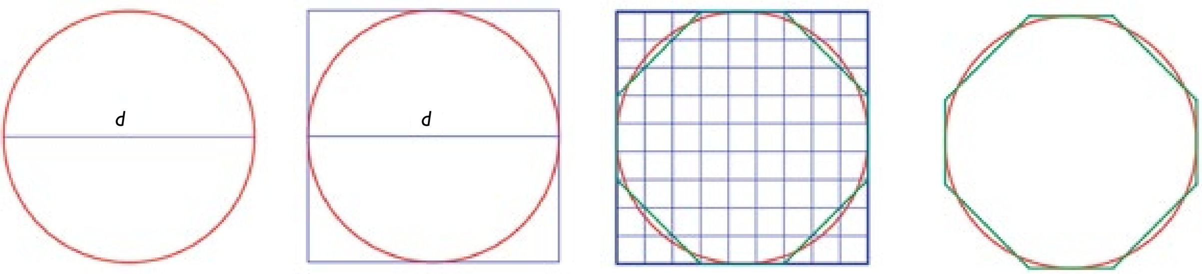
Usando o diâmetro original $d = 2r$, temos, para valor da área do círculo, $A_{\bigcirc}$,

$$A_{\bigcirc} = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 = \left(\frac{16}{9}\right)^2 r^2\,.$$

Como sabemos, a fórmula correta é $A_{\bigcirc} = \pi r^2$, pelo que a expressão deduzida do argumento de Ahmes corresponde a tomar

$$\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3.160493827\ldots$$

que difere do valor exato por menos de 0.02. Esta aproximação é notável em si e impressiona também pela facilidade



com que é obtida. Sugerimos ao leitor que tente obter outras aproximações usando métodos semelhantes a este, a ver se consegue melhorar este resultado ...

Suponhamos agora que se usava a mesma figura para aproximar o perímetro do círculo.

Tomando de novo como unidade $d/9$ e após uma aplicação do Teorema de Pitágoras, obtemos para o perímetro do octógono o valor

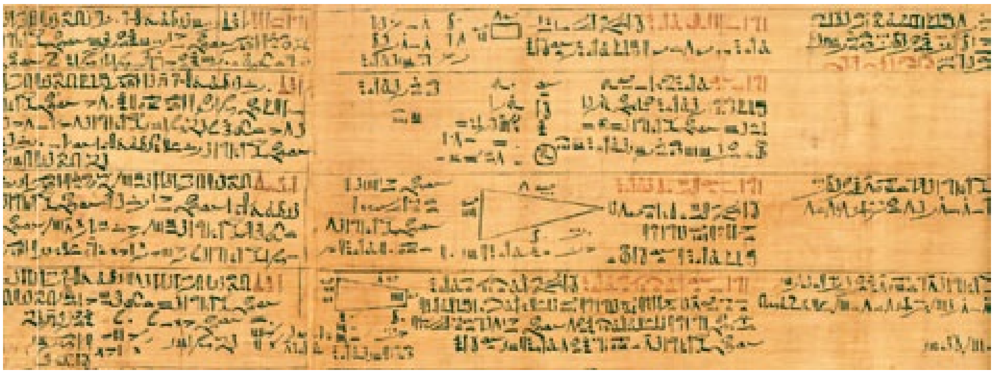
$$\frac{4}{3}\left(1+\sqrt{2}\right) d\,.$$

Como o valor correto para o perímetro do círculo é $P_{\bigcirc} = \pi d$, o valor aproximado baseado na aproximação pelo octógono corresponde a tomar

$$\pi = \frac{4}{3}\left(1+\sqrt{2}\right) = 3.218951\ldots$$

que difere do valor exato por menos de 0.08.

É certo que os egípcios antigos não conheciam a bela estrutura da matemática de Euclides ou Arquimedes, mas, não esqueçamos, eles construíram as impressionantes Pirâmides, testemunhos perenes do seu engenho.



Papiro de Rhind