

# O Nónio de Pedro Nunes

António Estácio dos Reis

Academia de Marinha

*Este artigo foi primeiramente publicado na revista Oceanos nº 38, Abril/Junho de 1999 e é aqui reproduzido com a generosa permissão do autor e daquela revista.*

A navegação astronómica teve início ainda no século XV, quando os navegadores portugueses, ao afastarem-se da costa tiveram de recorrer a instrumentos de altura para determinar a posição do navio. Para o efeito, usaram quadrantes e astrolábios náuticos que, necessariamente, tinham de estar bem divididos pois, só assim, se assegurava o rigor dos cálculos que efectuavam.

Esta exigência era tal que, no século seguinte, o *Regimento do Cosmógrafo-mor*, promulgado em 1592, estabelecia a obrigatoriedade de exame dos mestres das cartas de marear e fabricantes de instrumentos náuticos, assim como a verificação pelo Cosmógrafo-mor, que neles devia apôr a sua assinatura como atestado de qualidade. O *Regimento* ia ao ponto de aplicar penas aos fabricantes não examinados e aos mestres aprovados que não submetessem as suas obras a exame.

A operação de dividir a escala de um quadrante ou de um astrolábio não era fácil. Simão de Oliveira, na sua *Arte de Navegar*, publicada em 1606, diz-nos:

*” Descrito o astrolábio (Fig 1) resta dividi-*

*lo, a qual divisão se fará desta maneira. Divide-se cada quadrante superior em 3 partes iguais, cada uma das quais se repartirá em outras 3, e serão 9 e destas cada uma pelo meio sairão 18 que divididas cada uma em 5 ficará o quadrante dividido em 90 e cada uma das quais e ao centro do círculo ajuntando uma regra [régua] se tirarão por elas linhas pequenas, lançando as que se tirarem de 10 em 10 graus, por ambos os intervalos e as de 5 em 5 por um intervalo e parte do outro e as de um em um por um intervalo só, fazendo um grau branco e outro preto, aos quais se lhe porão os números de 10 em 10 começando os dez do ponto A e acabando em C e D onde se porão 90.*

*Descrito e dividido o astrolábio em papel passar-se-ão ao astrolábio de latão assim os círculos como as linhas em a mesma distância, divisão e número que tiveram no papel, descrevendo os círculos com um compasso de pontas de aço e as linhas com uma ponta do mesmo, para que corte o latão dividando os graus com umas riscas pequenas, assim como em papel se usa fazer um em branco e outro em preto”.*

Em resumo: o artista tinha que fazer o desenho no papel e depois tranferi-lo para o quadrante ou astrolábio, cometendo necessariamente vários erros que começavam pelo facto de não existirem métodos geométricos de dividir o quarto de

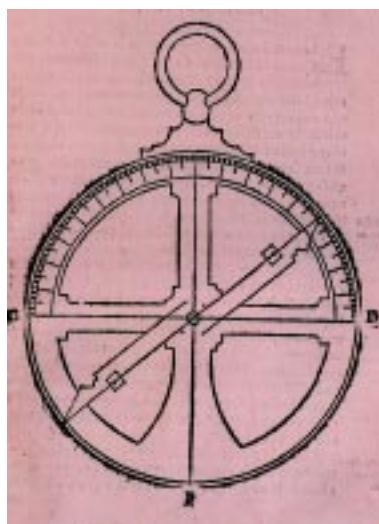


Fig. 1. Gravura do astrolábio náutico, apresentado por Simão de Oliveira na *Arte de Navegar*, Lisboa, 1606. Biblioteca Central de Marinha, Lisboa. Fotografia de Lama Castro Caldas e Paulo Cintra.

círculo (a não ser como mais adiante se indica) e que terminavam pela falta de rigor da gravação.

No século XVIII já se tinha melhorado o processo de divisão das escalas. John Bird (1709-1776) publica, em 1767, uma obra intitulada *Method of dividing astronomical instruments*, onde apresenta alguns métodos inovadores, que considera mais adequados, aconselhando a fazer o trabalho durante a manhã, em condições de temperatura constante, escolhendo para o efeito certas épocas do ano, como por exemplo a Primavera e o Outono.

Para obviar a dificuldade da divisão do quadrante, devido ao facto de não haver um método geométrico para o fazer, o artífice George Graham (1673-1751) sugere a divisão em 96 partes, isto é, primeiro em 3 partes e depois bissectando sucessivamente até alcançar aquele número. Uma tabela de conversão facilmente daria o valor do ângulo medido em graus. Todavia, esta solução, que foi defendida pelo cientista João Jacinto de Magalhães, não chegou a ter sucesso.

Um modo de fugir ao penoso problema de dividir as escalas circulares, era recorrer a instrumentos que, destinados à medida de ângulos, usassem escalas rectilíneas, como acontecia com a *balestilha*, também foi usada pelos pilotos portugueses, a partir do início do século XVI.

Perante todas estas dificuldades, tornava-se indispensável e urgente encontrar uma solução mecânica para resolver este premente problema. Depois de tentativas, feitas por outros, Jesse Ramsden (1731-1800), entre 1768 e 1773, concebeu e desenvolveu a máquina de dividir escalas circulares (Fig 2) que obteve verdadeira notoriedade. A máquina veio a ser apresentada na obra *Description of an engine for dividing mathematical instruments*, publicada em Londres, no ano de 1787, consagrando



Fig. 2. Máquina de dividir circular inventada por Jesse Ramsden. Desenho incluído na sua obra *Description of an engine for dividing mathematical instruments*, Londres, 1787. Biblioteca Central de Marinha, Lisboa. Fotografia de Lama Castro e Paulo Cintra.

Ramsden como um dos mais notáveis fabricantes de instrumentos do seu tempo.

A grande inovação deste artista, que tinha oficina em Londres, foi incluir na sua máquina uma roda com 2160 dentes ligada a um parafuso sem fim que, por cada rotação, permitia uma divisão de 10 minutos de arco. E, como esse parafuso era accionado por outra roda dividida em 60 partes, a máquina atingia os 10 segundos, muito mais do que era exigido a um instrumento náutico, mas que foi extremamente útil na manufactura de material destinado a observações astronómicas em terra. Escolhida a divisão adequada, e usando um estilete, riscava-se o próprio limbo do instrumento, fazendo em curto espaço de tempo, um trabalho que, até então, demorava dias e cujo rigor não tinha qualquer comparação.

Se Ramsden tivesse nascido noutro país teria sido, talvez durante algum tempo, o único a beneficiar do invento. Mas em Inglaterra, o *Board of Longitude*, que tinha sido criado para encontrar uma solução prática para determinar a longitude no mar, contempla o autor com 300 libras esterlinas, como prémio da sua invenção. Mas, mais, Ramsden recebe ainda 315 libras com a condição de publicar

uma memória descritiva e se colocar à disposição de dez dos seus colegas artífices, escolhidos pelo Board, para ensinar a fabricar máquinas equivalentes e a usá-las.

Esta sábia medida foi uma das principais razões que explicam o espantoso desenvolvimento tecnológico e a consolidação do prestígio já então alcançado pelos fabricantes ingleses, não só de instrumentos náuticos como também de outros comumente chamados de matemática.

Além disso, e o facto constituiu uma medida de grande estímulo, Jesse Ramsden é feito membro da *Royal Society*, quando, sabemos bem, em outras

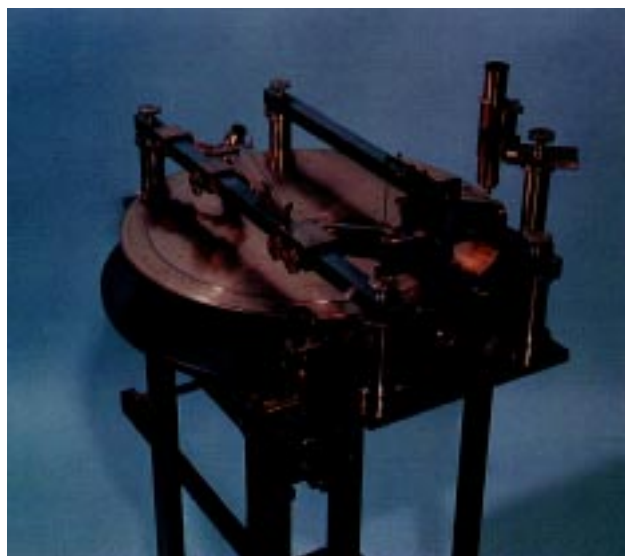


Fig. 3. Máquina de dividir escalas circulares, fabricada pela firma Froment, Paris, 1855. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

academias congéneres, não tinha acesso um *simples* artífice. Aliás, um outro mestre, Peter Dollond (1730-1820) foi também membro daquela prestigiada instituição, por ter sabido corrigir as aberrações cromáticas das lentes empregadas nos instrumentos destinados à observação dos astros. Ramsden beneficiou do uso da patente desta invenção, quando, em 1765, casou com a irmã de Dollond.

Não temos conhecimento de quais foram os primeiros artífices portugueses que usaram este tipo de máquina de dividir escalas. O mais antigo exemplar que existe em Portugal, julgamos ser o que se encontra no Museu do Instituto Superior Técnico. Foi fabricado em França no ano de 1855, pela firma Froment (Fig 3).

Deixamos para agora um outro problema respeitante aos instrumentos de medida, que consiste na leitura das fracções da mais pequena divisão de uma escala que, certamente, se podia fazer por estima, mas que se tornava numa operação pouco rigorosa e que, além disso, dependia da avaliação pessoal do observador.

Levi ben Gerson (1288-1344) é o nome de um judeu que viveu no sul de França e que deixou um manuscrito em hebreu que, em 1342, Petrus de Alexandria verteu para latim por ordem do papa Clemente VI. Neste manuscrito,

Levi propõe o uso de uma *escala transversal*, também chamada *diagonal* (Fig 4). É no entanto indispensável dizer-se que, no passado, a prioridade deste método foi atribuída a Thomas Digges (1546-1593) que, em 1576, o apresentou na obra *A perfil description of the celestial orbes*. Ficamos, no entanto, sem saber se Digges conhecia a obra de Levi, porque, no passado, era prática corrente referir ou usar invenções de outros, sem qualquer preocupação de indicar os seus verdadeiros autores.

Na prática, este método consiste em expandir, de modo engenhoso, a largura da mais pequena dimensão da escala, usando diagonais entre os seus valores extremos, mas respeitantes a escalas paralelas. Deste modo, torna-se possível obter o espaço necessário para gravar as subdivisões, tanto nas escalas rectilíneas como nas circulares.

São conhecidos instrumentos que dispõem de escala transversal, como acontece com o *Coimbra*, um astrolábio náutico, possivelmente dos fins do século XVII, existente no Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (Fig 5). Este mesmo tipo de escala foi usado nos primeiros octantes, fabricados nos meados do século seguinte.

Estamos certos que Pedro Nunes (1502-1577), quando se preocupou com este problema, não conhecia o trabalho de Levi, que apesar de traduzido para latim devia ter tido uma divulgação muito limitada, por se tratar de um manuscrito. E, muito menos a obra de Digges que, apesar

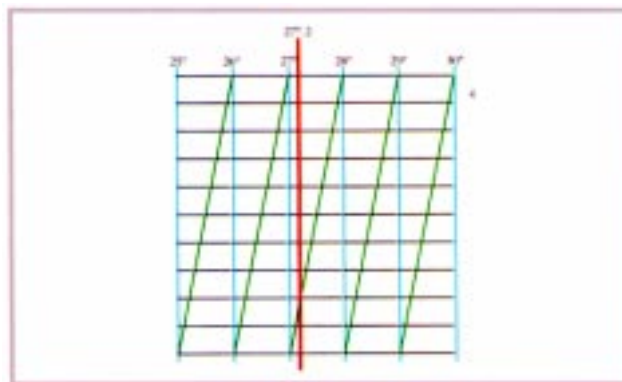


Fig. 4. Desenho de uma escala transversal ou diagonal que mostra como pode ser expandida a largura da mais pequena divisão de uma escala.

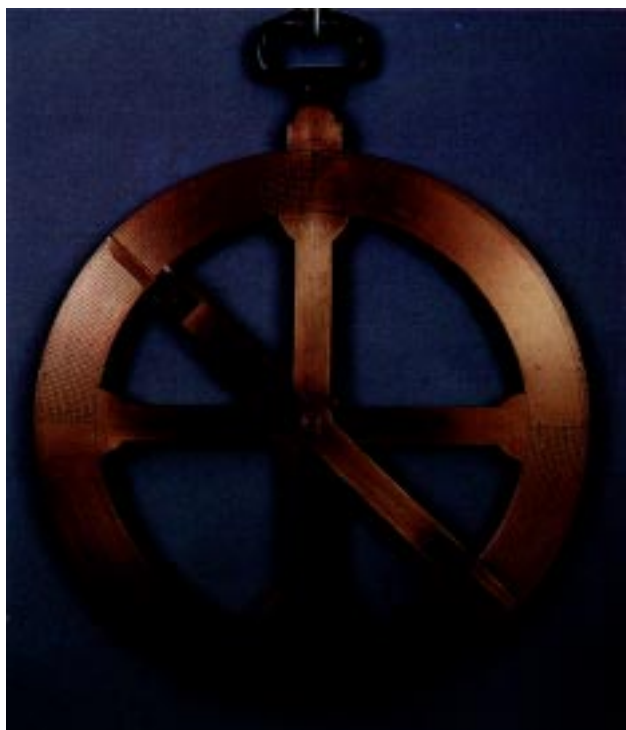


Fig. 5. O astrolábio náutico *Coimbra*. Apesar de, pela suas dimensões (diâmetro 508 mm, peso 10170 g) não ter sido usado a bordo, dispõe de escala diagonal. Exemplar do séc. XVIII. Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra.

de impressa, é posterior à sua invenção. Aliás, se tal tivesse acontecido, talvez o facto desmotivasse o nosso ilustre sábio, pois o seu conceito de nónio tem o mesmo objectivo que a escala diagonal.

O nónio aparece na obra *De Crepusculis* (Fig 6), publicada em 1542. Na segunda parte desta obra, a proposição número três reza assim: “*Construir um instrumento que seja muito apropriado às observações dos astros, e com o qual se possam determinar rigorosamente as respectivas alturas*”.

A ideia que estimulou o nosso cosmógrafo, aliás descrita na sua obra intitulada *De arte atque ratione navigandi*, foi uma passagem do *Almagesto* (página 9 da edição de 1515), em que Ptolemeu considera que o valor do arco de meridiano entre os dois trópicos corresponde à fracção  $11/83$  da circunferência. Diz ainda que o limbo do instrumento utilizado para esta medição deve ser dividido em graus e cada grau em partes do grau, sem fixar o número delas.

Pedro Nunes, sabendo que na época do sábio alexandrino não existiam instrumentos que permitissem tal precisão, e inspirando-se talvez na proporção entre aqueles dois números inteiros, desenvolveu a proposição atrás referida, imaginando o que ficou conhecido pelo nome de nónio.

Num astrolábio graduado de 0 a 90 graus, construíam-se mais 44 escalas concêntricas, mas sucessivamente divididas em 89, 88, 87, até chegar a 46 partes. Nestas condições, ao medir-se um determinado ângulo, que não corresponda a um número exacto de graus, é muito provável que o seu valor caia rigorosamente, ou muito próximo, de uma divisão das referidas escalas. Vamos supor que desejávamos medir o ângulo de 37 graus e 23 minutos. Verifica-se que pela tabela que apresentamos (Fig 7), onde foram incluídas todas as posições do nónio entre 37 e 38 graus, a 27ª posição da escala 65 de divisões mede 37 graus e 23.08 minutos, o que permite fazer uma leitura com o afastamento de apenas 8 centésimos de minuto. Para ficarmos com uma ideia mais clara do que se passa no sec-

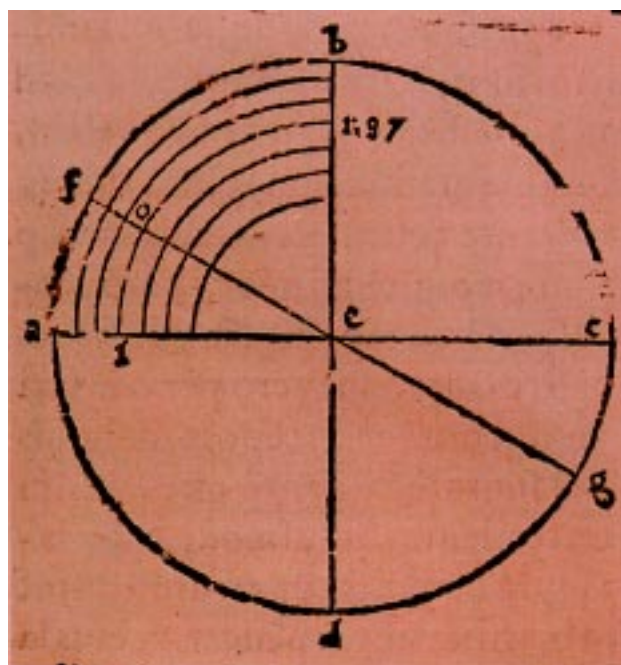


Fig. 6. Desenho segundo a gravura apresentada por Pedro Nunes, em *De Crepusculis*, que acompanha a descrição do nónio. Lisboa, 1542. Biblioteca Nacional, Lisboa.

	(37/90)	37° 00'
(21/51) (28/68)	(35/85)	03.52
	(33/80)	07.5
	(26/63)	08.57
	(19/46)	10.43
	(31/75)	12
(24/58)	(36/87)	14.48
	(29/70)	17.14
	(34/82)	19.02
	(22/53)	21.48
	(27/65)	23.08
	(32/77)	24.16
	(37/89)	24.94
(20/48) (25/60) (30/72)	(35/84)	30
	(33/79)	35.69
	(28/67)	36.71
	(23/55)	38.18
	(36/86)	40.46
	(31/74)	42.16
	(26/62)	44.51
	(34/81)	46.67
	(21/50)	48
	(29/69)	49.56
	(37/88)	50.45
(24/57) (32/76)	(35/83)	53.68
	(27/64)	57.11
	(38/90)	58.13
		38° 00'

Fig. 7. Posições do nónio entre os 37° e 38°, distribuídas pelas diversas escalas que o constituem. Consta-se que algumas posições são repetidas em escalas diferentes. Entre parêntesis, do lado esquerdo da tabela, estão indicadas primeiro a posição na escala e, em seguida, o número de divisões em que foi dividida essa escala. No lado direito da tabela mencionam-se o valor angular de cada posição ou posições quando estas são coincidentes.

tor atrás mencionado, elaboramos um desenho, no qual não foi cumprida a escala (Fig 8), em que podemos apreciar as posições do nónio nele contidas.

No exemplo que apresentamos, o afastamento foi de 8 centésimos. Nem sempre se consegue tal aproximação, dado que o afastamento médio entre duas posições é superior. De facto, se dividirmos o quadrante pelo número de posições do nónio não repetidas, verificamos que a separação média é pouco superior a 2 minutos de arco.

Todavia, esta separação média é enganosa, dado que a distribuição das posições do nónio é muito irregular. Apesar de termos calculado, como atrás referimos, todas as suas

posições, não nos apercebemos que existem largos sectores, que chegam a alcançar os 30', nos quais não há uma única posição. Esta descoberta devemos-la a Jean Widemann, que calculou os valores da separação entre todas as posições do nónio, o que o conduziu a resultados surpreendentes. Transcrevemos alguns dos vazios mais significativos:

- entre 44° 30' e 45° 30', só existe a graduação dos 45°;
- entre 29° 40' e 30° 20', só há a posição dos 30° e, como no nónio se verifica uma rigorosa simetria em relação aos 45°, também entre os 59° 40' e 60° 20', apenas aparece a graduação dos 60°;
- entre 22° 15' e 22° 45' e entre 67° 15' e 67° 45', encontram-se exclusiva e respectivamente, as posições 22° 30' e 67° 30'.

Os exemplos seguem-se, mas as separações vão,

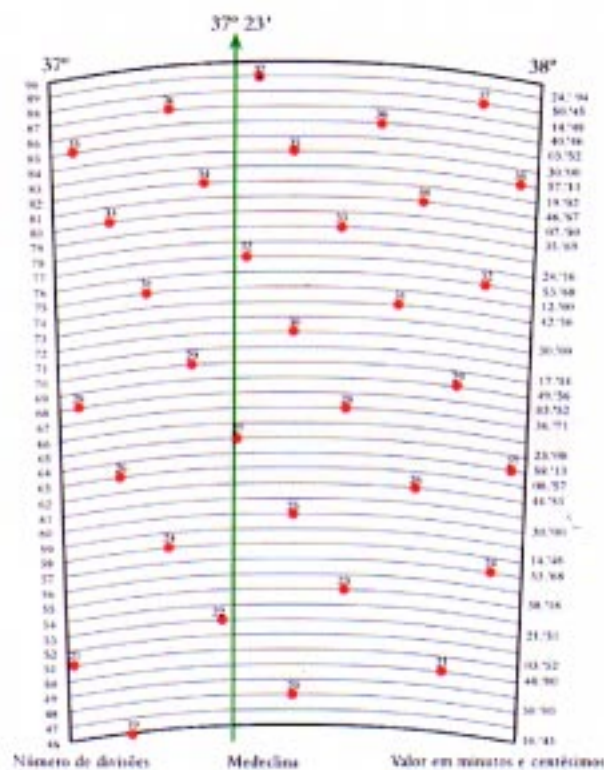


Fig. 8. Esquema em que se mostram graficamente as posições do nónio, entre os 37° e 38°, referidas na Fig 7. Seguindo o exemplo apresentado no texto, se desejarmos medir um ângulo de 37° 23' (onde se colocou a medicliua), constata-se que a posição do nónio mais perto deste valor é a 27ª na escala dividida em 65 posições. A leitura teria sido feita com um erro de .08' que, neste caso, é inferior ao erro médio de 2.13 minutos indicado no texto.

naturalmente, diminuindo. Sem dúvida que o nónio seria de enorme utilidade (desconhecia-se então a irregular distribuição das suas posições) quando integrado num astrolábio, pois foi este o instrumento escolhido por Nunes para a aplicação do seu invento. Todavia, a gravação das 45 escalas (estamos a incluir a escala principal, de zero a 90°) era, para a época, um trabalho extremamente difícil pela circunstância de não existirem processos geométricos para efectuar a sua correcta divisão. Além disso ainda havia a questão do espaço. De facto, se num astrolábio planisférico ou náutico de disco, com 20 ou 25 centímetros de diâmetro, a gravação já tinha as suas limitações, esta tornava-se impossível quando se tratasse de um astrolábio náutico de roda, como se constata na Fig 1.

Nesta nossa caminhada ao longo de tão apaixonante assunto, procuramos averiguar qual teria sido a divulgação que teve este invento noniano e quais os instrumentos que o usaram.

Nestes aspectos, em Portugal, encontramos uma descrição do nónio na *Arte de Navegar*, de 1596, que o padre Francisco da Costa designa por "*quadrante dos quadrantes*", sem fazer a mais pequena referência ao seu autor.

Já antes de Francisco da Costa, um outro português, João Baptista Lavanha, no seu *Tratado del Arte de Navegar*, de 1588, escrito em castelhano, apresenta uma pormenorizada descrição do nónio, onde também não faz a mais pequena alusão ao sábio salaciano.

No que respeita a instrumentos dotados de nónio que tenham existido no nosso país, não encontramos um único exemplar, nem tão pouco qualquer notícia a seu respeito. Todavia, Francisco Stockler, em 1818, diz-nos que todas as dúvidas que porventura subsistam acerca do nónio poder-se-iam desvanecer "*se ainda existissem os instrumentos de que Pedro Nunes se servia, e que ele havia em grande parte feito construir, porém quis a desgraça que todo esse precioso depósito, indo parar ao poder dos religiosos beneditinos do colégio que esta ordem monástica tem em Coimbra, o abade que governava aquele colégio, quando*

*se fizeram as grades do adro da igreja, sendo informado que se precisava de uma porção de metal amarelo, para se fundirem umas carrancas, ou peças metálicas, que ainda actualmente adornam as sobreditas grades; entendendo que aqueles instrumentos astronómicos, de que os frades não faziam uso algum, eram trastes absolutamente inúteis, os deu para se converterem nos indicados ornatos. Assim acabaram, vítimas de uma ignorante economia, monumentos científicos, preciosos pela sua antiguidade, e respeitáveis em consideração do homem de génio que tinha inventado uns, aperfeiçoado outros, e manejado todos com singular habilidade*". Stockler esclarece que esta "anedota" era corrente em Coimbra, quando ele se formou naquela Universidade, e que lhe foi "*transmitida por pessoa muito curiosa, sisuda, e verídica*".

Admitimos, como perfeitamente possível, que tal pudesse ter acontecido, porque, infelizmente, não é caso único a destruição, no nosso país, de património científico.

Todavia, não encontramos qualquer suporte documental que confirme a afirmação de Stockler. Acontece até que as grades onde estavam as referidas carrancas foram demolidas com a igreja há longos anos. Mas mesmo que tal episódio tivesse acontecido, nada nos prova que Pedro Nunes possuísse instrumentos dispondo do seu nónio. Em primeiro lugar porque, como já atrás referimos, não conhecemos uma única notícia a este respeito e, em segundo lugar, porque a divisão e a gravação das escalas dum nónio, como já dissemos, era um trabalho árduo, exigindo artífices de grande perícia que, na época, não existiam em Portugal.

O mesmo não aconteceu no estrangeiro, durante a segunda metade do século XVI, onde em várias cidades como Augsburg, Nuremberga ou Antuérpia, famosos artistas tais como Christoph Schissler, Tobias Volckmer e Gemma Frisius, só para citar alguns, nos deixaram instrumentos da mais alta qualidade. Isto porque estes artífices, para além de uma noção perfeita da função desses mesmos instrumentos, conheciam de tal maneira os processos de fabrico e usavam-nos com tal perícia, que

nos deixaram obras tão elaboradas que, ainda hoje, nos causam a maior admiração.

No nosso país nada disto acontecia. Para além do astrolábio náutico, que foi, na época e sem qualquer dúvida, o instrumento de alturas de maior prestígio, que os portugueses desenvolveram e fabricaram, mas cuja tecnologia era elementar, não há memória de aqui se ter feito, por exemplo, um astrolábio planisférico, que foi ferramenta indispensável dos cosmógrafos de antanho. E

destes belos instrumentos, chegaram até aos nossos dias mais de 1300, pois a lista que refere este número é de 1955 e sabemos que já foram catalogados muitos outros.

Na sequência destas considerações, arriscamos mesmo em afirmar que Pedro Nunes não possuiu um único exemplar do nócio que concebeu. Até recentemente só havia conhecimento de dois quadrantes usando o nócio. São referidos por Tycho Brahe (1546-1601), na sua obra *Astronomiae Instauratae Mechanica*, cuja primeira edição

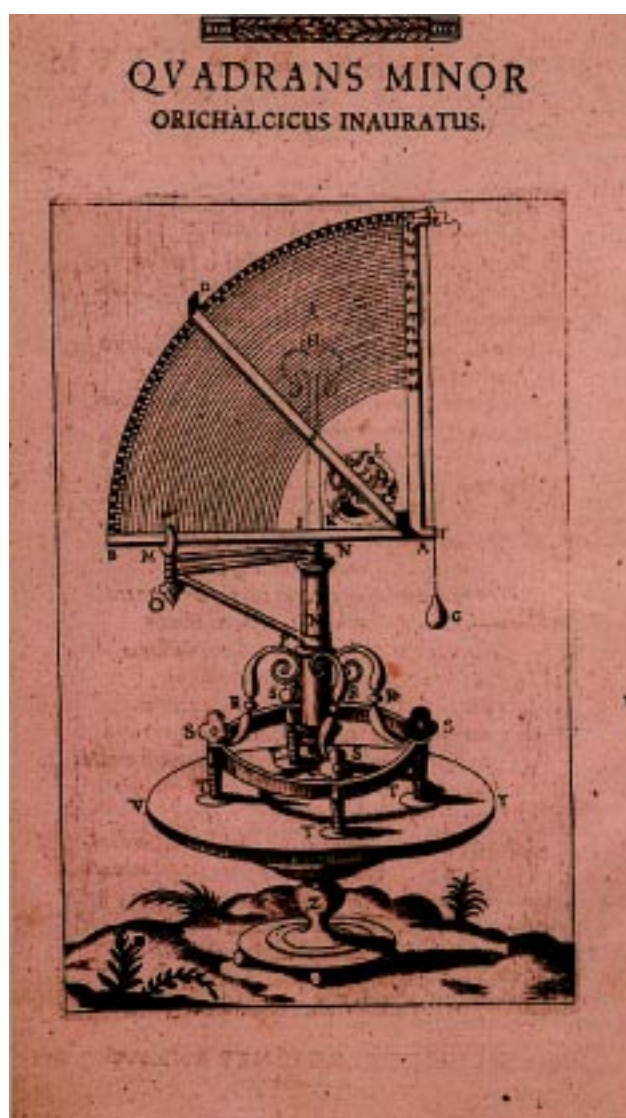


Fig. 9. Quadrante, com o raio de 390 mm, dispendo do nócio de Pedro Nunes. Gravura inserida na *Astronomiae Instauratae Mechanica*, ed 1602, de Tycho Brahe. Biblioteca da Ajuda, Lisboa.

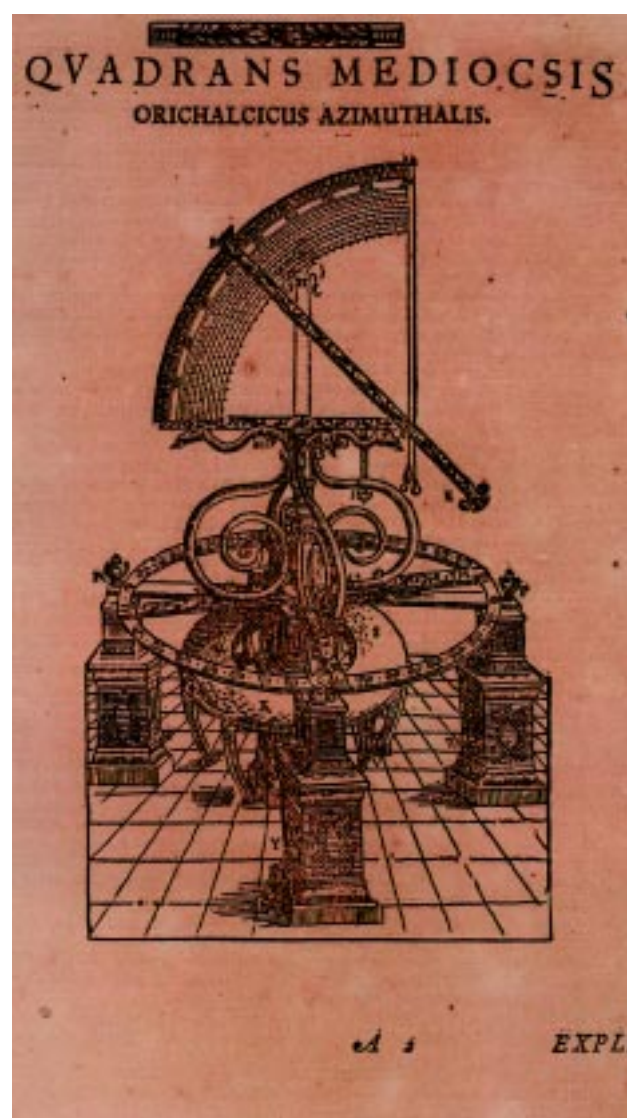


Fig. 10. Quadrante, com raio de 580 mm, dispendo do nócio de Pedro Nunes e também de escala diagonal. Gravura inserida na *Astronomiae Instauratae Mechanica*, ed 1602, de Tycho Brahe. Biblioteca da Ajuda, Lisboa.

é de 1598. Nesta obra, além de serem apresentadas gravuras ( Figs 9 e 10 ) dos referidos quadrantes, o autor afirma - estamos a seguir a tradução inglesa de 1946 - que estes estão divididos com as usuais transversais, mas também utilizam o nónio do “famoso matemático espanhol”. A tradução parece-nos incorrecta porque o termo efectivamente usado por Brahe é “hispanicus”, que julgamos abranger todos os habitantes da Península Ibérica e não, particularmente, os espanhóis. Além disso aquele astrónomo dinamarquês afirma que Pedro Nunes atribui o método a Ptolomeu, o que dificilmente o convence, afirmação que, a nosso ver, constitui uma homenagem à modéstia do nosso grande matemático.

A razão que levou Tycho Brahe a usar o nónio resulta da sua preocupação em fazer as observações astronómicas com grande precisão, o que o levou a estabelecer importantes conceitos, que fizeram escola e foram responsáveis pelo nascimento de uma nova Astronomia. Só assim foi possível elaborar as efemérides dos fenómenos celestes com o indispensável rigor. Pelo facto, este astrónomo ocupa um destacado lugar na História da Astronomia.

Sabemos que Brahe fabricava os seus próprios instrumentos, possivelmente com a ajuda de ajudantes. Nas duas décadas em que teve o seu observatório na ilha de Ven, a 27 quilómetros de Copenhaga, observatório que lhe foi oferecido pelo rei da Dinamarca Frederico II, construiu 20 instrumentos dos quais nem um só sobreviveu, como aliás aconteceu a todos os outros que produziu. Assim, perdemos a oportunidade de ver a invenção de Nunes concretizada na obra do maior astrónomo do seu tempo.

O nónio não foi usado por Brahe durante muito tempo. Com efeito, em 20 de Janeiro de 1587, aquele famoso dinamarquês escrevia ao matemático Cristóvão Rothmann: “Mas, logo que em seguida, comecei a tomar rigorosamente a altura dos astros com a ajuda de quadrantes e me apercebi pela experiência, que a divisão comum, levada o mais longe possível, não era suficiente nos pequenos instrumentos, recorri ao subtil processo que Nunes

apresenta na terceira preposição do seu *De Crepusculis, e o tornei mais exacto, aumentando o número de subdivisões e calculando tábuas pelas quais se poderia conhecer imediatamente e com precisão a altura de um ponto qualquer. E, como esta invenção de Nunes, assim como a experiência me tinha provado, não satisfazia as suas promessas, eu pergunto-me se o processo, pelo qual se chega, por meio de pontos transversais, a dividir uma recta em partes muito pequenas, não poderia aplicar-se também às linhas curvas”*.

Esta carta traz-nos algumas novidades. A primeira mostra que Tycho aumentou o número de posições do nónio, o que pela análise das duas gravuras apresentadas na *Astronomiae Instauratae Mechanica* não se descortina. Admitimos que esta experiência tenha sido feita num quadrante de grandes dimensões de que não nos chegou notícia.

A segunda diz-nos que Brahe elaborou tábuas para o cálculo dos ângulos correspondentes às numerosas posições do nónio, o que constituiu um árduo trabalho, tanto mais que admitimos que esse cálculo teria sido feito para um ou mais nónios dispondo de mais posições do que aquelas concebidas pelo seu inventor. Mais adiante vamos saber que Clavius calculou tábuas para uma nova versão do nónio.

Relativamente ao abandono do nónio, já esboçado por Tycho Brahe, no texto acima transcrito, temos ainda uma informação de Delambre, do início do século XIX, que nos afirma que Tycho renunciou à sua utilização, “o que ele não teria feito se os erros não fossem maiores que um ou dois minutos”.

A mais importante utilização teórica do nónio deve-se ao comandante George Waymouth que, no manuscrito *The Jewell of Artes*, apresenta vários quadrantes para uso na astronomia e na artilharia. E é precisamente nesta obra que encontramos pela primeira vez o nónio na avaliação de ângulos horizontais (Fig 11).

Quando, o que até agora dissemos, era em linhas gerais o que sabíamos acerca deste assunto, aconteceu-nos um facto imprevisto. Estávamos em Nova Iorque, e decidimos



visitar o Hayden Planetarium. Fizemo-lo porque admitimos que, à semelhança do que acontece com o seu congénere de Chicago, possuidor da mais importante colecção de instrumentos científicos dos Estados Unidos, podia ali haver alguns objectos que nos interessassem. E havia!

De facto, e devido a uma espantosa coincidência – será isto a tal serendipidade – a firma IBM apresentava uma exposição de réplicas de instrumentos científicos do passado. Entre eles, expostos em belas vitrines, deparamos com o *Galileo's Proportional Compass*.

Tratava-se de um quadrante dispo de nónio cuja legenda indicava que o original, fabricado por Galileu, cerca de 1597, era resultado de melhoramentos feitos em dispositivos similares. A legenda, apesar de errada,

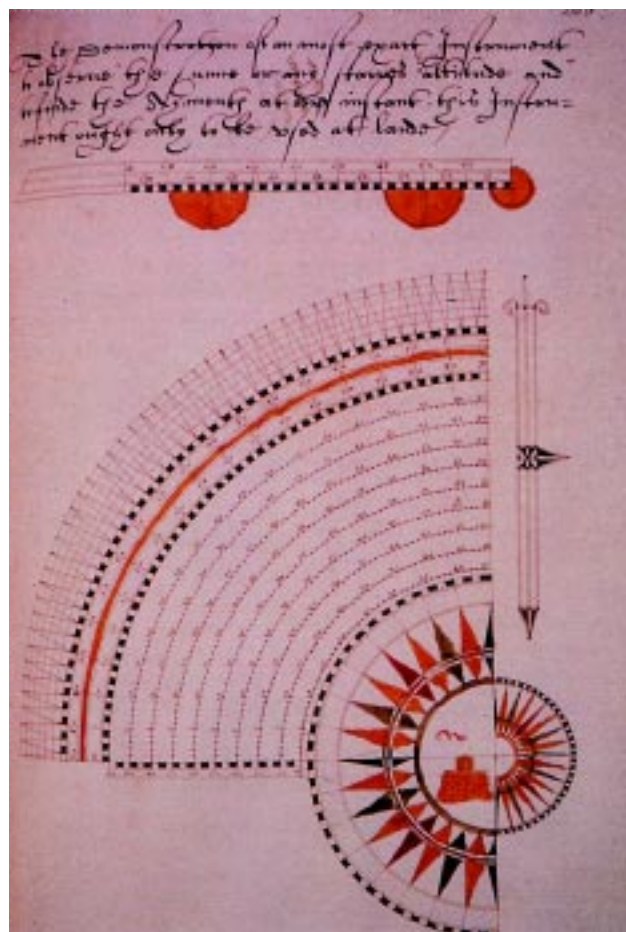


Fig. 11. Uma das gravuras inseridas por George Waymouth, em *Jewell of Artes*, de 1604, a única obra que conhecemos em que o nónio de Pedro Nunes é utilizado em azimutas. British Library, Londres.

informava ainda que “*This replica is based upon an original Galilean Compass in the Museum of History of Science in Florence*”. Se fosse verdade teríamos encontrado o primeiro instrumento da época, dispo do nónio de Pedro Nunes.

Como estávamos num domingo e no dia seguinte regressávamos a Lisboa, foi daqui que escrevemos ao Planetário de Nova Iorque pedindo uma fotografia da referida réplica e a cota do original no Museu de Florença para sua identificação. Ao fim de algum tempo, recebemos, não do Planetário, mas sim da IBM, via Amesterdão, um catálogo respeitante a uma exposição sobre Leonardo da Vinci, sem qualquer explicação e que, naturalmente, nada tinha a ver com o assunto.

Face à situação, decidimos dirigir-nos ao Instituto e Museu de História da Ciência, de Florença, onde a legenda situava o tal *Galileo's Proportional Compass*, para assim obtermos os elementos indispensáveis ao seu estudo. Em resposta recebemos a fotografia de um simples compasso de proporção.

Como admitimos que a confusão residia, não no instrumento, mas sim na sua identificação, dirigimo-nos directamente a Mara Miniati, conservadora daquele prestigioso Museu e que bem conhecemos, porque é membro, como nós, da *Scientific Instrument Society*, de Londres. Dissemos-lhe o que procurávamos. Devido à sua preciosa diligência, recebemos a fotografia de um instrumento dispo de nónio (Fig 12), mas que, seguramente, nada tinha a ver com a réplica de Nova Iorque.

Trata-se de um quadrante para a medição de alturas, ao qual lhe falta a alidade. O limbo horizontal graduado, em que assenta o quadrante, está em parte danificado e da bússula de orientação só existe o suporte. Todavia, o nónio, que é o que mais nos interessa, está em perfeito estado de conservação e reproduz *exactamente* o que foi concebido por Pedro Nunes.

O fabricante deste instrumento, James Kynuyn, teve actividade em Londres, entre 1569 e 1610, e o seu nome foi grafado de vários modos. A data de fabrico deste



Fig. 12. Quadrante fabricado por James Kynuyn, em 1595, conforme indicado no catálogo do Instituto e Museu de História da Ciência de Florença. É possivelmente o único instrumento que existe dispondo do nóvio de Pedro Nunes.

instrumento, conforme indicado no catálogo do Museu, é c. 1595, mas na sua descrição, não é feita qualquer alusão ao nóvio, o que mostra que a obra de Pedro Nunes, ao contrário do que aconteceu no passado, é hoje desconhecida no estrangeiro.

Ficamos naturalmente satisfeitos com a descoberta deste instrumento de Kynuyn, porque se trata do primeiro exemplar que nos aparece, e talvez o único, dispondo da célebre invenção noniana. Julgamos, por isto, que o assunto tem o maior interesse para a História da Ciência.

Um dos aspectos mais apaixonantes na pesquisa histórica é, precisamente, o trajecto percorrido pelas obras de ciência ou de arte desde o momento em que são concebidas até chegarem a um museu que é, sem dúvida, o seu natural destino. Conhecer o nome de quem as encomendou e do fabricante que as produziu, dos seus possuidores ao longo dos tempos, os preços que por elas se pagaram, que restauros sofreram, é um objectivo que o investigador nem sempre consegue. É como andar para trás com a máquina do tempo, mas a máquina, a maior parte

das vezes, emperra. Todavia, neste caso, funcionou.

Apuramos que o quadrante, de que nos estamos a ocupar, pertenceu a Robert Dudley, que também possuiu outros instrumentos científicos que levou para Itália.

Este Robert Dudley (1573-1649), duque de Northumberland, era filho do conde de Leicester, que foi ministro e favorito de Isabel I de Inglaterra e de Lady Douglas Sheffield.

Sir Robert teve uma vida atribulada. Foi estudante da Christ Church, Oxford, e em 1594, com a idade de 21 anos, surge comandante de dois navios que foram para as Índias Ocidentais e à Guiana. Nesta missão explora as bocas do rio Orinoco, no território que é hoje a Venezuela. Dois anos depois participa na expedição naval contra Cadiz e é feito cavaleiro pela sua bravura. O facto de ser filho ilegítimo cria-lhe complicações e, em 1605, abandona para sempre a Inglaterra, ali deixando mulher e filhos, acompanhado por uma das belezas da época, Elizabeth Southwell. Estabelece-se em Florença, converte-se ao catolicismo, casa-se com a sua nova companheira e, por tudo isto, os seus bens são confiscados e vendidos.

Na sua pátria adoptiva, é acolhido por Cosme II (1590-1621) gran-duque da Toscana e, depois, fica ao serviço do seu sucessor Ferdinando II (1610-1670), discípulo do grande Galileu, que muito se interessou pelas artes e ciências.

Robert Dudley foi geógrafo e engenheiro naval, tendo desenhado e construído navios para os Medici, recebendo em troca a protecção destes grandes senhores de Florença. Drenou os pântanos entre Pisa e Livorno e construiu o porto de mar que serve esta última cidade. Como demonstração dos seus conhecimentos publica, no fim da sua vida, em 1646-7, *Dell'Arcano del Mare*, um tratado, constituído por cinco partes reunidas em três volumes, que dedica ao gran-duque Ferdinando. Desta obra, de belo aspecto gráfico e preciosas ilustrações, existe um exemplar na Biblioteca da Ajuda. Nela são apresentados vários assuntos ligados às coisas do mar, como um tratado de estratégia naval, um manual de construção naval, directivas para a edificação de fortificações costeiras, instruções para os navegadores

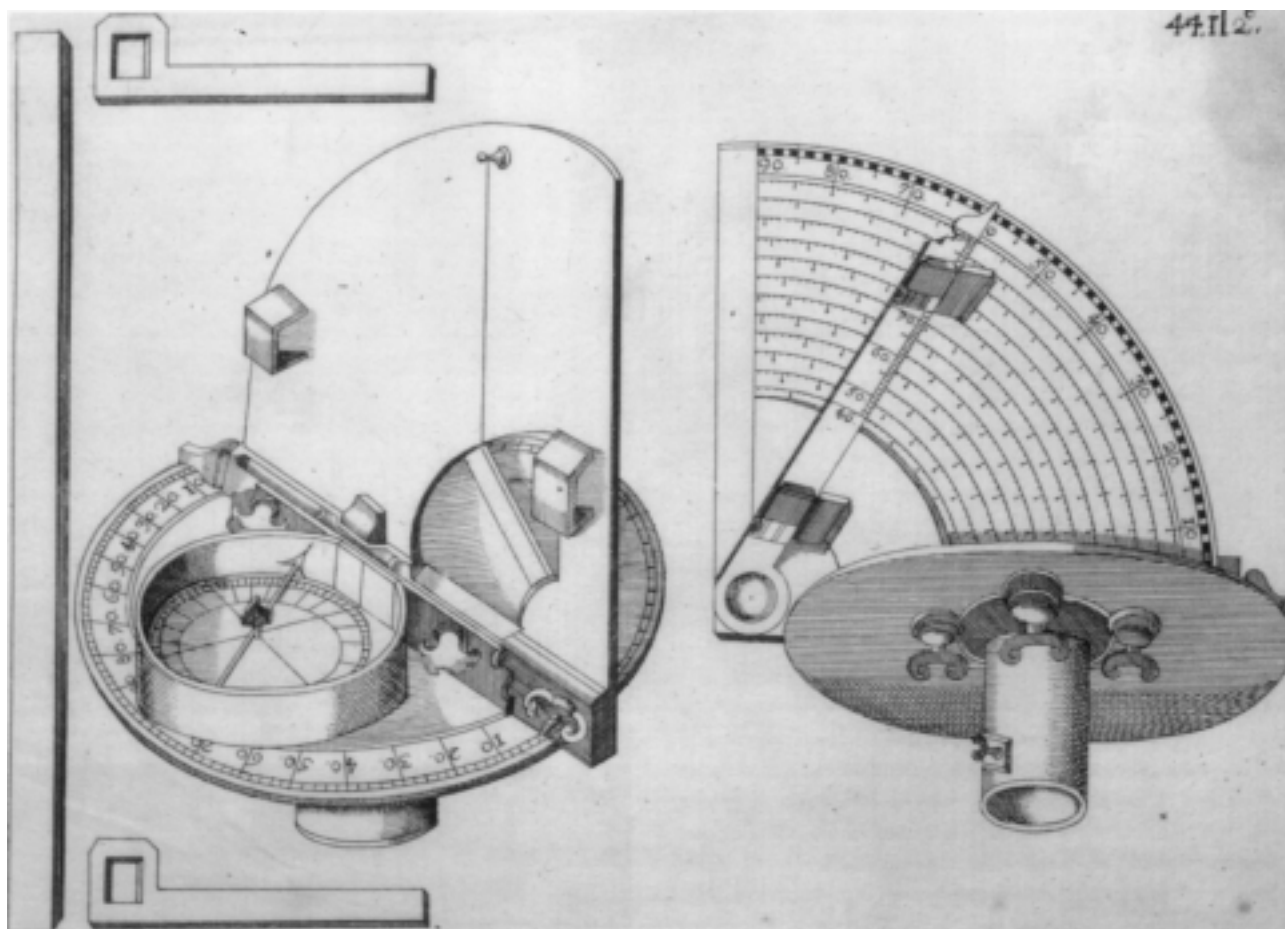


Fig. 13. Gravura apresentada por Robert Dudley em *Dell'Arcano del Mare*, editado em 1646-7, que reproduz o quadrante de Kynuyn antes de ter perdido a mediclina e a bússola. Biblioteca da Ajuda, Lisboa.

e uma colecção de mapas do mundo, isto para referir apenas o que há de mais importante nesta obra de excepção. Na parte V, consagrada à navegação e instrumentos náuticos, aparece uma gravura de excepcional interesse (Fig 13), porque reproduz o instrumento de Kynuyn, que, como dissemos atrás, está incompleto.

Este quadrante, juntamente com outros instrumentos de Dudley, após a sua morte, torna-se propriedade gradual, para, a seguir, iniciar uma viagem à volta de Florença. De facto, em 1654, a colecção passa para a Galleria degli Uffizi, onde permanece até que, entre 1769 e 1775, é integrado no Museu de Física e História Natural. Em 1930, após a criação do Instituto e Museu de História da Ciência, aqui fica depositado definitivamente. É curioso notar que, neste museu, e proveniente do espólio de Dudley,

existe um astrolábio náutico do fabricante português Francisco de Goes Rapozo, que exhibe a data de 1608.

Terminada a nossa pesquisa florentina, decidimos voltar ao mistério nova-iorquino. Através da IBM de Lisboa conseguimos uma fotografia polaróide da réplica que vimos na exposição do Hayden Planetarium e que passou a decorar o gabinete do presidente da IBM, Nova Iorque.

A fotografia, apesar da sua deficiente definição, permite constatar que a pretensa réplica era afinal cópia fiel de um dos quadrantes usados por Tycho Brahe, e incluídos na sua obra *Astronomiae Instauratae Mechanica*, aos quais já atrás nos referimos. Nestas condições, estaríamos perante um das três seguintes situações:

1. A réplica é cópia do original de Tycho Brahe. Apesar de todas as informações que dispomos afirmarem que os

instrumentos deste astrónomo desapareceram, não podemos abandonar esta pista;

2. A réplica é cópia de uma réplica dum quadrante daquele célebre astrónomo. Neste caso, seria de grande interesse saber onde ela se encontra;

3. A réplica foi copiada do desenho inserido na referida obra de Brahe.

Quando procurávamos novos meios para tentar esclarecer este assunto, pois já tínhamos perdido a esperança de resposta às cartas dirigidas à IBM, recebemos uma missiva desta conceituada firma, proveniente do "Office of IBM Director of Brand Management, Corporate Communications", que transcrevemos integralmente:

*"November 15, 1994*

*Dear Mr dos Reis*

*I am responding to your letter to IBM concerning the Galileo Proportional Compass.*

*The Compass is no longer on public exhibition, or available for inspection.*

*I regret that we cannot be more helpful in your studies.*

*Sincerely,*

*Charles E. Pankenier"*

Com esta resposta fechou-se, desagradavelmente, a porta da IBM que, está bem claro, não pretende fazer qualquer esforço para esclarecimento da verdade. Tudo nos leva a crer que esta postura, se destina, simplesmente, a esconder o erro cometido, que aliás julgamos não ser da responsabilidade da IBM. De facto, o que parece habitual é as firmas contratarem empresas para a prestação de serviços especiais, como admitimos ser, para a IBM, a organização e montagem de exposições.

Todavia, ainda que pareça incrível e sem qualquer espécie de humor, estamos muito gratos à IBM e ao autor da falsa legenda que, sem suspeitar, nos conduziram ao museu de Florença, no qual Mara Miniati, a quem estamos imensamente reconhecidos, nos identificou o único nónio

vivo de Pedro Nunes.

O nónio, tal como foi concebido por Pedro Nunes era de difícil concretização. Alguns contemporâneos do matemático português esforçaram-se por melhorar o conceito original. Um deles foi o padre jesuíta Cristóvão Clavius, de nome original Schlüssel (1537-1612), nascido em Bamberg, na Baviera, e que ficou com um lugar na História da Ciência, por ter sido o principal responsável pela reforma do calendário, missão que lhe foi confiada pelo papa Gregório XIII. Um outro, de nome Jacob Curtius (J. Kurtz ou Curz), também de nacionalidade alemã, foi chanceler do imperador Rudolfo II e que, como ele, se dedicou ao estudo da astronomia e matemática. Não é possível, dadas as dimensões do presente escrito, ocuparmo-nos da contribuição destes dois cientistas. Um leitor mais interessado poderá consultar *O único exemplar vivo do nónio de Pedro Nunes?*, onde desenvolvemos este assunto.

Foi, no entanto, Pierre Vernier que acabou por encontrar uma solução prática. Pierre Vernier (1584-1638) nasceu em Ornans, perto de Besançon, no leste da França, e recebeu de seu pai o gosto pelas matemáticas, que também o iniciou nas ciências exactas e suas aplicações práticas, especialmente no que respeita aos instrumentos usados na cartografia. Leu as obras de Tycho Brahe e de Clavius. Foi capitão do castelo de Besançon, que comandou até falecer, tendo sido feito cidadão honorário desta cidade, como prova de reconhecimento por ter organizado a defesa militar, quando a região se encontrava ameaçada pelas incursões das hostes do alemão Ernest de Mansfeld.

Tendo-se dedicado, com o seu pai, à cartografia, deu conta da imperfeição dos instrumentos empregados sobre o terreno e, procurando aplicar os métodos preconizados pelo Padre Clavius, para medir os ângulos por meio do compasso e de uma escala especial, foi levado à concepção do *sector móvel*, descoberta que apresentou na obra *La construction l'usage et les propriétés du quadrant nouveau de mathématiques*, publicada em Bruxelas, no ano de 1631. Este nónio, também designado *vernier*, em alguns países, é pois um cursor graduado coincidente com a escala do

instrumento, e que por ela desliza, concebido de modo a que  $n$  divisões da escala correspondem a  $n-1$  ou  $n+1$  divisões do cursor, tendo os primeiros a designação de nónios

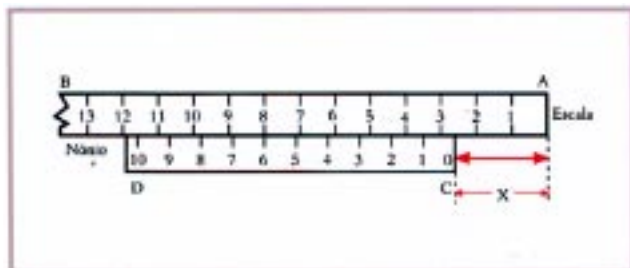


Fig. 14. Esquema destinado a mostrar o funcionamento do nónio de Vernier. Usamos um nónio rectilíneo directo onde cada divisão do nónio CD corresponde a  $9/10$  de cada uma das divisões da escala AB.

retrógrados e os segundos nónios directos. Como exemplo, escolhemos um nónio da segunda espécie (escolhemos para o efeito uma escala rectilínea), onde é fácil de ver que cada divisão do nónio CD corresponde a  $9/10$  de cada uma das divisões da escala AB (Fig 14).

Se quisermos medir o comprimento  $X$ , vamos procurar a graduação do nónio que coincide ou fica mais próxima de uma divisão da escala AB. No caso da gravura é a sexta divisão e, assim, a medida de  $X$  é exactamente 2.6. De facto, as 8 divisões da escala AB correspondem à soma do comprimento  $X$  com as seis divisões do nónio que, como vimos, valem  $9/10$  daquelas. Portanto  $8=6 \times 9/10 + X$ , onde  $X=2.6$ .

O nónio de Vernier foi, sem dúvida, uma solução genial, pois era de fácil fabrico e fornecia de imediato o valor da fracção da menor divisão da escala.

Pierre Vernier acaba os seus dias na cidade onde nasceu, com 57 anos de idade, sem que a sua invenção tivesse alcançado a divulgação que merecia, tendo, mesmo, passado despercebida durante longo tempo. A não existência de Academias e sociedades científicas que, a partir do século seguinte, desempenharam um papel preponderante na divulgação da Ciência foi, talvez, a principal razão do esquecimento.

A verdadeira consagração de Vernier começou, talvez, quando, em 1725, o rei Jorge I, de Inglaterra, mandou construir

ao seu relojoeiro George Graham, um quadrante mural para o Observatório de Greenwich. Robert Smith exprime-se assim: "Para poupar o trabalho da subdivisão do quadrante em partes mais pequenas, o telescópio dispõe de uma pequena peça em cobre que desliza sobre o limbo, e que se chama nónio do nome daquele que foi o seu inventor".

Este tipo de nónio teve grande expansão a partir da segunda metade do século XVIII, não só nos octantes e noutros instrumentos náuticos da mesma família de dupla reflexão como em muitos outros instrumentos de medida. Todavia, esta invenção de Vernier acabou por ser destronada, já neste século, quando começaram a ser fabricados os chamados sextantes de *leitura rápida*, nos quais as fracções do grau são lidas num tambor, graduado de zero a 60 minutos. Com estes sextantes a altura do astro é conseguida com a maior das simplicidades no momento da colimação (Fig 15).

Acabamos de expor os métodos imaginados por Pedro Nunes e por Pierre Vernier, mas ficaram por esclarecer dois



Fig. 15. Sistema de leitura rápida, incluído em sextante fabricado por Salmoiraghi, 1938. Sistema usado nos sextantes desde há pelo menos meio século e que permite a leitura de ângulos com a aproximação ao minuto de arco. Museu de Marinha, Lisboa.

aspectos, que se mantém controversos:

1. A quem se deve atribuir a verdadeira invenção do nónio, ao qual Vernier deu a forma prática?
2. Qual a designação que deve ser utilizada: nónio ou vernier?

Esta discussão foi iniciada provavelmente por Lalande, quando em 1771 publicou a sua *Astronomia*. onde afirma

que “*La division qui est aujourd’hui la plus employée dans plusieurs auteurs division de Nonnius, quoique Nonnius n’en soit pas tout-à-fait l’auteur; mais il en avait imaginé une autre qui eut beaucoup de célébrité, & qui pouvait conduire à celle que nous avons aujourd’hui. Voyez son traité De Crepusculis, imprimé en 1542. Le véritable auteur de la nôtre dans son état actuel fut Pierre Vernier,...*”, e, assim, “*je crois donc qu’il est juste de rétablir le véritable auteur dans ses droites, & d’appeller Vernier, au lieu de nonnius, la pièce que forme la division dont’il s’agit*”.

A primeira reacção a esta afirmação devêmo-la a João Jacinto de Magalhães, já atrás citado, que numa das suas obras, publicada em 1775, afirma:

“1. *Je conserve l’ancien nom de Nonius à cette pièce, que Messieurs les Petits-Maitres de la Littérature instrumentale commencerent à appeller Vernier depuis peu d’années, avec un succès pareil à celui des coeuvres de femme qui, malgré tout le ridicule d’une nouveauté inutile & gênante ne manque pas d’être imitées dans la suite par quelques femmes de bon sens, de peur d’être marquées au coin du mauvais goût.*

2. *C’est avec une vraie joie que je recommande à ces Messieurs un autre nom bien plus joli pour la même piece, savoir celui de Clavius. La prononciation est agréable, qu’il ne manquera pas de faire fortune parmi tous les Astronomes & Instrumentistes du bon ton.*

3. *Mon garant pour cette nouveauté, est le Père Pezenas, dans le chapitre , page 83 de son Astronomie des Marins, imprimé à Avignon en 1766, in-8º où il observe que son confrère le Père Clavius avoit déjà parlé de cette division du Nonius, vingt ans avant Pierre Vernier. Il est remarquable que le même Auteur conserve, après cette anecdote, le même nom de Nonius. C’est apparemment qu’il n’a pas plus de bon goût que moi. J’en suis bien fâché pour tous les deux.”*

Muitas tem sido as opiniões acerca deste apaixonante assunto, e é perfeitamente natural que sejam tomadas posições diferentes. De facto, os autores portugueses escolhem o nome de nónio, enquanto os de expressão

francesa preferem o de vernier, o que nem sempre é seguido por todos, pois temos o testemunho de Delambre que, citando Bailly, afirma em 1818 que “*le vernier n’est qu’un instrument perfectionné, et que le nom de Nonius y reste avec les traces de son génie*”. Quanto a nós, se nos é permitido dar uma opinião, optamos pela designação de nónio, porque julgamos que a solução de Vernier não é mais do que uma fase na evolução de um processo que se iniciou com Pedro Nunes, foi aperfeiçoado por Curtius e Clavius, que esteve à beira do sucesso, acabando por ser ultrapassado, quando os sextantes, e outros instrumentos de medida, começaram a usar o já citado sistema de leitura rápida.

## Bibliografia

Bird, John, *Method of dividing astronomical instruments*, Londres, 1767.

Brahe, Tycho, *Astronomiae Instauratae Mechanica*, 2ª ed., Wandesburgo, 1602.

Brahe, Tycho, *Dani Mundi Aetherei Recentioribus Phenomenis Liber secundis*, Praga, 1610.

Carvalho, Joaquim de, *Defensão e Tratado de Rumação do Globo para a Arte de Navegar*, in *Obra Completa*, Lisboa, 1987, vol. V, pp. 341-370.

Carvalho, Joaquim de, *Pedro Nunes, Obras*, vol. II, *De Crepusculis*, Academia das Ciências de Lisboa, 1943, pp. 395-8.

Carvalho, Joaquim de, *Sobre a origem do nónio*, in *Obra Completa*, Lisboa, 1987, vol V, pp. 329-339.

Carvalho, Rómulo de, *Posição Histórica da Invenção do Nónio de Pedro Nunes*, in revista *Palestra*, nº 9, 1961.

Chapman, Allan, *Dividing the Circle, the development of critical measurement in astronomy 1500-1850*, Chicester, 1994.

Clavius, Cristóvão, *Geometria Practica*, Roma, 1604.

Clavius, Cristóvão, *Opera Mathematica*, Mogúncia, 1611-2.

Daumas, Maurice, *Scientifique instruments of the seventeenth and eighteenth centuries and their makers*, Londres, 1989 ( tradução daedição francesa de 1953).

Delambre, Jean-Baptiste Joseph, *Histoire de l’Astronomie du Moyen-Age*, Paris, 1818.

Digges, Thomas, *A perfil description of celestial orbes*,

Londres, 1576.

Dudley, Robert, *Dell'Arcano del Mare*, Florença, 1646-7.

Goldstein, Bernard R., *Levi Ben Gerson: on instrumental errors and the transversal scale*, in *Journal for the History of Astronomy*, 1977 Guimarães, Rodolfo de, *Investigações Históricas sobre as Obras de Pedro Nunes, Nónio*, in Instituto, Coimbra, 1901, pp. 396-401.

Guimarães, Rodolfo de, *O Livro de Vernier*, in *Boletim da Biblioteca da Universidade de Coimbra*, Coimbra, 1917, vol. 4.

Guimarães, Rodolfo de, *Sur la vie et l'oeuvre de Pedro Nunes*, Coimbra, 1915.

Lalande, Le François de, *Astronomie*, Paris, 1771.

Lavanha, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar*, 1588, ms 2317, Universidade de Salamanca.

Magalhães, João Jacinto de, *Description des octants et sextants anglois ou quarts de cercle de reflection*, Paris, 1775.

Michel, Henry, *Le "Vernier" et son inventeur L'Ingenieur Pierre Vernier d'Ornans*, in *Memoires de la Société d'Emulation du Doubs*, huitième série, septième volume, Besançon, 1913, pp. 320.

Mota, A. Teixeira da, *Os Regimentos do Cosmógrafo-mor de 1559 e 1592 e as origens do ensino náutico em Portugal*, Lisboa, 1969.

*Museo di Storia della Scienza-Firenze, Catalogo a cura di Mara Miniati*, Florença, 1991.

Nunes, Pedro, *De Crepusculis*, Lisboa, 1542.

Nunes, Pedro, *De Arte atque ratione navigandi libri duo*, Basileia, 1566.

Oliveira, Simão de, *Arte de navegar*, Lisboa, 1606.

Pearson, William, *Graduation of Astronomical Instruments*, in *Cyclopaedia or Universal Dictionary of Arts, Sciences and Literature*, by Abraham Rees, Londres, 1819.

Ramsden, Jesse, *Description of an engine for dividing mathematical instruments*, Londres, 1787.

Reis, A. Balcão Reis, *Introdução à obra de Pedro Nunes (1502-11 Agosto 1578)*, in *Anais do Clube Militar Naval*, número especial, 1960, pp. 90-93.

Reis, A. Estácio dos, *O único exemplar vivo do nócio de Pedro Nunes?*, Lisboa, Academia de Marinha, 1995.

Roslund, Curt, *Tycho Brahe Innovations in Instrument Design*, in *Bulletin of Scientific Instrument Society*, nº 22, 1989.

Smith, Robert, *A complet system of Optics*, Londres, 1738.

Stockler, Francisco de Borja Garção, *Ensaio histórico*

*sobre a origem e progressos das mathematicas em Portugal*, Paris, 1818.

Taylor, E.G.R., *The Mathematical practioners of Tudor and Stuart*, Cambridge, 1954.

Teixeira, Francisco Gomes, *História das matemáticas em Portugal*, Lisboa, 1934.

*Tycho Brahe's description of his instruments and scientific work*, translated and edited by Hans Raeder, Elis Stromgren and Bengt Stromgren, Kobenhaven, 1946.

Vernier, Pierre, *La construction, l'usage et les propriétés du quadrant nouveau de mathematiques*, Bruxelles, 1631.

Waters, David, *The Art of Navigation in Elizabethan and Early Stuart Times*, Londres, 1958.

Waymouth, George, *The Jewell of Artes*, Add.Ms 19889, Londres, 1604.

Widemann, Jean, *Recherche sur les instruments et les méthodes de mesure au Portugal du XVI ème siècle*, Université de la Sorbonne-Nouvelle Paris III, U.F.R. d'Études Iberiques et Latino-Americaines, 1995.

#### FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Departamento de Matemática Pura

#### MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

*Candidaturas* - 1 de Julho a 30 de Agosto de 2002  
*Seriação dos candidatos* - 2 a 6 de Setembro de 2002  
*Matriculas* - 9 a 14 de Setembro de 2002  
*Início da aulas* - 16 de Setembro de 2002  
*Horário* - Segundas-feiras e manhãs de sábado

#### MESTRADO EM MATEMÁTICA - FUNDAMENTOS E APLICAÇÕES

*Candidaturas* - 22 de Julho a 27 de Agosto de 2002  
*Seriação dos candidatos* - 2 e 3 de Setembro de 2002  
*Matriculas* - 4 a 6 de Setembro de 2002  
*Início da aulas* - 9 de Setembro de 2002  
*Horário* - Sextas-feiras

#### Informações:

Departamento de Matemática Pura	Gabinete de Apoio ao Aluno
Rua do Campo Alegre, 687	Faculdade de Ciências
4169-007 Porto	Praça Gomes Teixeira
Tel. 220 100 707	4099-002 Porto
<a href="http://www.fc.up.pt/mp">http://www.fc.up.pt/mp</a>	Tel. 223 401 413