porque, como vimos, $L1$ é consequência de $\{G1, G2\}$ (2).

A definição de grupo abeliano, em termos da operação $/$, assume uma forma especialmente simples.

Assim, o *grupoide* $<G \odot>$ *é um grupo abeliano se, no grupoide* $<G, />$, *têm lugar os dois axiomas seguintes:*

$G'1$: $a/(a/b) = b$, *quaisquer que sejam* $a, b \in G$;

$G'2$: $(a/c)/(b/c) = a/b$, *quaisquer que sejam* $a, b, c \in G$.

---

(2) Os axiomas $G1$ e $G2$ são independentes. Assim, o grupoide $<H, \cdot>$ do § 2 verifica $G2$ e não verifica $G1$, enquanto que o grupoide $<L, \cdot>$, onde $L = \{a, b, c\}$ e a operação $\cdot$ é definida pela tabela

	a	b	c
a	a	c	b
b	c	b	a
c	b	a	c

verifica $G1$ e não verifica $G2$.

Que $<G, \odot>$ é um grupo, é consequência imediata do teorema 3, visto que a equação $a/x = b$ tem pelo menos uma solução, a saber, $x = a/b$.

Em particular, tem-se

$$a/a = b/b.$$

Então tem-se

$$\begin{aligned} a \odot b &= a/((b/b)/b), \\ &\quad \text{por definição da operação } \odot, \\ &= (b/(b/a))/((b/b)/b), \text{ por } G'1, \\ &= (b/(b/a))/(((b/b)/a)/(b/a)), \text{ por } G'2, \\ &= b/((b/b)/a), \text{ por } G'2, \\ &= b/((a/a)/a), \text{ porque } a/a = b/b, \\ &= b \odot a, \text{ por definição da operação } \odot, \end{aligned}$$

como pretendíamos mostrar.

BIBLIOGRAFIA

[1] JAYME MACHADO CARDOSO, *Quase grupos subtractivos,* Gazeta de Matemática, **90-91** (1963), pp. 7-10.

[2] MARSHALL HALL, JR., *The Theory of Groups,* New York, 1959.

Definição de quasigrupo subtractivo por um único axioma

por **José Morgado**

Num artigo anterior (ver [1]), formulámos vários sistemas de dois axiomas independentes para quasigrupos subtractivos. Por exemplo, vimos que um grupoide $<G, \cdot>$ é um quasigrupo subtractivo, se e só se são válidas as seguintes condições:

$E1$. $b \cdot ba = a$, *quaisquer que sejam* $a, b \in G$;

$E2$. $ac \cdot bc = ab$, *quaisquer que sejam* $a, b, c \in G$.

Em [2], mostra-se que um sistema $<G, \cdot, '>$, constituido por um conjunto não vazio G, uma operação binária $\cdot$ e uma operação unária $'$, definidas em G, é um grupo, se e só se tem lugar a seguinte condição:

$$ab \cdot c = ad \cdot e \text{ implica } b = d \cdot ec'.$$

Este resultado sugeriu-nos o teorema seguinte, por meio do qual se pode definir quasigrupo subtractivo, utilizando sòmente um axioma.