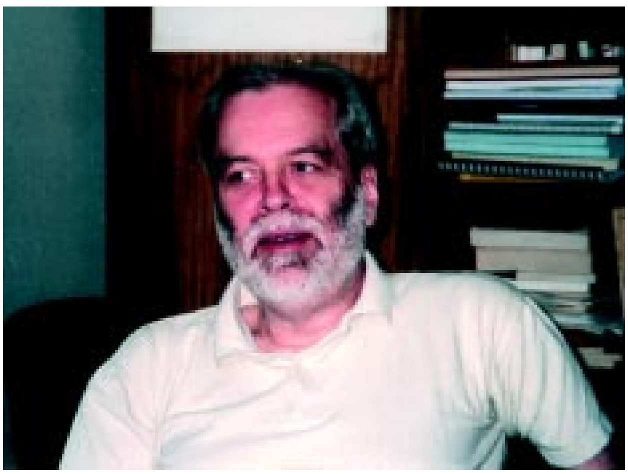
# Conversa com Gudlaugur Thorbergsson

## Entrevista por F. J. Craveiro de Carvalho
Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Gudlaugur Thorbergsson nasceu em Melgraseyri, Islândia, tendo-se licenciado pela Universidade da Islândia. Os seus estudos de pós-graduação foram feitos na Universidade de Bonn, tendo a sua dissertação de doutoramento sido orientada por Wilhelm Klingenberg. Trabalhou em Bonn, no IMPA - R. J. e na University of Notre Dame - U. S. A..Ensina actualmente na Universidade de Colónia.

Uma parte importante do trabalho de investigação do Professor Thorbergsson é na área da Geometria das Subvariedades. Um artigo seu, uma síntese sobre hipersuperfícies isoparamétricas e generalizações, apareceu recentemente no *Handbook of Differential Geometry, Vol. I*, publicado pela North-Holland.

Gudlaugur Thorbergsson esteve em Coimbra, em Setembro de 2001, para leccionar sobre a geometria das subvariedades dos espaços euclidianos[*] e esta entrevista foi concluída nessa altura.



**F. J. Craveiro de Carvalho**- *Suponho que não erro se disser que esta não é a sua primeira visita a Portugal...*

**Gudlaugur Thorbergsson**- Tenho sempre a sensação de ter estado frequentemente em Portugal mas, na verdade, esta é a minha terceira visita e houve um espaço de catorze anos entre esta e a última.

A primeira vez que vim a Portugal foi em 1982 ou talvez em 1981. Tinha começado a estudar português e o objectivo da minha visita era estudar intensivamente a língua durante algumas semanas numa escola de línguas no Porto. O curso foi muito útil e fiz viagens curtas aos fins de semana, uma delas trouxe-me a Coimbra.

A segunda vez que visitei Portugal foi em 1987. Vivia então no Brasil e uma vez, num voo de volta ao Rio, aproveitei a oportunidade para parar em Lisboa, onde passei alguns dias muito agradáveis.

A razão de ter esta sensação de conhecer o país é, claro, Portugal estar muito presente no Brasil. Mas, pensando melhor, noto que o meu conhecimento de Portugal não vai longe. Por exemplo, tenho um conhecimento muito superficial da geografia do país.

**FJCC-** *Nasceu na Islândia e está agora em Colónia, na Alemanha. Tem sido uma viagem longa com paragens em Bonn, IMPA e na Universidade de Notre Dame.*

[*] um curso publicado como o nº 31 da colecção *Textos de Matemática* do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.

*Quer falar sobre isso? Em particular, quando e como compreendeu que se queria tornar um matemático?*

**GT**- Decidi estudar matemática ao preparar-me para os exames finais da escola secundária. Não tinha trabalhado muito nos últimos anos na escola de modo que tinha muito a fazer para me preparar. Notei que a matemática era mais fácil que os outros assuntos e, assim, decidi aprendê-la na universidade. Não sabia então, claro, o que significava ser um matemático, trabalhar na universidade, mas acho que já então queria ser uma espécie de professor, ou um intelectual pelo menos, mas não me lembro muito bem.

Comecei na Universidade da Islândia no Outono de 1970, tendo a matemática por assunto principal e a física por assunto secundário, e acabei na Primavera de 1973. Nesse tempo, na Islândia, não havia cursos em matemática que fossem além da licenciatura. Decidi continuar em França ou na Alemanha. Não queria, nessa altura, ir para os Estados Unidos – eram tempos de grande anti-americanismo - e, realmente, não considerei a Grã-Bretanha. Obtive uma bolsa para ir para Bonn o que tornou tudo muito fácil.

Comecei em Bonn no Outono de 1973 e tudo decorreu de forma calma. Klingenberg deu um curso sobre geometria diferencial elementar durante o meu primeiro semestre. Frequentei esse curso e fiquei com Klingenberg que orientou a minha dissertação de mestrado (1975) e também a minha dissertação de doutoramento (1977). Ofereceu-me depois um lugar como assistente que mantive até 1985.

Klingenberg tinha ligações no Brasil, especialmente com Manfredo do Carmo que ele considerava ser seu estudante (embora este fosse, pelo menos formal e provavelmente mais do que formalmente, um estudante de Chern). Foi, de forma bastante indirecta, através destas ligações, e de um modo demasiadamente complicado para explicar aqui, que visitei o IMPA, no Rio de Janeiro, por três meses, em 1980. Fiquei fascinado. Desde os meus tempos de escola que tinha curiosidade sobre a América Latina e sobre o Brasil em particular. Na altura por razões políticas mas também porque, na escola e na universidade, tinha visto filmes de Glauber Rocha, de quem hoje ninguém se lembra, e os tinha achado excelentes. Durante essa visita ao IMPA reparei que não saber português era um contra. Decidi portanto começar a aprender português e visitar o Brasil por um período maior se possível. Passei o ano de 1983/84 no IMPA e foi-me sugerido que concorresse a um lugar permanente. Fiz isso pois o meu lugar de assistente em Bonn era apenas temporário, não via hipótese de obter um lugar permanente na Alemanha, e de qualquer modo estava mais interessado em tentar a minha sorte no Brasil. Obtive o lugar e fui para o Brasil em Outubro de 1985. Apesar de um salário muito baixo gostei muito de lá viver mas, após dois anos, achei que a situação económica era muito má e que um professor do IMPA podia acabar na miséria se as coisas continuassem do modo que estavam. O IMPA era uma instituição excelente para trabalhar, em especial por causa da biblioteca, mas nunca estive muito próximo da matemática feita no Brasil. Não foi, contudo, por essa razão que decidi mudar mas pela situação económica.

Concorri a lugares nos Estados Unidos e tive uma oferta da Universidade de Notre Dame em Indiana que aceitei. Não estava muito interessado em ir para os Estados Unidos e estava muito triste ao deixar o Brasil. Aconteceu, porém, que gostei dos Estados Unidos e a mudança foi muito boa para a minha matemática. Comecei a trabalhar muito mais arduamente, apesar de ter uma carga horária de aulas mais pesada, e foi logo no meu primeiro ano que iniciei o artigo que é hoje o meu trabalho mais conhecido. Como disse, gostei muito dos Estados Unidos mas achei a cidade onde vivia (South Bend, Indiana) muito morta e essa foi uma das razões pelas quais decidi concorrer a um lugar em Colónia, Alemanha. Outra razão foi a dificuldade em encontrar bons estudantes com quem trabalhar, a nível de doutoramento. Tive sorte e tive bons estudantes mas sabia que era improvável que continuasse a ser dessa forma. Tinha razão ao supor que, em ambos os aspectos, estaria muito melhor em Colónia.

É uma história longa e talvez a parte interessante seja que não foi tanto por causa dos meus interesses na investigação matemática que me desloquei de um continente para outro ou no mesmo continente.

**FJCC-** *Se não for demasiado técnico pode dar-nos uma ideia do trabalho a que acabou de se referir como* "o meu trabalho mais conhecido"*?*

**GT**- Notei que havia uma relação entre duas teorias que, à primeira vista, não parecem estar relacionadas. Uma é a teoria das subvariedades e a outra a geometria axiomática ou, mais precisamente, a geometria combinatória. Comecemos com a segunda. Pode definir-se um espaço projectivo de dimensão $n$ de forma axiomática (ou combinatória) e também como o espaço das rectas vectoriais num espaço vectorial de dimensão $n+1$. Se $n > 2$ a equivalência das duas definições é um resultado clássico. Se $n = 2$ as definições não são equivalentes e a definição combinatória leva a terem-se mais exemplos. Uma consequência é a homogeneidade das geometrias projectivas se a dimensão é 3, pelo menos, mas não na dimensão 2. Tudo isto foi objecto de generalização por Tits com o conceito de "edifício" (ou "edifício" de Tits[1] ).

Estava, e ainda estou, interessado em subvariedades isoparamétricas. Seria complicado defini-las aqui, mas podem ser vistas como sendo as subvariedades mais simples já que os seus invariantes locais, como as curvaturas principais, são constantes. Reparei que se pode associar um "edifício" (no sentido combinatório) a uma subvariedade isoparamétrica. A dimensão do "edifício" é a codimensão da subvariedade. Se esta for 3, pelo menos, então o "edifício" é homogéneo o que, por sua vez, pode ser usado para demonstrar que a subvariedade isoparamétrica é homogénea. O meu teorema era este e, na altura, foi surpreendente pois havia subvariedades isoparamétricas, não homogéneas, com codimensão 2.

Há, hoje em dia, três novas demonstrações, todas mais simples e, portanto, preferíveis, mas que, conceptualmente, não explicam tão bem como a minha a diferença entre a codimensão 2 e as codimensões mais elevadas.

A propósito, enquanto estudante em Bonn tive a sorte de frequentar um curso anual de Topologia Algébrica dado por Tits. Foi o seu último curso em Bonn antes de ir para o Collège de France, em Paris.

**FJCC-** *Houve ou há alguns matemáticos que tenham sido para si uma fonte de inspiração como você agora é para outros?*

No começo da minha carreira Klingenberg teve, claro, uma influência muito forte e, provavelmente, alguma dessa influência ainda resta, mas não muito forte. Comecei a estudar grupos de Lie muito tarde porque Klingenberg tinha grandes polémicas contra eles. Hoje em dia são uma parte muito central no meu trabalho. Muito do que tenho feito, nos últimos dez, quinze anos, está relacionado com trabalhos antigos de Bott dos anos 50. Penso contudo que Bott não foi realmente uma fonte de inspiração para mim embora sempre tivesse gostado das suas inúmeras conferências em Bonn.

Talvez a coisa mais importante no meu desenvolvimento como matemático tenha sido passar os meus anos formativos em Bonn onde havia, e há ainda, um grupo largo e activo de matemáticos excelentes e onde iam muitos dos melhores matemáticos mundiais como visitantes e conferencistas.

**FJCC-** *Klingenberg era um grande matemático...*

**GT**- Wilhelm Klingenberg era, na altura e de longe, o geómetra diferencial mais influente na Alemanha. Pode dizer-se que foi ele o modernizador da área no país e a maioria dos geómetras diferenciais nas universidades é formada por estudantes seus ou estudantes de estudantes seus.

---

[1] *Edifício* surge aqui como tradução de *building*. Esta terminologia é divertida. Existiam a noção clássica de *câmara de Weyl* e, posterior, a noção de *alcova*. Ao apresentar a sua teoria, Tits continuou com este tipo de terminologia e introduziu *apartamentos* e *edifícios*, onde aqueles objectos existem.

Começou a estudar matemática logo a seguir à guerra, numa altura em que as universidades alemãs eram ainda muito provincianas como consequência da emigração nos anos 30. Depois de trabalhar em geometria diferencial bastante clássica, e até nos fundamentos da geometria, mudou para a geometria riemanniana no fim dos anos 50. Fez, então, o seu melhor trabalho que culminou com contribuições para o chamado *teorema da esfera*[2].

Klingenberg trabalhava na existência de geodésicas fechadas quando fui estudante dele. Trata-se de uma área para a qual contribuíram muitos bons matemáticos mas que, infelizmente, está também cheia de erros. Muitos especialistas não levavam, e nem levam ainda, muito a sério o seu trabalho nesta área.

Depois de se reformar Klingenberg escreveu dois livros sobre as suas viagens ao Tibete. Possui ainda uma colecção de arte chinesa muito considerada.

**FJCC-** *Tem talvez um teorema, um livro de matemática favorito cuja preferência queira partilhar connosco...*
**GT**- Há tantos teoremas bonitos que é difícil escolher um.

Enquanto estudante gostei sempre dos livros de Milnor, particularmente do livro sobre Teoria de Morse, mas também do livro sobre topologia do ponto de vista diferencial. Mais tarde li *Variationsrechnung im Grossen* de Seifert e Threlfall e tornou-se um dos meus favoritos. Com este livro aprendi um método que tem sido muito importante para a minha investigação.

**FJCC-** *Que método foi esse?*
**GT**- Eles calculam a homologia dos espaços dos caminhos das esferas. Constroem ciclos concretos nos espaços dos caminhos e, com a ajuda da Teoria de Morse, mostram que eles constituem um sistema de geradores dos seus grupos de homologia.

No meu primeiro artigo sobre subvariedades, aparecido em 1983, eu construí ciclos análogos em hipersuperfícies de Dupin. Soube, mais tarde, que existe uma construção semelhante num artigo de Bott e Samelson, só que eles estão a trabalhar com órbitas enquanto eu não. Sabendo isto, interessei-me por grupos de Lie, subvariedades homogéneas e a questão de quão longe ou quão perto certas classes de subvariedades, como as subvariedades de Dupin ou as isoparamétricas, estão de ser homogéneas.

Voltando ao livro, Seifert e Threlfall começam o livro com a citação da introdução da *Astronomia Nova* de Kepler. Diz, mais ou menos, que é muito difícil, hoje, escrever matemática. Vou citar de memória, uma razão é que se não é preciso então o que se escreve não é matemática, se se dão muitos detalhes então ninguém perceberá o que se está a escrever.

É interessante como mudaram pouco, ao longo dos séculos, os problemas da escrita de um bom texto matemático.

Se pensar nos últimos vinte anos não me lembro de um livro de matemática que tenha realmente lido do princípio ao fim. Li capítulos e algumas páginas aqui e ali, mas raramente o suficiente para poder dizer que o livro é uma pérola.

***FJCC-*** *Não há muito tempo soube por si que essa citação tinha um duplo significado e que causou alguma reacção...*
**GT**- A parte da citação que eu sei de cor é o começo *Durissima est hodie condicio scribendi libros mathematicos*. O livro foi publicado em 1938 de modo que, para os autores, *hodie* (hoje) referia-se aos tempos negros do terror Nazi. Blaschke pediu-lhes, antes do livro estar impresso, para retirarem a citação pois era, naturalmente, provocatória. Eles não o fizeram e Blaschke escreveu uma carta furiosa a

[2] *Uma variedade riemanniana, compacta e simplesmente conexa, para a qual a razão entre o mínimo e o máximo da curvatura seccional é menor que 1/4 é homeomorfa a uma esfera*. Ver, por exemplo, *Geometria Riemanniana,* Manfredo Perdigão do Carmo, IMPA, 1979. Outros nomes ligados a este teorema são o do americano Harry E. Rauch e o do francês Marcel Berger.

[3] Há, em *History of Topology*, editor I. M. James, North-Holland, 1999, um artigo biográfico sobre Herbert Seifert, da autoria de Dieter Puppe, que, por reflexo, fornece alguma informação sobre William Threlfall.

Seifert, em que se queixava de não terem seguido o seu conselho. Talvez não seja, no contexto, muito importante mas não creio que Threlfall fosse alemão. O seu nome era William e Threlfall é um apelido inglês. Donde era natural não sei. Não consegui descobrir muita coisa sobre ele[3].

Já que falámos em bons livros de matemática vale a pena mencionar que Wilhelm Blaschke escreveu um livro muito importante. O primeiro volume do seu *Vorlesungen über Differentialgeometrie*, publicado por volta de 1920, é, possivelmente, a primeira tentativa para escrever um livro de texto sobre geometria diferencial elementar do modo que hoje a entendemos. É muito claro que livros sobre o assunto, publicados nos dias de hoje, ainda devem imenso ao livro de Blaschke. Não diria que é um dos meus livros favoritos porque não gosto da sua falta de rigor. Os *Aufgaben und Lehrsätze* (exercícios e teoremas), no final de cada capítulo, são interessantes. São uma mistura de exercícios, no sentido habitual da palavra, teoremas com referências precisas à literatura, resultados não publicados e atribuídos a amigos e colegas e, ainda, outros enunciados sem quaisquer comentários. Destes últimos, alguns são problemas ainda em aberto enquanto outros estão incorrectos na forma apresentada (embora, em geral, haja alguma coisa verdadeira). Uma explicação é que Blaschke pretenderia ser ambíguo. Outra, como não era muito rigoroso, é que lhe bastariam respostas que a maioria de nós não aceitaria. Por exemplo, o *teorema da bola de ténis*[4] que Arnold publicou há alguns anos, é um caso especial de um desses enunciados.

Blaschke, originário da Áustria, foi, a grande distância, o geómetra diferencial mais influente, na Alemanha, na primeira metade do século XX.

[4] *Uma curva esférica, fechada e sem intersecções, dividindo a esfera em duas partes de área igual possui, pelo menos, 4 pontos de inflexão, isto é, 4 pontos onde a curvatura geodésica se anula.* Ver, por exemplo, *Topological Invariants of Plane Curves and Caustics*, V. I. Arnold, American Mathematical Society, 1994.

**FJCC-** *Uma das maneiras possíveis de motivar jovens para a matemática é através do exemplo.*

*Quer descrever-nos um dia típico do seu trabalho de investigação?*

***GT***-Não acho que eu seja um bom exemplo pois não sou, ou pelo menos penso que não sou, muito sistemático. Não me levanto tão cedo quanto devia e posso começar o dia com a leitura de um policial. Contudo, habitualmente, o meu dia de trabalho é muito longo. Há, claro, muita rotina, preparar aulas, ensinar, ir a reuniões. Um professor universitário faz a maior parte das coisas automática e relativamente bem. A única coisa que requer um esforço especial é ter algum tempo livre para a investigação. Tento ter, pelo menos, um dia por semana totalmente livre para a investigação nos períodos de aulas. Nesse dia só vou de tarde, e tarde, para a universidade de modo a não ser perturbado. Aos fins de semana é frequente trabalhar. Quem quer ser um matemático deve esperar ter de passar longas, longas horas a trabalhar. É certamente verdade que ninguém se torna um bom matemático apenas por se levantar cedo. Só por si levantar tarde também não é suficiente.

**FJCC-** *Uma parte importante do seu trabalho de investigação é em geometria das subvariedades, uma área onde o uso do computador parece poder ser importante.*

*Alguma vez usou o computador para testar ou formular uma conjectura? Conhece alguns exemplos no caso de outros matemáticos?*

**GT**- Nunca usei o computador para obter imagens mas tentei usar o *Maple* como ajuda na demonstração de teoremas. É muito interessante para a matemática teórica a possibilidade de fazer cálculos simbólicos muito complicados com tal *software* mas aquilo de que não gosto é a dificuldade em expor tais demonstrações num artigo.

Conheço alguns colegas que usam o computador para fazer cálculos, coisa provavelmente mais generalizada do que nos apercebemos pois, frequentemente, o seu uso não é reconhecido na publicação final. Claro que o uso mais espectacular é na produção de imagens de superfícies. Muitas delas são muito bonitas, mas não me entusiasmam muito já que são pouco atraentes para o meu modo de pensar em matemática. O mesmo se passa com os velhinhos modelos de gesso, mas esses têm, pelo menos, a atracção da nostalgia...

**FJCC-** *Voltemos ao ensino.*

*Que importância tem ele no quadro das suas actividades matemáticas? Dá grande importância à preparação das aulas?*

**GT**- Gosto muito de ensinar. Os estudantes de doutoramento são, claro, muito importantes para a minha investigação já que, frequentemente, aprendo nas discussões com eles como eles aprendem comigo. A minha investigação não seria muito melhor com menos aulas pois não sou capaz de fazer a mesma coisa constantemente. Muitas vezes gasto muito tempo com a preparação das minhas aulas, às vezes uma tarde inteira para uma única aula, mas depende muito da matéria, se é avançada e se já a ensinei antes.

**FJCC-** *A um nível mais pessoal, sei que a cultura portuguesa lhe é familiar e que está interessado nalguns dos seus aspectos. Por exemplo, lê António Lobo Antunes em português.*

*Como é que o conheceu? Que outras actividades ocupam, fora da matemática, o seu tempo?*

**GT**- Tento ler livros em português bastante regularmente porque não quero esquecer a língua e não tenho muitas oportunidades para a praticar. Estou agora a aprender italiano e acho muito difícil, sem prática, manter as duas línguas separadas.

A primeira vez que vi um livro de António Lobo Antunes foi no quiosque da estação de comboios de Colónia. Costumavam ter uma mesa onde expunham livros interessantes e eu dava uma olhadela àquilo que tinham. Hoje em dia a estação está remodelada e bonita e o quiosque tem muito mais espaço, contudo os livros são menos interessantes. Mais tarde li, nos jornais, sobre ele. Dois, pelo menos, dos seus livros foram apresentados no programa televisivo literário, de grande influência, *Das literarische Quartett*. É verdade que estou a tentar lê-lo em português e que gosto muito mas tenho de admitir também que acho o seu português muito difícil.

Pergunta-me sobre actividades que, fora da matemática, tomam o meu tempo. Passo imenso tempo a ler todo o tipo de livros, principalmente romances, nem sempre muito bons. Há muitas outras coisas de que gosto, ouvir música, ir ao teatro etc., mas nenhuma delas toma muito tempo. Estou cada vez mais preguiçoso para sair de casa para actividades culturais, embora quando o faço isso me possa dar grande prazer.