$$\sum_0^{\infty} f_k = \int_0^{\infty} f(x)\,dx + \frac{1}{2} f_0 - \frac{1}{12} f_0' + $$
$$+ \frac{1}{720} f_0''' - \frac{1}{30240} f_0^{\mathrm{v}} + \cdots$$

EXEMPLO

Para a série que serviu de exemplo no § 2 tem-se

$$R_7 = \sum_0^{\infty} \frac{1}{(m+8)^2}.$$

Como $f(x) = 1/(8+x)^2$, é aqui

$$f'(0) = -\frac{2}{8^3},\ f'''(0) = -\frac{24}{8^5},$$
$$f^{\mathrm{v}}(0) = -\frac{720}{8^7}, \cdots \int_0^{\infty} f(x)\,dx = \frac{1}{8},$$

e portanto

$$R_7 = \frac{1}{8} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{64} + \frac{1}{12}\,\frac{1}{8^3} - \frac{1}{720}\,\frac{24}{8^5} + \cdots$$
$$= 0{,}125 + 0{,}0078125 + 0{,}0003255$$
$$- 0{,}0000010 + \cdots = 0{,}1331370,$$
$$S = S_7 + R_7 = 1{,}9956349 + 0{,}1331370$$
$$= 2{,}128772.$$

Verificar-se-á recalculando $S$ a partir de $S_{10} + R_{10}$, por exemplo.

## 5. Outros métodos.

Caso $y = \sum a_j x^j$ convirja lentamente para $x = x'$, pode procurar-se uma equação diferencial (linear) que $y$ satisfaça e obter, por métodos numéricos, o valor $y(x')$ da sua solução particular que obedeça às condições iniciais

$$y(0) = a_0,\ y'(0) = a_1,\ y''(0) = 2a_2, \cdots$$

Por exemplo,

$$y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$$

é a solução de

$$(1+x)\frac{dy}{dx} = 1$$

para a qual $y(0) = 0$.

Outros métodos de cálculo de soma de séries encontram-se nas referências [3] a [6].

### REFERÊNCIAS

[1] Gaz. Matemática, n.º 11, págs. 4-7.
[2] K. S. Hunz, «Numerical Analysis», McGraw, 1957.
[3] Proc. Camb. Phil. Soc., **46** (1950), p. 436.
[4] Phil. Mag., **22** (1936), p. 754; **40** (1949), p. 188.
[5] Jour. Math. Physics, **28** (1950), p. 272.
[6] Nat. Bur. Stand. Jour. Res., **46** (1951), p. 56.

# Um adendo a «uma demonstração por indução finita»

por *Ruy Madsen Barbosa*

Lemos no n.º 53, um interessante artigo do senhor H. Silva Lobo, onde prova pela indução finita as fórmulas:

1) $$\sum_{p=0}^{n} p \binom{n}{p} = n \cdot 2^{n-1}$$

e

2) $$\sum_{p=0}^{n} p^2 \binom{n}{p} = n(n+1) \cdot 2^{n-2}$$

Acreditando fornecer um adendo positivo ao trabalho citado, ouso acrescentar a de-