

Ensino da Matemática: um sintoma, várias causas

Jorge Buescu

Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico, Lisboa

É hoje em dia quase lugar-comum referir-se o enorme insucesso global do ensino da Matemática em Portugal a nível Básico e Secundário. Este insucesso global é, infelizmente para nós, bem real e está documentado quer a nível nacional quer internacional, por exemplo nos estudos TIMMS e PISA.

Este artigo pretende divulgar junto da comunidade matemática os resultados de um estudo conduzido no IST no ano de 2002/3 que revela sintomas significativos. Apresenta-se de seguida algumas causas que se consideram determinantes para os factos descritos, embora sem a pretensão de exaustão, impossível num fenómeno tão complexo como este.

1. Um sintoma: aferição no IST

O Instituto Superior Técnico organizou no início do ano lectivo de 2002/2003 uma prova de aferição de conhecimentos fundamentais de matemática para todos os alunos - cerca de 1300 - que entraram pela primeira vez no IST¹. Esta Prova, embora não estritamente obrigatória, tinha consequências sobre a nota da disciplina de Análise Matemática I, pelo que a taxa de comparência foi superior a 95%.

Por razões logísticas, realizaram-se 3 provas distintas: uma no campus da Alameda², outra no campus do Taguspark³, e uma terceira para alunos colocados em 2ª fase. As provas podem encontrar-se em [http://](http://wwwcp.ist.utl.pt/2001-2002/)

wwwcp.ist.utl.pt/2001-2002/. As análises estatísticas [1], da responsabilidade do DM, foram realizadas independentemente para cada população, tendo sido apresentados pelo Conselho Pedagógico relatórios descritivos [2], que agrupam todos os alunos ingressados em 1ª fase, independentemente do campus em que se realizaram. Apresenta-se seguidamente um resumo dos resultados, que não dispensa, para uma análise mais detalhada, a consulta dos relatórios [1], [2].

Começamos por salientar os seguintes factos relativamente ao universo de estudantes em observação: o IST é uma escola de Ciência e Engenharia, com condições de admissão particularmente exigentes no panorama nacional: para qualquer Licenciatura exige-se uma classificação mínima de 100 pontos (10.0 valores) nas Provas de Ingresso (em particular na prova de Matemática (PIM)), e cumulativamente 120 pontos na Nota de Seriação de candidatura à respectiva Licenciatura (em certos casos, como para a LMAC⁴ e a LCI⁵, as exigências são mesmo mais elevadas: 120 pontos na PIM e 140 pontos na Nota de Seriação). Em termos da população estudantil pré-universitária, o uni-

¹ Excepto para os alunos que ingressaram na Licenciatura em Arquitectura.

² Dividida em dois enunciados diferentes.

³ Idem.

⁴ Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação.

⁵ Licenciatura em Ciências Informáticas.

⁶ Exemplos retirados dos enunciados do *campus* da Alameda, pelo que as percentagens correspondentes se referem em cada caso a um universo de cerca de meio milhar de alunos.

verso sob observação através da Prova de Aferição é pois uma população que pode ser caracterizada como de elite em termos de preparação matemática. Concretamente [3]:

- 80% destes estudantes encontram-se acima da mediana (percentil 50) daqueles que, a nível nacional, tiveram classificação superior ou igual a 10 na PIM;
- 60% destes estudantes encontram-se acima do percentil 75 daqueles que, a nível nacional, tiveram classificação superior ou igual a 10 na PIM;
- 23% destes estudantes encontram-se acima do percentil 90 daqueles que, a nível nacional, tiveram classificação superior ou igual a 10 na PIM.

A prova teve como principal objectivo avaliar pontos fortes e fracos em toda a formação dos alunos ao longo do 3º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário - ou seja, entre o 7º e o 12º ano, inclusive. O formato foi de escolha múltipla num teste com 20 perguntas sem descontos para respostas erradas. As perguntas encontravam-se divididas por grupos, relativos às matérias a que diziam respeito:

Grupo	Tópico Matemático	Ano em que é leccionado	Número de perguntas	Média de respostas certas
1	Regras operatórias com frações e expoentes	3º ciclo (7º, 8º, 9º)	5	76%
2	Equações e inequações	10º	4	71%
3	Funções exponencial, logarítmica e trigonométricas	12º	3	55%
4	Funções: gráfico, domínio, contradomínio, extremos	11º, 12º	3	87%
5	Funções: derivadas	11º, 12º	3	78%
6	Funções: composição	até ao 11º	1	48%
7	Raciocínio lógico	transversal	1	23%

Tabela 1: Descrição dos tópicos aferidos, grau de ensino em que são leccionados e média de respostas certas obtidas.

Os dois primeiros grupos continham perguntas extraordinariamente elementares, nomeadamente operações sobre frações, a regra dos expoentes, ou factos elementares de cálculo algébrico. Citando [2],

“...a existência de respostas erradas é, só por si, algo de preocupante. Verificou-se que 34% dos alunos erraram pelo menos duas perguntas do grupo 1 e 65% erraram pelo menos duas perguntas no conjunto dos grupos 1 e 2.”

Muito preocupante é também o facto de estes estudantes de elite atingirem o ensino universitário numa das melhores Escolas de Portugal revelando carências difíceis de imaginar e cometendo erros inaceitáveis em operações elementares de aritmética ou cálculo algébrico. Para citar apenas alguns exemplos⁶:

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \quad (7\% \text{ dos alunos});$$

$$\frac{x+2}{x+3} = \frac{2}{3} \quad (10\% \text{ dos alunos});$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{b} = \sqrt{a} \quad (8\% \text{ dos alunos});$$

$$\frac{a^2 + b^2}{a^4 + b^4} = \frac{1}{a^2 + b^2} \quad (16\% \text{ dos alunos});$$

$$\sqrt[3]{a^3 b} = \sqrt[5]{ab} \quad (14\% \text{ dos alunos});$$

Sendo a real arbitrário, $\sqrt{a^2} = a$ (35% dos alunos).

Trata-se de erros difíceis de conceber em matérias tão elementares. Como se refere em [2],

“É importante que a matéria leccionada no 3º Ciclo, e que corresponde a competências básicas que os alunos devem possuir, seja fortalecida no percurso do 10º ao 12º anos. É possível que o facto de o ensino ser obrigatório até ao 9º ano e os sistemas anti-insucesso que são utilizados nos primeiros ciclos de ensino sejam responsáveis pela falta de solidez da formação nos grupos 1 e 2 das perguntas da Prova de Aferição.”

Além disso, segundo o mesmo relatório, a baixa taxa de sucesso no grupo de perguntas respeitantes a funções exponencial, logaritmo e trigonométricas também revela potenciais problemas para o desempenho no IST, o baixo resultado na composição de funções terá certamente um impacto negativo e o fraquíssimo resultado na pergunta sobre lógica matemática corresponde a uma séria lacuna que é necessário colmatar.

A análise estatística pormenorizada dos resultados permite, contudo, extrair conclusões mais profundas⁷ (cf. [3]). Em primeiro lugar, a grandeza com a qual a classificação da Prova de Aferição revela maior correlação estatística (cerca de 57%) é a Nota de Seriação do aluno. Citando [1],

“Existe uma relação relativamente forte entre os resultados da Prova de Aferição e a Nota de Seriação dos alunos, sendo que (em média) quanto maior for a Nota de Seriação melhores são os resultados na Prova de Aferição”.

A curva de resultados indica um pico entre o 14 e o 15

(sendo a média aritmética das notas de 14.2). Essa distribuição não é simétrica; para notas abaixo do pico a distribuição tem uma cauda alongada, tomando valores no intervalo [4,14]. Veja-se a Figura 1, onde se apresenta o histograma respectivo acompanhado da curva de melhor ajustamento. As explicações estatísticas para este facto são de três tipos: (1) a existência de um limite superior à direita (20 valores); (2) a não-homogeneidade da população (alunos fortes não têm a mesma probabilidade de responder certo a uma pergunta ao acaso que alunos fracos); (3) a não-independência estatística das respostas (existe uma correlação positiva entre diferentes respostas de um mesmo aluno).

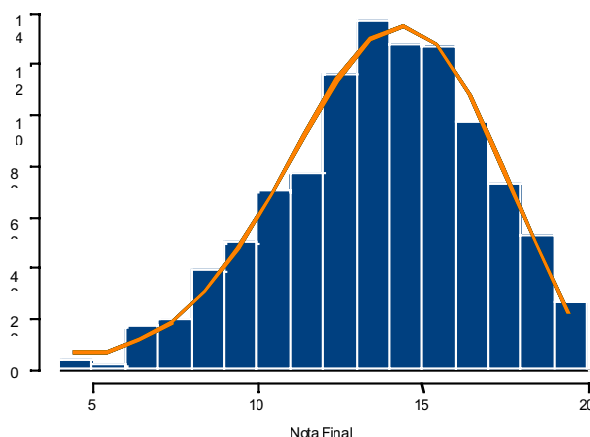


Figura 1: Histograma de notas finais e curva de melhor ajustamento (*Campus da Alameda, 1ª fase*).

De entre vários modelos estatísticos testados, o que revelou melhor ajustamento aos dados foi o de uma mistura de 4 distribuições, de tipo $20-X_i$, com X_i binomial negativa, $i=1, \dots, 4$, cada uma delas caracterizada pelo intervalo de Nota de Seriação. Apresentam-se na Figura 2 os histogramas de Nota Final para cada uma das subpopulações conside-

⁷ Os parágrafos seguintes referem-se ao Relatório I (cf. [1]), relativo ao *campus da Alameda* (1021 alunos).

⁸ Relativos ao *campus da Alameda*.

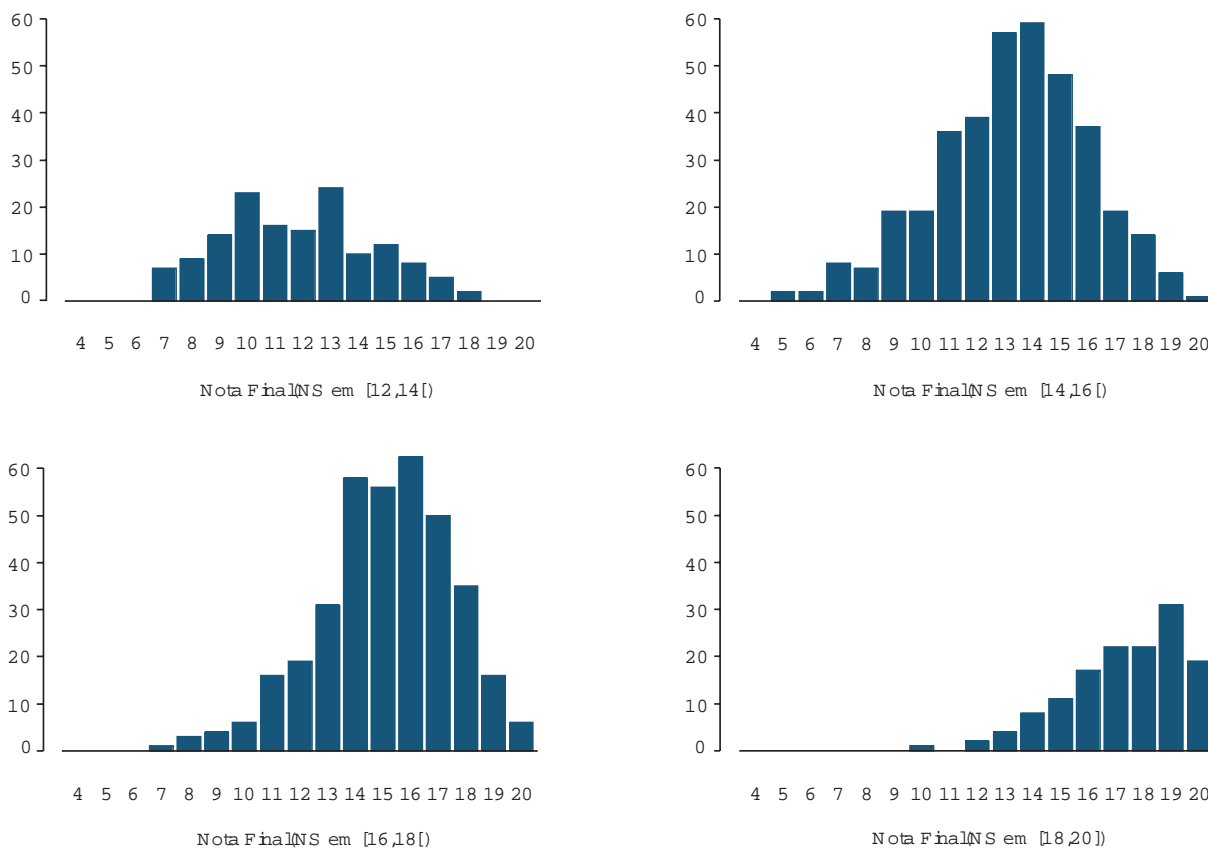


Figura 2: Histogramas de nota na Prova de Aferição para diferentes intervalos de Nota de Seriação (*Campus da Alameda, 1ª Fase*).

radas: Nota de Seriação respectivamente nos intervalos [12,14[, [14,16[, [16,18[, [18,20].

Destes gráficos torna-se evidente, em primeiro lugar, o deslocamento para a direita das notas na Prova de Aferição à medida que a nota de Seriação aumenta. As médias das notas da Prova de Aferição nas quatro categorias das Notas de Seriação consideradas são, respectivamente, 11.8, 13.3, 15.1 e 17.3 [1]. É ainda claro que alunos com nota de seriação muito elevada, no intervalo [18,20], obtêm esmagadoramente classificação também muito elevada (entre 16 e 20) na Prova de Aferição. Para alunos médios (com nota de seriação nos intervalos [16,18[e [14,16[), existe uma dispersão de notas na Prova de Aferição significativamente maior: elas variam já, com frequência não-trivial, entre 8 e 20 valores no primeiro caso e entre 7 e 19 no segundo. A grande concentração das notas é em ambos os

casos na zona central do gráfico, e a distribuição revela maior grau de normalidade - o que indica que a subpopulação analisada é mais homogénea. Finalmente, para alunos com nota de seriação no intervalo [12, 14[, a dispersão é enorme: não existem, ao contrário dos outros intervalos analisados, concentrações significativas que indiquem elevada correlação entre Prova de Aferição e Nota de Seriação.

É ainda interessante neste contexto analisar os resultados relativos à frequência relativa dos erros cometidos pelos alunos em função do grupo de questões e do nível de ensino em que são leccionadas. Os resultados⁸ apresentaram-se na Tabela 2. Citando de novo [1]:

“O número de alunos que erra 3 ou mais questões elementares (i.e. dos Grupos 1, 2, 3) é considerado preocupante: 64.9% do total.”

Grupo	Questões	Anos em que são leccionados	Categoria	Frequência (%)
1	1-5	3º ciclo (7º, 8º, 9º)	2 ou mais questões erradas	30.3
2	6-9	10º	2 ou mais questões erradas	30.6
3	10-12	12º	1 ou mais questões erradas	78.1
			2 ou mais questões erradas	41.7
4	13-15	11º e 12º	1 ou mais questões erradas	33.7
			2 ou mais questões erradas	5.3
5	16-18	11º e 12º	1 ou mais questões erradas	46.2
			2 ou mais questões erradas	13.3
6	19	até ao 11º	Esta questão errada	51.6
7	20	transversal	Esta questão errada	75.9

Tabela 2: Alguns resultados relativos aos grupos de questões.

É relevante o facto de, em face da já referida correlação estatística significativa entre Prova de Aferição e Nota de Seriação, esta distribuição estar muito longe de uniforme. Na Tabela 3 resumem-se os dados, já para todos os cerca de 1300 estudantes abrangidos pela Prova de Aferição, do cruzamento entre o número total de respostas certas nos grupos 1, 2 e 3 - os mais elementares, que, recorde-se, cobrem respectivamente matérias leccionadas no 3º Ciclo do Ensino Básico, no 10º e no 12º anos - e a Nota de Seriação.

	Nota de Seriação				GLOBAL
	[120,140]]140,160]]160,180]]180,200]	
Relatório I	90.3%	80.2%	56.0%	20.4%	64.9%
Relatório II	93.5%	81.6%	42.9%	25.0%	81.5%
Relatório III	96.6%	60.0%	40.0%	-	73.4%
TODOS	92.2%	79.2%	54.7%	20.6%	67.8%

Tabela 3: Percentagem de alunos que erra 3 ou mais questões elementares (Grupos 1 a 3) em função da Nota de Seriação.

Estes dados quase falam por si. Correspondem de facto à experiência quotidiana vivida no IST e, estamos certos, na maioria das Universidades portuguesas. Algumas conclusões claras podem extrair-se:

- Alunos considerados pelo sistema educativo pré-universitário como “muito bons” ou “excelentes” têm de facto uma boa preparação matemática.
- Alunos considerados pelo sistema educativo pré-universitário como “médios” podem ser médios ou, muito frequentemente, fracos ou mesmo muito fracos.

- As fraquezas destes alunos revelam-se frequentemente na falta de domínio de matérias absolutamente elementares; é surpreendente a frequência com que são expostas graves carências em matérias leccionadas ao nível do Ensino Básico e de todo o Secundário.

Embora estas conclusões sejam em si relevantes, podem ser apontadas naturalmente algumas direcções interessantes para extensão deste estudo. Por exemplo, está em curso um estudo de correlação entre o resultado na Prova de Aferição e o desempenho académico nas disciplinas de Matemática do 1º ano. Embora ainda não existam resultados definitivos, os dados disponíveis parecem confirmar as conclusões acima. Por outro lado, estes resultados parecem revelar conclusões que seria muito útil validar a nível nacional.

2. Algumas causas

2.1 Formação de professores

Um professor de Matemática, independentemente do nível que lecciona, *não pode* limitar-se a conhecer razoavelmente a Matemática que vai ensinar; pelo contrário, deve saber muito mais Matemática do que aquela que ensina. Uma medida deste facto é dada no relatório *The Mathematical Education of Teachers*, publicado em Agosto de 2001 pelo *Conference Board for the Mathematical Sciences* dos E.U.A.. Este documento termina com 11 recomendações. Em relação à formação inicial, e citando uma constatação da matemática Amy Cohen [4]:

“Recomendações 2, 3 e 4. Estas recomendações especificam a quantidade de formação em Matemática que os futuros candidatos a professores devem receber na licenciatura: 9 horas-semester para professores de 1º ao 4º ano, 21 horas-semester para professores do 5º ao 8º ano e pelo menos o equivalente a um grau de licenciatura *major* em Matemática para professores do 9º ao 12º anos.”

Adaptando ao sistema português, a formação matemá-

tica mínima recomendada para o exercício da profissão de professor é de 3 disciplinas de nível universitário para ensinar o 1º Ciclo do Ensino Básico; 7 disciplinas de nível universitário para ensinar entre o 5º e o 8º anos; e o equivalente a 3 anos de uma Licenciatura em Matemática para ensinar entre o 9º e o 12º anos.

Em Portugal, constata-se infelizmente que a componente matemática *strictu sensu* em cursos de formação de professores de Matemática está muitíssimo abaixo destas recomendações. Certas escolas formam professores para o Ensino Básico por vezes com duas, três ou quatro disciplinas semestrais de Matemática com conteúdos matematicamente muito pobres ao longo de um curso de 4 ou 5 anos. Por outro lado, não é raro que professores com esta formação, sobretudo em zonas mais carenciadas, possam ser requisitados para ensinar Matemática até ao 9º ano.

Observa-se um fenómeno análogo ao nível superior, em certas Licenciaturas que formam professores para o Ensino Secundário. Em muitos casos assiste-se ao esvaziamento dos conteúdos e exigências matemáticas dessas Licenciaturas, quer através da substituição de disciplinas de carácter científico por disciplinas de outras naturezas, quer através da diminuição drástica do grau de exigência científica, em disciplinas com o mesmo nome, de Escola para Escola.

A autonomia universitária, a lei de financiamento e o aumento por decreto dos professores habilitados a leccionar Matemática contribuíram para acelerar este processo. De forma a assegurar preenchimento de vagas, Escolas e Universidades mais fracas - em princípio as primeiras a ser afectadas com a rarefacção de alunos - optaram por vias menos claras para atrair alunos, introduzindo distorções no sistema. Uma delas foi a progressiva diminuição da exigência e esvaziamento de conteúdos científicos. Outra foi a hiperinflação de classificações. Num concurso para professor no Estado, a ordenação de um candidato é feita pelo Ministério exclusivamente em função da nota final; se uma Escola dá aos seus alunos por sistema classificações extremamente elevadas, estes têm quase assegurado



emprego no final do curso independentemente da qualidade da sua preparação científica.

Esta situação de clara injustiça é reconhecida pelos próprios alunos: no Relatório-Síntese de Avaliação Externa de Cursos de Matemática, a Comissão refere a este propósito que “nesta segunda avaliação foram muitos os alunos das Licenciaturas em Ensino da Matemática (ou dos Ramos Educacionais) que não esconderam a sua revolta por esta situação”.

2.2 Programas

Entre 1995 e 1997 foram introduzidos em Portugal novos Programas de Matemática para o Ensino Secundário (10º-12º anos). Esta reforma foi particularmente infeliz porque não apenas foi realizada praticamente sem a intervenção da comunidade matemática como prosseguiu sem levar em consideração as críticas correspondentes e a vontade efectiva de intervenção por parte da comunidade matemática no sentido de evitar erros desnecessários.

Eis algumas das críticas mais frequentes. Em primeiro lugar, os Programas são do ponto de vista científico não-normativos. Os tópicos a tratar são definidos por simples enumeração de tópicos. Este facto torna-os por vezes muito vagos; aliado à falta de preparação científica sólida de muitos professores, faz com que muitas vezes objectivos mínimos de aprendizagem pelos alunos não sejam atingidos. Em termos metodológicos, pelo contrário, os programas destacam-se pelo carácter normativo, em particular a utilização da calculadora não como ferramenta de cálculo mas como *substituto para os conceitos, eliminando as definições formais*. Esta situação faz com que os Programas transmitam uma enorme pobreza conceptual, ao ignorar o método axiomático-dedutivo ao longo de toda a Análise Matemática.

Embora a situação relativamente ao Ensino Secundário seja mais discutida ela é, em bastantes pontos, comum à dos Programas do Ensino Básico, orientados pela mesma filosofia. Por outro lado, a discussão sobre “Novos Programas de Matemática” não é paroquial. Pelo contrário: é



THE ALL NEW
MATHEMATICA
TEACHER'S EDITION
Smart Tools for Math Educators

WOLFRAM
 RESEARCH

www.wolfram.com/teachersedition



Timberlake
 Consultores

Representante dos produtos Wolfram Research em Portugal.

Contactos:

Tel: 214 702 869

timberlake.co@mail.telepac.pt

www.timberlake.pt

© 2003 Wolfram Research, Inc. Mathematica is a registered trademark of Wolfram Research, Inc. Mathematica is associated with Wolfram Research, Inc. or Mathlab, Inc.

uma transposição de debates que ocorrem pelo menos desde os anos 70 em comunidades educativas mais avançadas, como os nossos parceiros europeus e os E.U.A.. Quando esta reforma curricular foi imposta entre nós muitas das suas propostas tinham já sido experimentadas, avaliadas e abandonadas, por ineficazes, noutros países da Europa. Por exemplo, em 1995 as calculadoras foram no Reino Unido “banidas dos exames de Matemática para alunos de 11 anos, pois a Comissão de Acompanhamento Curricular identificou preocupantes faltas de capacidade matemática nos exames deste Verão (...) como confusão generalizada sobre casas decimais e falta de competências em cálculo com fracções. A divisão também é uma fraqueza particular. (...) Os métodos de ensino que encorajam as crianças a descobrir regras matemáticas por si próprias foram criticadas por permitir que as crianças desperdicem tempo tentando construir as coisas ineficientemente”.

Por último, os Novos Programas implementados em todo o País incorrem numa anomalia difícil de compreender: não prevêem mecanismos externos de avaliação do seu sucesso, tornando assim inviável uma identificação objectiva das suas virtudes e defeitos com vista a uma futura correcção. Mas os sinais de alerta externos parecem agora difíceis de ignorar.

2.3 Manuais escolares

O papel dos manuais escolares no processo da aprendizagem pré-universitária da Matemática é frequentemente subvalorizado. Em muitas escolas, sobretudo de meios sócio-culturais mais baixos e geograficamente mais isoladas, o manual adoptado pela Escola é por vezes o *único* recurso disponível para o professor se guiar. Num número provavelmente significativo de casos, o professor não se guia no seu trabalho lectivo pelo programa oficial, mas sim pelo manual adoptado.

Infelizmente, a situação portuguesa relativamente à qualidade dos manuais escolares é, em média, confrangedora. Num estudo comparativo promovido pelo I.I.E. que originou o relatório [5] sobre manuais de

Matemática para escolaridades entre o 7º e o 12º anos, conclui-se que os melhores manuais escolares são, no seu conjunto, os da nossa vizinha Espanha. Quanto aos manuais portugueses, os mais adoptados nas nossas escolas “(...) têm muitos erros, em quantidade e gravidade substanciais, incluídos os de linguagem.”. Outros há que, sendo menos maus, “apresentam alguns erros e deficiências. No cômputo geral, sob o aspecto da correcção científica, os nossos manuais ficam muito aquém dos seus pares estrangeiros”.

De acordo com o relatório citado, a principal explicação deste bizarro fenómeno decorre do quadro legal que em Portugal regulamenta o controlo de qualidade dos manuais escolares. Essa disfuncionalidade reside acima de tudo no facto de não haver qualquer controlo de qualidade sobre os materiais didácticos antes da sua publicação, existindo apenas possibilidade de um eventual controlo a jusante, após publicação dos manuais, e em condições relativamente gravosas. Tanto quanto sabemos nunca, até hoje, esse mecanismo foi desencadeado e mecanismo de fiscalização de qualidade dos materiais pedagógicos.

No sistema espanhol, o mecanismo de controlo de qualidade oficial está *a montante* do processo produtivo. Apenas no caso de o projecto editorial, do qual é submetida uma “amostra significativa” para avaliação pelo Ministério, ser aprovado, pode o livro ser publicado e enviado para o mercado. Mas nesse caso fá-lo-á com um “selo” de qualidade oficial: a aprovação ministerial. Consequentemente, apenas existem no mercado manuais oficialmente aprovados. Este facto explica provavelmente grande parte da diferença de qualidade entre manuais escolares portugueses e espanhóis.

2.4. Testes e exames

A Matemática é uma ciência de integração vertical. Esta verticalidade revela-se de forma notável na progressão entre níveis. É impossível factorizar polinómios sem conhecer o cálculo algébrico e o algoritmo da divisão, que por sua vez depende da aritmética básica. Ou seja, em

Matemática - de forma porventura muito mais sensível que noutros campos do saber - é contraproducente *para o próprio aluno* aceder a um nível superior sem dominar o precedente. Fazê-lo pode significar não mais ser possível, daí para o futuro, acompanhar o que se passa na sala de aula. No entanto, o processo de transição de níveis sem domínio das matérias parece ser encarado como normal no Ensino Básico, o que é contraproducente para o aluno, criando as condições para o seu posterior abandono.

Como evitar este efeito perverso do sistema? No Reino Unido, a resposta é dada através de exames nacionais nas disciplinas estruturantes (Língua materna, Matemática e Ciências) em estádios-chave do percurso escolar: 7, 11, 14 e 16 anos. Os objectivos a atingir em cada fase de cada estádio-chave são bem divulgados, em particular através da Web [20]. As famílias são encorajadas a acompanhar a progressão do seu filho. Os exames de anos anteriores encontram-se disponíveis na Web.

Este é um papel essencial dos testes escritos a um aluno de Matemática, e por maioria de razão dos exames nacionais a intervalos regulares: a detecção em tempo útil de dificuldades que, se passassem despercebidas, poderiam ter consequências gravosas a prazo. Exames nacionais periódicos permitem uma validação externa da evolução do aluno e eventual correcção de deficiências sempre que necessário. O aluno, o professor, e mesmo a família, ficam com o conhecimento de que existe um problema por resolver (ou, pelo contrário, que tudo vai bem). Por outro lado, essa monitorização pode também servir para detectar eventuais deficiências regionais ou locais no sistema de ensino, permitindo a correcção de problemas. Conhecer a existência de um problema é condição necessária para o resolver.

Para além da monitorização, os testes escritos na sala de aula podem ter um outro papel frequentemente subvalorizado ou ignorado: se forem bem concebidos, podem ser um excelente auxiliar de aprendizagem. Os tes-

tes bem concebidos podem, como qualquer professor dedicado sabe por experiência, ser utilizados com sucesso para motivar os alunos a despendere mais esforço. A Matemática exige esforço, a aprendizagem exige esforço, e os testes com consequências elevadas podem agir, desde que bem concebidos, como incentivos para o esforço.

Referências

- [1] Análise dos resultados da Prova de Aferição. I: Alameda; II: Taguspark; III: Alameda e Taguspark (2ª fase). Ana Pires Parente, Secção de Estatística e Aplicações do Departamento de Matemática do IST, 2002. <http://wwwcp.ist.utl.pt/2001-2002/>
- [2] Prova de Aferição de conhecimentos básicos de Matemática aos alunos admitidos no ano lectivo de 2002/3. Relatório Público. Conselho Pedagógico, IST, 2002. <http://wwwcp.ist.utl.pt/2001-2002/>
- [3] Sintomas, diagnósticos, terapêuticas: o olhar de um matemático. Jorge Buescu, a publicar nas Actas do Seminário "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", Conselho Nacional de Educação, 28 de Novembro de 2002.
- [4] Cohen, A., e Krantz, S. *Two reactions to The Mathematical Education of Teachers*. Notices of the A.M.S. 48 (9), 2001, 985-991.
- [5] E. Marques de Sá, I. Seruca dos Reis, Miguel Ramos, Jorge Pato, Critérios de elaboração de manuais escolares e guiões para professores de Matemática do 7º ao 12º anos. IIE/SPM, Março de 1999.
- [6] <http://www.nc.uk.net/servlets/Subjects?Subject=Ma>