Mas, como $\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}=\frac{da}{d\lambda}+\frac{d(b-a)}{d\lambda}\cdot u$ *vêm quatro integrais para calcular* $F'(\lambda)=\int_0^1\frac{\partial f}{\partial\varphi}\frac{da}{d\lambda}(b-a)\,du+$ $+\int_0^1\frac{\partial f}{\partial\varphi}\frac{d(b-a)}{d\lambda}u(b-a)\,du+\int_0^1\frac{\partial f}{\partial\lambda}(b-a)\,du+$

$$+\int_0^1 f(\varphi,\lambda)\frac{d(b-a)}{d\lambda}du.$$

Tiremos dos integrais tudo o que não contém u, *nem directa nem indirectamente* $F'(\lambda)=\frac{da}{d\lambda}(b-a)\int_0^1\frac{\partial f}{\partial\varphi}du+$ $+\frac{d(b-a)}{d\lambda}(b-a)\int_0^1\frac{\partial f}{\partial\varphi}u\,du+(b-a)\int_0^1\frac{\partial f}{\partial\lambda}du+$ $+\frac{d(b-a)}{d\lambda}\int_0^1 f[\varphi,\lambda)\,du$

Desfaça-se a mudança de variáveis nos diferentes integrais

$$F'(\lambda)=\frac{da}{d\lambda}\int_a^b\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{d(b-a)}{d\lambda}\cdot\frac{1}{b-a}\int_a^b\frac{\partial f}{\partial x}(x-a)dx+$$
$$+\int_a^b\frac{\partial f}{\partial\lambda}dx+\frac{1}{b-a}\frac{d(b-a)}{d\lambda}\int_a^b f(x,\lambda)\,dx$$

O primeiro integral dá:

$$\frac{da}{d\lambda}[f(b,\lambda)-f(a\lambda)].$$

Intregando por partes, tem-se

$$\int_a^b\frac{\partial f}{\partial x}(x-a)\,dx=[f(x,\lambda)(x-a)]_a^b-\int_a^b f(x,\lambda)\,dx$$

Atendendo a estes resultados e feitas as reduções, obtém-se:

$$F'(\lambda)=f(b,\lambda)\frac{db}{d\lambda}-f(a,\lambda)\frac{da}{d\lambda}+\int_a^b\frac{\partial f}{\partial\lambda}dx.$$

Enunciados e soluções dos n.os 4074 a 4089 de J. R. Albuquerque.

ESCOLAS ESTRANGEIRAS

U. R. E. E. P. — Geometria Analítica e Vectorial — **Exame final — 2 de Janeiro de 1954.**

4090 — Achar a envoltória da altura BD de um triângulo ABC, tendo fixo o vértice A e o lado BC, de comprimento constante, deslisando sobre uma recta fixa.

4091 — Sendo $\vec{a}$ e $\vec{b}$ vectores perpendiculares mostrar a existéncia de uma infinidede de vectores $\vec{v}$ tais que $\vec{v}\wedge\vec{a}=\vec{b}$ e exprimi-los em função dos dados e de um escalar variável. Dar uma intrepretação geométrica à questão, admitindo variáveis as imagens de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{v}$.

4092 — Reconhecer se a superfície de equação $9x^2+4y^2+12xy+8x+12y-13y+35=0$ é cilindrica e, em caso afirmativo, caracterisá-la.

U. R. E. E. P. — Geometria Analítica — **2.ª Prova final — 23 de Novembro de 1954.**

4093 — Uma superfície é representada pela equação

$$5x^2+8y^2+5z^2-4yz+8zx+4xy-4x+2y+4z=0$$

que pode ser simplificada por uma rotação dos eixos de acordo com o seguinte quadro de cossenos directores

	x	y	z
X	2/3	2/3	1/3
Y	1/3	−2/3	2/3
Z	2/3	−1/3	−2/3

Caracterizar a superfície depois de reduzida a sua equação e procurar uma representação da mesma em coordenadas cilindricas.

4094 — Mostrar analìticamente que, num tetraedro qualquer, as rectas que unem os meios das arestas opostas passam num ponto. Achar as coordenadas desse ponto.

Enunciados dos n.os 4090 a 4094 de M. Zaluar.

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

105 — R. Baldus — F. Löbell — **Nichteuklidische Geometrie** — 3.ª edição corrigida — «Sammlung Göschen» — Walter de Gruyter & Co. 1953 — Berlim.

O presente livro abre com uma exposição cronológica da evolução da geometria, desde Euclides e os seus *Elementos* até os trabalhos de Gauss, Lobatschevsky e Bolyai.

A «Geometria Absoluta», no 2.º capítulo, assenta nos postulados de Hilbert; aí se estudam os axiomas de ordenação, dimensão, das congruências, as consequências destes axiomas, alguns teoremas sobre a cir-