

**2.º Contrapositivo:**

Se o *m. d. c.*  $(a, b) = 1$  ( $H_2$ ) e  $N$  não for divisível por  $a$  ( $T'$ ), então  $N$  não é divisível por  $a$  e por  $b$  ( $H_1$ ), (simultaneamente).

Demonstrado um qualquer destes 3 teoremas, os outros dois são verdadeiros.

**Álgebra**

**TEOREMA:** Dado  $f(x)$  que admita derivada em  $x_1$ , se  $f'(x_1) = 0$ , ( $H_1$ ), e  $f''(x_1) < 0$ , ( $H_2$ ),  $f(x)$  tem um máximo em  $x_1$  ( $T$ ).

**1.º teorema contrapositivo:**

Dado  $f(x)$  que admita derivada em  $x_1$ , se  $f'(x_1) = 0$ , ( $H_1$ ), e se  $f(x)$  não tem um máximo em  $x_1$ , ( $T'$ ), então  $f''(x_1) \geq 0$  (não é menor do que zero), ( $H_2$ ).

**2.º teorema contrapositivo:**

Dado  $f(x)$  que admita derivada em  $x_1$ , se  $f'(x_1) < 0$ , ( $H_2$ ), e se  $f(x)$  não tem um máximo em  $x_1$ , ( $T'$ ), então  $f'(x_1) \neq 0$  (não é igual a zero), ( $H_1$ ).

Estes três teoremas são equivalentes e a verdade de um deles arrasta necessariamente a verdade dos outros dois.

**P E D A G O G I A****O PROGRAMA DE MATEMÁTICA DA ACTUAL REFORMA DO ENSINO LICEAL****II**

por *Maria Teodora Alves*

As considerações que farei neste artigo referem-se ao 2.º ciclo liceal e, em especial, ao programa de Matemática.

A idade dos alunos, no 2.º ciclo da escola secundária, vai dos 13 aos 16 anos. É o período mais delicado da vida dos alunos.

O aluno, neste período da sua vida, é um mixto constantemente variável das qualidades da criança e do adulto. A evolução da sua mentalidade e do seu carácter não é gradual. Pelo contrário, é caracterizadamente oscilante. O aluno, que hoje se mostra atento e disciplinado, amanhã será desatento e insubmisso. Se hoje revela vivacidade de espírito e interesse, amanhã estará bronco e desinteressado.

Neste período da sua vida, o aluno é o juguete de uma emotividade que ainda não se disciplinou.

Não é necessário que o professor tenha grandes qualidades de observação ou longa experiência profissional — é o meu caso — para que possa produzir estas afirmações.

E não é somente o professor que tem de atender a este período crítico da vida dos alunos e no qual cada aluno pode dizer-se que é um caso particular. A escola, se quiser evitar a falência da sua missão, não pode organizar-se, ignorando este período crítico da vida dos alunos.

Ora, os principais objectivos da escola secundária,

consistem na formação do carácter e mentalidade do aluno e, se é certo, como afirma BURLAUD, que «o passado que se conserva e se transmite na hereditariedade, não é o passado sob a forma de recordações, mas de hábitos específicos, aptidões e disposições para agir deste ou daquele modo», as responsabilidades que impendem sobre a escola são enormes.

A escola tem que organizar-se, tendo em vista que o aluno não é um motor cujo rendimento possa ser forçado. E, mesmo os próprios motores, precisam de repouso. O aluno é um ser vivo em evolução e que, se está sujeito à acção da escola, não deve ser subtraído à vida familiar que tem também a sua função educativa a qual é insubstituível. Há pois que contar com o tempo destinado à vida familiar do aluno, ao tempo para as suas distrações e para o repouso. As 24 horas do dia têm que ser distribuídas pela escola, pela vida familiar, pelas distrações e repouso do aluno.

Se não houver o justo equilíbrio entre todos estes factores, o regime de educação do aluno entrará em deficit. Se houver a tendência para cobrir esse deficit à custa do repouso, especialmente do sono, então o caso assumirá, em breve, proporções de catástrofe.

Estou a lembrar-me que o genial CERVANTES apresenta, aos seus leitores, D. Quixote a ler muito e a dormir pouco, antes de o apresentar enlouquecido.

Na actual reforma do ensino liceal, o aluno do 2.º ciclo é obrigado a dispersar-se por 9 disciplinas, além de outras actividades obrigatórias. Deste facto, infere-se imediata e necessariamente que os programas das diversas disciplinas têm que ser mínimos, o que não quer significar que devam perder eficiência.

Eu vou estabelecer as condições que devem, a meu ver, orientar essa redução de programas.

A escola secundária, em vez de se preocupar em ensinar aos alunos os resultados do pensamento científico, deverá preocupar-se em ensinar-lhes os métodos de pensar em ciência, baseando-se somente no número suficiente de factos que possa servir para estabelecer esses métodos. E porque os métodos científicos são deduzidos de conceitos e agem sobre conceitos e não sobre factos, embora os conceitos sejam extraídos dos factos, a escola deverá conduzir o aluno a criar uma atitude perante o aglomerado de factos.

Quer dizer, os programas da escola secundária devem reduzir os factos ao número mínimo, embora suficiente para que os métodos científicos, perante os alunos, possam ser estabelecidos.

Com efeito, muitas vezes a acumulação de factos, em vez de facilitar a clara formulação do conceito, perturba-a e confunde-a.

H. POINCARÉ, um dos mais eminentes matemáticos franceses de todos os tempos, preconizando o primado da capacidade de utilizar factos, sobre o conhecimento dos factos, serviu-se desta imagem brilhantemente sugestiva e verdadeira:

«A ciência constroee-se com factos como uma casa se constroee com materiais de construção, mas uma ciência não é uma colecção de factos, do mesmo modo que uma casa não é um monte de materiais de construção».

Eu não pretendo depreciar o valor da informação, o valor do conhecimento de factos. Mas o que afirmo é que, na escola secundária, o valor dos materiais oferecidos por qualquer ramo de estudo não está nos próprios materiais de informação mas na utilidade que possam fornecer para que o pensamento do aluno possa agir de modo a adquirir a arte de investigar relações, de fortalecer capacidades, de formar hábitos, de perseverança, de observação e clareza de raciocínio.

Eu vou tentar esclarecer a ideia que acabei de expor, exemplificando-a com questões do actual programa do 2.º ciclo.

Que importa que o aluno, ao concluir o 2.º ciclo, nada saiba dizer acerca de HAMURABI e o seu código, da reforma política do império romano ou da paz de VESTEFÁLIA e de muitas outras rubricas do actual programa de história, apresentadas em estado de pulverização?

Desde que o aluno se mostre capaz, servindo-se do

seu manual de história, ou de qualquer outro compêndio, de obter sobre esses temas a informação julgada suficiente, em nada importa a ignorância que possa revelar sobre eles, uma dada ocasião.

Que importa que um aluno do 2.º ciclo, perguntado sobre a centopeia: aparelhos circulatório e respiratório, sobre o micaxisto ou sobre a funária, nada saiba dizer?

Confesso que acho preferível que o aluno nada saiba dizer a esse respeito do que faça uma prolixa peroração, oral ou escrita, de uma descrição que decorou e não de factos que tivesse observado.

As ciências naturais têm na escola secundária uma função inestimável e insubstituível, quando são verdadeiramente ensinadas como ciências de observação. É a disciplina que melhor se presta a educar o espírito de observação dos alunos pondo-os em contacto com a realidade concreta. Para nós, portugueses, as ciências naturais, quando estudadas pela observação e experiência, teriam função correctiva à nossa tendência para a divagação, alheia a toda a realidade.

Mas as ciências naturais estudadas como factos de informação, que não foram observados, têm uma função perniciososa, pois deixam de ser correctoras de males para se transformarem em amplificadoras desses males.

Na escola secundária, as ciências naturais, como instrução, têm importância reduzida, como educação têm, na hierarquia das disciplinas, uma elevada cota.

CLAPARÈDE, o eminente pedagogo suíço, estabelece essa distinção de uma maneira perfeita:

«L'éducation doit viser à développer les fonctions intellectuelles et morales, plus qu'à bourrer le crâne d'une masse de connaissances qui (lorsqu'ils ne sont pas aussitôt oubliés) restent le plus souvent des connaissances mortes, séjournant dans la mémoire comme des corps étrangers, sans rapport avec la vie».

Que importa que o aluno não saiba onde fica o mar de Azooff, as ilhas do Almirantado ou Glasgow, desde que ele se mostre capaz de obter essa informação, recorrendo a um dicionário geográfico, a uma enciclopédia ou ao próprio compêndio?

É neste sentido que eu afirmo haver possibilidade de redução nos programas das disciplinas do 2.º ciclo: Seleccionar em cada disciplina apenas o número de factos que seja considerado suficiente para que o aluno possa ser educado nos métodos de trabalho. Aqueles factos que sejam considerados conjunto necessário de conhecimentos seriam distribuídos pelos diversos anos do curso geral e, sempre que possível, constituindo núcleos de revisão, embora com alargamentos sucessivos.

Por exemplo, todos estão de acordo que, em ciências naturais, um dos núcleos de conhecimentos essen-

cial para os alunos, é uma ideia geral do corpo humano. Esse núcleo de conhecimentos não surgiria somente em um dos anos do curso geral. Surgiria, sendo possível, em vários anos do curso geral, embora alargado e com novas relações. O mesmo se poderá dizer de muitos outros núcleos de conhecimentos das ciências naturais, e também de outras disciplinas.

Se as responsabilidades das directrices da organização da escola cabem ao legislador, neste pormenor da organização dos programas, as responsabilidades cabem exclusivamente à comissão que os organizou.

E só depois de estabelecidos os programas, acompanhados de instruções que indiquem os princípios guias que presidiram à sua coordenação, é que vem as responsabilidades do professor que lhes deve aplicar as regras da melhor didáctica que estejam de acordo com eles e com as possibilidades dos alunos a seu cargo.

Todavia é ao professor que são atribuídas todas as responsabilidades da falência dos alunos. É uma leviandade e uma grave injustiça cometidas, muitas vezes, por quem tinha a obrigação de conhecer a complexidade do problema educativo. Quando essa injustiça é cometida pelos encarregados de educação de alunos que falharam, ainda é suportável e poderá ter alguma desculpa...

Vem a propósito discriminar as responsabilidades dos professores e dos alunos, perante uma dada organização da escola e de programas e também porque essa discriminação esclarece o meu ponto de vista, acerca da redução de programas.

Se é da responsabilidade do professor ministrar aos alunos os conhecimentos considerados suficientes pelos programas, donde possam ser extraídos os métodos de trabalho científico, é da responsabilidade do aluno usar desses métodos e obter, por si próprio, os frutos dos métodos que usou. Isto é, se o professor deve guiar o aluno no uso dos métodos da ciência, é o aluno que tem que adquirir a técnica respectiva.

Se o professor deve instruir o aluno, o aluno não deve ser um receptor passivo dos conhecimentos ministrados.

Se as analogias ou diferenças entre as questões postas são da responsabilidade do professor, o uso dessas analogias ou diferenças é da responsabilidade do aluno que deverá aprender a usá-las, conforme as circunstâncias e como meios de desenvolver o próprio pensamento.

O professor não pode pensar pelo aluno. É o aluno que tem de pensar por si próprio.

É o que o eminente H. WHEAT afirma, nesta síntese perfeita: «The teacher should teach methods of work, but the pupil may become his own best teacher through his use of the methods».

Considero de justiça lembrar que, na Imprensa portuguesa, um professor ilustre, o Senhor Doutor SERRAS e SILVA, tem defendido com brilho, rara e infatigável perseverança, o ponto de vista de que a escola secundária, mesmo em instrução, tem de educar o aluno numa atitude perante a ciência, em vez de o transformar numa enciclopédia viva de conhecimentos.

Tem sido sempre essa a posição daquele ilustre professor perante as várias reformas de ensino secundário. Mas as ideias têm um poder de penetração muito lento, sobretudo quando colidem com as ideias que o hábito e a rotina acumulam, como os pólos de um ímã acumulam a limalha de ferro. A resistência das linhas de força das ideias assim acumuladas, a uma mudança de direcção, faz desanimar os mais perseverantes e, por isso, mais meritória é a atitude persistente do Senhor Doutor SERRAS e SILVA.

Já me alonguei demasiadamente em considerações de ordem geral sobre programas do 2.º ciclo e devo agora aplicá-las à organização de um programa de matemática neste ciclo, que seja compatível com o número de horas que está destinado a essa disciplina.

Em vez do professor se preocupar em ensinar aos alunos os conhecimentos e os factos da Matemática, deverá ensinar-lhes os métodos pelos quais os alunos possam construir as ideias em Matemática, estimulando-os no uso desses métodos.

A Matemática, quanto à sua função na escola secundária, deverá ser considerada como um sistema de ideias, uma sequência de relações destinada a ser entendida pelo aluno, de preferência a uma técnica. O único caminho para obter esse objectivo consiste em usar os métodos de pensamento que lenta e gradualmente provoquem essas ideias de relação.

A técnica de cálculo no 2.º ciclo da escola secundária deverá ser apenas a suficiente para a compreensão dos métodos e claro entendimento da sequência das ideias de relação, postas em jogo por esses métodos.

A sobreposição da técnica de cálculo à correlação das ideias e dos métodos de pensamento, provoca a inversão do objectivo do ensino da Matemática, neste ciclo da escola secundária.

A meu ver, o programa de Matemática de qualquer dos anos do 2.º ciclo é incomportável para 3 horas semanais atribuídas à Matemática; e, na impossibilidade de ser aumentado esse número de horas, dado o quadro de disciplinas, impõe-se uma redução nos programas.

Eu atrevo-me a propor a supressão das seguintes rubricas do programa do 5.º ano:

«Logaritmos; teoremas relativos ao cálculo logarítmico, logaritmos decimais; uso de tábuas (de cinco decimais).

Nesta altura devo interromper o fio das minhas ideias para escutar os clamores que esta minha proposta deverá provocar.

— Suprimir o estudo dos logaritmos no curso geral dos liceus! Suprimir esse maravilhoso e importantíssimo instrumento de cálculo! Desde 1895 que o estudo dos logaritmos atravessa incolúme todas as nossas reformas do ensino secundário.

Em todos os programas de Matemática do ensino secundário dos países civilizados figura o estudo dos logaritmos.

Que despautério!

Eu não nego que a função logarítmica, em todo o vasto campo da Matemática, até mesmo na teoria dos números inteiros, tem a mais larga e vantajosa aplicação.

Também não nego que os logaritmos são um maravilhoso instrumento de cálculo, embora as máquinas de calcular e as regras de cálculo, tão vulgarizadas hoje, tenham reduzido o seu uso.

O que afirmo é que o estudo dos logaritmos, no curso geral dos liceus, como tema para exercícios formais é inferior a outros temas, como aqueles que a geometria pode fornecer, ou, como por exemplo o equacionar de problemas, e dos quais não é possível extrair as vantagens que podem proporcionar, dada a pressa com que são estudados.

O que afirmo é que o estudo dos logaritmos, no curso geral, como técnica de cálculo, é uma inutilidade.

Sómente um inquérito entre os indivíduos que têm passado pelo curso geral dos liceus e não prosseguiram os seus estudos e aqueles que se destinaram às Faculdades de Direito ou de Letras me poderia convencer, se o resultado fosse favorável, da utilidade do estudo dos logaritmos no curso geral.

O aluno do curso geral dos liceus, que não prossiga os seus estudos ou se destina para a Faculdade de Direito ou Letras, adquirindo a técnica de cálculo logarítmico, pode ser comparado a um indivíduo que adquirisse a técnica das escalas musicais do piano para, depois, nunca mais tocar piano.

Uma vez feita a supressão do estudo dos logaritmos no curso geral, o que, a meu ver, em nada diminuiria o valor formativo da Matemática, nem as suas reais vantagens utilitárias, no 2.º ciclo, poder-se-ia distribuir a matéria do actual programa pelos 3 anos do ciclo de modo a torná-lo mais bem compensado e coordenado e até mais consentâneo com a mentalidade dos alunos.

Assim:

Do actual programa do 3.º ano seriam transferidas para o 4.º ano as seguintes rubricas:

«Sistemas de 2 equações numéricas do 1.º grau

a duas incógnitas: resolução algébrica e gráfica. «Desigualdades inteiras do 1.º grau a uma incógnita e resolução algébrica e gráfica».

Do actual programa do 4.º ano seriam transferidas para o do 5.º as seguintes rubricas: «Noção de número irracional; radicais; cálculo de radicais. Potências de expoente fraccionário; operações.

Sucessões numéricas. Noções de infinitamente grande e infinitamente pequeno; noção de limite de uma sucessão».

O meu próximo artigo versará sobre o programa de matemática do 3.º ciclo e terei ocasião de me referir, outra vez, ao estudo dos logaritmos.

Quanto à geometria, julgo que poderá ser conservada a distribuição que lhe dá o actual programa, mas as suas rubricas devem ser redigidas com mais cuidado, clareza e rigor. A esse respeito, já os Senhores Drs. L. BARROS e DAVID se referiram largamente na «Gazeta de Matemática».

Apesar da supressão que propuz e da consequente arrumação que deu lugar nas matérias do programa dos três anos do 2.º ciclo, ainda considero os programas sobrecarregados.

Julgo agora que é possível pedir à didáctica a necessária simplificação, que consistirá na observância destas duas simples regras:

a) Não transformar o aluno numa máquina de resolver exercícios.

b) Não transformar o aluno num formulário de teoremas.

Em outra oportunidade e lugar mais próprio (a revista pedagógica «Labor»), tenciono desenvolver este tema, referente à simplificação que a didáctica pode operar nos programas da Matemática.

Mas, organização da escola, programas, didáctica, tudo isso se subordina, infelizmente, ao exame O exame que devia ser, na vida escolar, apenas um incidente está transformado num objectivo, numa forçada finalidade.

Os pontos de exame têm de facto, maior influência do que quaisquer outros factores.

Basta que num ponto de exame seja feita uma pergunta que se desvie da clara interpretação dos programas e das regras de uma dada didáctica, para que no ano lectivo seguinte os programas se alarguem, os exercícios se multipliquem e a didáctica se distorsa no sentido revelado pela pergunta inesperada e outras possíveis.

Ser-me-ia muito fácil ilustrar copiosamente esta afirmação, mas ela está tão escorada pelos pontos de exames saídos em anos anteriores e é tão corriqueira, que não merece ocupar espaço na «Gazeta de Matemática».

(Continua)