F. C. P. — Matematicas Gerais — (Lic. em Matemáticas e Físico-Químicas) — Outubro de 1964.

5640 — I. Seja $E = [0,2] - \{1\} \xrightarrow{f} R$,
$$f(x) = \begin{cases} 1 \text{ se } 0 \leqslant x < 1 \\ x \text{ se } 1 < x \leqslant 2 . \end{cases}$$

1) Indique o conjunto

$\{(\delta,\varepsilon) \in R^+ \times R^+ \mid f(E \cap]1-\delta, 1+\delta[) \subset]1-\varepsilon, 1+\varepsilon[\}$.

2) Indique os subconjuntos A de E tais que tem sentido falar de $f_{|A} \circ f_{|A}$ e caracterize os prolongamentos g de f a $E \cup \{1\}$ tais que tem sentido falar de $g \circ g$. Justifique.

5641 — II. Sejam: $R \xrightarrow{f} R$, $f(x) = (x(x-3))^2$; $R \xrightarrow{g} R$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

1) Indique o número de pontos fixos de f e calcule, pelo método das tangentes, os três primeiros termos do desenvolvimento decimal de um dos pontos fixos de f não pertencente a Q.

2) Indique, justificando, os conjuntos:

$\{x \in R \mid g \circ f$ é finitamente derivável no ponto $x\}$;

$\{x \in R \mid g \circ f$ é infinitamente derivável no ponto $x\}$;

$\{x \in R \mid g \circ f$ tem máximo relativo no ponto $x\}$;

$\{x \in R \mid g \circ f$ tem mínimo relativo no ponto $x\}$.

5642 — III. (Geometria analítica no plano). Seja $(O; \vec{i}, \vec{j})$ mètricamente fixado como se indica: $\|\vec{i}\| = \sqrt{2}$; $\|\vec{j}\| = 2$; $\sphericalangle(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{4}$. Sejam A e B os pontos tais que $A - O = \vec{i}$ e $B - O = \vec{j}$.

1) Determine as coordenadas do ponto U assim caracterizado: pertence à recta que passa por B e é perpendicular à recta OB; $\|U - A\| = \|U - B\|$.

2) Determine os eixos de simetria da elipse $8x^2 + 13y^2 + 4xy - 1 = 0$ *sem prèviamente* a representar num referencial ortonormado.

Enunciados dos n.os 5640 a 5642 de Aníbal Coimbra Aires de Matos

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

158 — A. Doneddu — Geometrie Euclidienne Plane. Dunod — Paris.

Não é empreza fácil o desenvolvimento de uma teoría axiomática rigorosa da Geometria euclidiana. Neste livro, em que o Autor toma como via de exposição a que resulta de uma observação directa do nosso espaço físico, destacam-se dois elementos essenciais da geometria: a noção de *espaço* (o plano em geometria plana) e a noção de *grupo* (de transformação).

Para o *espaço*, os axiomas põem em relevo a recta, a semi-recta, a ordem sobre qualquer semi-recta e o semi-plano. Introduz-se uma figura, a que se dá o nome de *drapeau* e que intervem constantemente em todo o resto da teoría.

Na base da noção de «igualdade» de figuras encontra-se o grupo dos isometrías: os axiomas que o definem permitem que a teoria se edifique com uma lógica rigorosa mantendo no entanto contacto permanente com a realidade física.

Apenas de doze axiomas, na totalidade, podem ser extraídas todas as estruturas, quer algébricas quer topológicas, do plano euclideano: a estrutura de semi-grupo ordenado das distâncias e a teoria da sua medida, estrutura de espaço vectorial, produto escalar e estrutura métrica do plano, estrutura topológica de espaço vectorial normado completo (espaço de Banach), estruturas angulares do plano (semi-grupo restrito quasi-arquimediano) e teoria da medida dos ângulos, rotações e medida das rotações (isomorfia com o grupo aditivo das classes de números reais módulo 2π): torna-se assim possível definir as funções seno e coseno e estudar a sua continuidade sem fazer intervir a teoria dos números complexos.

Contribuindo para o esclarecimento da teoria da geometria euclideana plana, este livro que é edificado sobre a noção de grupo das isometrias, e descrito num estilo lógico e moderno sem perder o contacto com a mais elementar experimentação, deverá interessar não apenas o professor e o estudante de geometria elementar como todo aquele que pretende prosseguir estudos menos elementares nos domínios da álgebra e da análise.

J. G. T.